ACTA UNIVERSITATIS LUNDENSIS.

LUNDS UNIVERSITETS ÅRS-SKRIFT.

FÖR ÅR 1869.

LUND, 1869—70.
BERLINGSKA BOKTRYCKERIET.
DISTRIBUERAS GENOM C. W. K. GLEERUPS SORTIMENT I LUND.

LUNDS UNIVERSITETS ÅRS-SKRIFT

FÖR ÅR 1869.

I.

AFDELNINGEN FÖR PHILOSOPHI, SPRÅKVETENSKAP OCH HISTORIA.

Innehåll:

I. De vocibus primæ radicalis *w* earumque declinatione quæstiones Semiticæ comparativæ. I. Scripsit Es. Tegnér (Sid. 1—68).

II. Några anmärkningar om den Svenske Domarens inamovibilitet. Inbjudningsskrift af G. Broomé (Sid. 1—19).

III. Inbjudnings-Program till Rectorsombytet den 1 Juni 1870 af G. Broomé (Sid. 1—21).

IV. Föreläsningar och öfningar vid Carolinska Universitetet i Lund. Vårterminen 1870. (Sid. 1—11).

De vocibus primæ radicalis *w* earumque declinatione quæstiones Semiticæ comparativæ.

I.

Scripsit ES. TEGNÉR.

Novam ac recentem esse eam artem, quæ in linguarum comparatione versatur, quam alii linguisticam, alii philologiam comparativam, alii glotticam, alii (ut nuper Ascoli) glottologiam vocant, vel hoc significare videtur, quod appellatione privatim sibi assignata omniumque consensu recepta adhuc caret. Eæ ipsæ linguæ, quæ nobis proximæ sunt, Indo-Europæas dico, nostra fere memoria ita inter se conferri coeptæ sunt, ut ratio atque ars in comparatione instituenda valuerit, non temeritas et opinionis arbitrium. Sed præeunte Boppio, clarissimo viro, qui primus aut in primis hanc linguarum familiam invenit, tam multi tamque periti viri studia ad eam perscrutandam contulerunt, et tam industrie inter eos opus tamquam ferbuit, vix ut ulla hujus familiæ lingua jam sit, quam non docti viri cognatis linguis adhibitis diligenter et sollerter illustraverint. Jam et lexica et grammaticæ linguarum Indo-Europæarum comparativæ non ita paucæ in manibus sunt, quibus singularum linguarum vocabula et declinationes inter se componuntur et ad communem fontem quasi reducuntur.

Si vero ad familiam Semiticam nos convertimus, multa aliter esse videmus. Hæ enim linguæ quum longe arctiore necessitudinis vinculo inter se conjunctæ sint

---

Ann. Qua ratione usus sim, quum sonos Semiticos nostris literis exprimere necesse esset, jam hoc loco paucis exponam. Quum neque Brockhausiana neque Lepsiana literatura mihi uti liceret, neque omnino literis apicibus notulisque distinctis, et tamen singulos sonos ad obscuritatem evitandam singulis literis declarare vellem, hæc signa vel ipse novare vel ab aliis novata recipere ausus sum: ʾ Arab. أ, h Arab. ح (litera Aethiopica *Haut*), **h** Arab. خ (Aeth. *Harm*), ʿ Arab. ع, **g** Arab. غ, g Arab. ج *(dj)*, *q* Arab. ق (Aeth. *Qâf*), *z* Arab. ز (Aeth. *Zai*), z Arab. ظ, s Arab. ش (Aeth. S*aut*), *ç* Arab. ص (Aeth. *Çadai*), **d** Arab. ض (Aeth. *Çappa*), t Arab. ط, *ϑ* Arab. ث, *δ* Arab. ذ. Cetera signa, literis quæ dicuntur cursivis scripta, per se intelliguntur. — Literis Hebræis non modo voces Samaritanas et Phoenicias expressi sed etiam, Noeldekii et Osiandri auctoritatem secutus, Mandæas et Himjariticas.

quam illæ, multo etiam prius comparandi causam et materiam præbuerunt. Velut jam decimo a Christo nato seculo Jehuda b. Quraisch, vir Africanus, lexicon comparativum conscripsit, quo radicibus formisque grammaticis linguarum Hebrææ, Aramaicæ, Arabicæ inter se comparatis demonstrat, has linguas vere cognatas esse "eademque forma principio signatas" [1]. Neque magis fieri potuit ut hæc cognatio eos fugeret, qui in nostris terris jam inde a XVI seculo linguarum orientalium studiis sese applicarunt. Imprimis ea ætate, quam jure polymathismi et polyhistorum vocant, qua ætate studia Semitica etiam læta ceperunt incrementa, seculo igitur XVI et XVII multis libris "harmonia", ut tunc dicebant, linguarum Semiticarum exposita est; ex quo genere satis erit Ludovici de Dieu et Edmundi Castelli libros commemorasse [2]. Jobus Ludolfus etiam — qui vastæ eruditionis laude multarumque linguarum peritia ipsum J. J. Scaligerum forsitan æquaverit, — quamquam neque lexicon harmonicum neque grammaticam conscripsit, tamen multa ad illarum linguarum comparationem contulit. Proximo etiam seculo nonnullæ grammaticæ harmonicæ prodierunt [3], sed in dies hoc genus obsolevisse videtur [4]. Quamquam illis etiam temporibus Schultensii, Michaëlium, aliorum opera linguarum Semiticarum comparatio progressus nequaquam contemnendos fecit, ac nescio an majores quam omni illa grammaticarum harmonicarum turba; quæ magna ex parte id solum agebant, ut similibus similium linguarum formis compositis discentium commoditati subvenirent, quænam essent harum similitudinum causæ, quo nexu illæ formæ inter se conjunctæ quove modo alia ex alia nata quærere negligentes. Nostra denique ætate multi etiam exstiterunt homines et ingenii et doctrinæ laude ornatissimi, qui singulis linguis Semiticis ex ceterarum comparatione multum lucis afferrent, ut Gesenius, Ewaldus, Dillmannus, Noeldekius, alii, quos enumerare longum est. Ac

---

[1]) De hoc viro aliisque grammaticis Arabicis et Hebræis qui eum secuti sunt, videas Geiger, Die Ursprung der Sprache 1869 p. 22—3. — Delitszch, Jesurun 1838 p. 63—4. Böttcher, Ausführliches Lehrb. d. Hebr. Sprache 1866. I p. 55—6.

[2]) Alios videas apud Zenkerum, Bibliotheca orientalis II (1861) p. 128, et Hoffmannum, Grammatica Syriaca 1827 p. 47 sqq.

[3]) Suethice etiam hujusmodi opus conscriptum est, cujus titulum afferre libet: ܡܦܬܚܐ ܕܣܘܟܠܐ vel מַפְתֵּחַ דַּעַת det är: Nyckelen till Förståndet, eller Inledning till de fyra Orientalspråken, Hebraiskan, Chaldaiskan, Syriskan och Arabiskan — — framgifven af Jacob Scherping. Scaris 1754.

[4]) Ultimum quod sciam hujus generis exemplum est J. S. Vateri Handbuch d. hebr., syr., chald. und arab. Grammatik 1802, ed. alt. 1817. — Hornemani liber, qui inscribitur Observationes de harmonia linguarum orientalium, Ebraicæ, Chaldaicæ, Syriacæ et Arabicæ, Havniæ 1788, ed. alt. aucta 1826, nihil fere nisi sonorum permutationes tractat.

tamen usque ad hoc tempus grammatica linguarum Semiticarum vere comparativa desideratur. Illi enim a sua quisque proficiscentes lingua ea tantum ex cognatis attulerunt, quæ ad suam cujusque illustrandam valere iis visa sunt; nemo universum Semitismum amplexus singulas linguas eo retulit. Dolendum est Ewaldo, clarissimo viro, qui sibi jam inde ab adolescentia in optatis fuisse dicit ut tali labori se dare posset [5]), hoc non contigisse. Renanius quoque talem librum promisit [6]), sed votum exsolvere nondum potuit.

Qua in re non possum non admirari, si operosum illum et magnæ eruditionis magnæque sagacitatis laborem nemo totum suscipere ausus sit, quod nemo saltem ex universa grammatica Semitica quæstionem aliquam sibi proposuerit, quam per omnes hujus familiæ dialectos persequeretur [7]). Apparet enim ejusmodi disputationibus, modo recte instituantur, viam ad grammaticam illam comparativam optime muniri.

Hac igitur opinione ductus particulam quandam grammaticæ Semiticæ mihi sumpsi, quam exponere et explicare pro viribus conaturus sum. Et quamvis non dubitem, quin hic libellus multa habiturus sit, quæ neque satis diligenter examinata neque satis recte explicata sint, multa quæ omnino eruere non potuerim, tamen ideo fortasse aliquam veniam impetrabo, quia neque ullum habui exemplar, ad quod disputationem meam conformare possem, et perdifficile est tot linguas scrutari, quarum nonnullæ justo nimis a grammaticis neglectæ jacent.

Scripturus igitur sum de vocibus primæ radicalis *w* in linguis Semiticis. Quas voces quum in omnibus dialectis plus minusve a communi declinandi ratione recedere viderem, eo potius mihi tractandas elegi. Quas enim vulgo anomalias appellant grammatici, eæ quam plurimum pretiosa antiquitatis monumenta inveniuntur, vel certe ad priorem linguæ statum originem referunt eumque sæpe illustrant. Namque ut in universa rerum natura nihil omnino est, quod causa et ratione careat, ita illis etiam anomaliis semper aliquam justam causam subjectam esset comparebit, quo si eas revocaveris, omne illud anomalon evanescat. Si in pervulgata re exemplo opus est, utar ex ipsis verbis primæ *w* sumpto. Quod verbum Hebræum יָלַד formam Hifilicam habet הוֹלִיד non הִילִיד (ut הִפְעִיל), id si solam linguam Hebræam respicimus anomalon sane est, sin vero reputamus primum quod illud *j* recentiore demum tempore ex *w* natum est, tum quod vocalis syllabæ præformativæ initio fuit *a*, apparet tantum abesse ut

[5]) Ausführl. Lehrbuch der Hebr. Sprache. 8 ed. 1870 p. 13.

[6]) Histoire générale et système comparé des langues sémitiques I. 3 ed. 1863 p. IX.

[7]) Hoc dixerim pace Dietrichii, Hupfeldi, Meieri, Prymii, qui nonnulla, neque ea contemnenda, in hac re præstare inceperunt.

forma הוֹלִיד (quam ad הֲוְלִיד referendam esse ex linguæ Hebrææ consuetudine facile conjicitur) anomaliæ quid habeat, ut pristinam illam declinationem Semiticam accuratius quam altera forma exprimat.

Id autem ipsum nostræ arti proprium est, ut exlegem illam, quæ in linguis valere videtur, varietatem et inconstantiam ad suas causas studeat revocare, ut appareat varietatem ex unitate esse natam, inconstantiam autem, quæ creditur, certis quibusdam et definitis legibus regi. Eæ autem causæ, quibus adductæ vocabulorum formæ ac figuræ (de significationibus enim dicere hoc loco non attinet) sensim illæ quidem ac paullatim sed tamen quovis fere temporis momento mutationes subeunt, ad duo fere genera referri posse mihi videntur, alterum quod ad corpus nostrum pertinet, alterum in quo mentis humanæ vis quædam et effectus cernitur. Illud genus omnes eas mutationes complectitur, quas phoneticas appellant, quæ a quodam commoditatis — minime autem, quam vulgo jactant, euphoniæ — studio profectæ ipsa oris natura necessario fiunt. Ipsa enim natura sonos ita struere studet, ut neve asper eorum concursus neve hiulcus sit sed quodammodo coagmentatus et levis. Hæ igitur mutationes quum sua sponte neque ullo nostro consilio oriantur et semper eodem spectent, nempe ut enunciandi facilitati consulatur, in diversis linguis simillimæ facile fiunt, atque adeo semper et ubique eædem manerent, nisi aliud aliorum oribus commodum esset. In iis vero linguis quæ cognatæ et finitimæ sunt maxima, ut par est, harum mutationum similitudo cernitur, quo fit ut diversæ ejusdem familiæ linguæ, suam quæque viam secutæ, ab eadem forma post secula interjecta in eandem devenire possint. Ut lingua Neoarabica multa habet quæ Hebraismum et Aramaismum redolere dicas, ut linguæ quæ dicuntur Romanicæ in multis rebus cum lingua Pracrita conveniunt [8]).

Altera mutationum causa assimilis est ei legi, quam physici ita statuunt, ut corpora se in vicem allicere et trahere dicant minusque semper majus sequi. Quam legem in nostra arte melius analogiæ nomine describimus. Analogia enim id efficit, ut quæ voces sive significationis similitudine sive alio quovis nexu tamquam in unam familiam conjunctæ et consociatæ videantur, etiam formâ facile ea condicione inter se assimulentur, ut debilior fortiori cedat [9]). Eadem lex efficit, ut si qua declinandi ratio usitatior sit, ea non raro ceteras paullatim summoveat absorbeatque. Exempli loco afferam vocem Hebræam גְּדִיָּה, quæ forma feminina a

---

[8]) V. Haag, Vergleichung des Prakrits mit den Romanischen Sprachen 1869.

[9]) Insigne hujus generis exemplum lingua Suecana præbet, quum plurimas fructuum appellationes propria quadam et peculiari terminatione in eandem classem conjungit, ut smultr*on*, fik*on*, pär*on*, hjortr*on* cet. (de qua forma v. Rydqvist, Svenska Språkets lagar II. p. 220—1).

masc. גְּדִי (pro *gadj*, Arab. جَدْيٌ Syr. ܓܰܕܝܳܐ) eodem modo ficta est ac יְהוּדִיָּה a יְהוּדִי, quamquam hujus vocis *î* (pro *ijj*) terminatio adjectiva est et prorsus alieni generis. Vera forma erat גְּדִיָה.

Hæ autem leges nonnumquam inter se pugnare et in diversas partes trahere possunt. Exemplo sit forma **jawsan*, quæ si lex phonetica valet, Hebraice erit יוֹשַׁן, sin vero analogiæ, יִישַׁן (ut יִכְבַּד). Imo quas anomalias illa creat, hæc interdum tollit, ut quum Neoarabice dicitur أُوقَف (Impt.) pro eo quod antea erat قِفْ. Vide tamen ne hoc ipsum anomalias tollere quodam modo sit anomalias creare, siquidem illis etiam quæ tollantur anomaliis justas causas subesse diximus.

Hæc quum accuratiore explicatione egerent, breviter tantum ac summatim hoc loco attingere debui. Multa autem per omnem disputationem invenies exempla, quæ ad alteram legem referantur.

Per quas linguas formas vocum primæ radicalis *w* persequi conatus sim et qua ratione has linguas disposuerim, hæc tabella indicabit:

I. A. Lingua Arabica ejusque dialecti recentiores: Ægyptiaca, Syriaca, Mauritana, Melitensis cet.
B. lingua Himjaritica;
lingua Aethiopica;
(lingua Tigré [1]).
? Lingua Assyria [2]).
II. A. Lingua Hebræa biblica, mischnica, rabbinica, (dialectus Samaritano-Hebræa) [3]);
lingua Phoenicia;

---

[1]) Paucissima tantum ex hac dialecto afferre possum, quippe quam ex solo vocabulario Munzingeriano lexico Aethiopico Dillmanni agglutinato cognoverim.

[2]) Ex iis, quæ Angli de hac lingua scripserunt, ob librorum raritatem non multa videre potui. Norrisii tamen libro (Assyrian Dictionary I. 1868 II. 1870) usus sum. Doleo hunc librum solas literas א — ל complecti, omniaque verba omittere. Nihilo minus ex exemplis ibi allatis satis multas verborum primæ *w* formas colligere potui. Plurima autem ad hujus linguæ cognitionem ex Oppertii et Menantii scriptis hausi.

[3]) Petermann, Versuch einer Hebräischen Sprachlehre nach d. Aussprache d. heutigen Samaritaner 1868 (Abh. für die Kunde des Morgenl. V. 1.) Hæc autem quum non vera dialectus sed depravatus quidam legendi modus sit, non magnum inde ad hanc disputationem fructum capere potui.

B. lingua Chaldaica biblica, targumica, talmudica [3];
lingua Samaritana;
dialectus christiana Palæstinensis [4];
lingua Syriaca antiqua;
lingua Mandæa;
lingua Neosyriaca [5].

Ad hanc tabulam illustrandam nonnulla habeo quæ moneam. Primum omnes eas linguas omisi, quas Hamiticas et Subsemiticas appellare solent, quæ si re vera cum linguis Semiticis eandem habent originem, tamen multo longius ab iis absunt quam illæ inter se. Neque igitur linguam Aegyptiacam comparavi, quamquam eam nuper Brugschius etiam, clarissimus vir, cum linguis Semiticis conjunxit [6], neque linguas Tamaschek (Tuareg), Saho, Galla, Sômâlî, Dankâlî adhibui, quas nonnulli familiæ Semiticæ cognatas esse credunt [7]. Lingua Ehkili, quam Semiticam esse Fresnelius probavit [8] usque adhuc fere incognita est et tanta sonorum corruptione laborare videtur [9], ut eam omittere debuerim. Linguam Tigriñam autem et Amharicam itemque linguam Harari [1], quamvis satis depravatæ esse videantur linguarumque Hamiticarum admixtione corruptæ, si potuissem cognoscere respexissem.

[3]) Dialectorum Talmudicarum grammatica quum adhuc fere inculta et neglecta jaceat et ipse his dialectis studere non potuerim, in Luzzatti libro (Elementi grammaticali del Caldeo biblico e del dialetto Talmudico Babilonese 1865) acquiescendum fuit. Nonnulla etiam quæ huc pertinent ex Opitii libro (Chaldaismus Targumico-Talmudico-Rabbinicus Hebraismo harmonicus, ed. 3. 1696) didici.

[4]) Vide Nöldeke, Beiträge z. Kenntniss der aramäischen Dialekte II. Zeitschrift der Deutschen Morgenl. Gesellschaft XX p. 445—538.

[5]) Linguam Mandæam et Neosyriacam non ex ipsis literarum monumentis sed ex præstantissimis Noeldekii grammaticis cognovi (Ueber die Mundart d. Mandäer. Abh. der kgl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen X. 1862. — Grammatik der Neusyrischen Sprache am Urmiasee u. in Kurdistan. 1868). De linguæ Mandææ formis etiam in Merxii Grammatica Syriaca II. 1870 uberius disputatur.

[6]) Es steht mir nämlich fest dass die Altägyptische Sprache d. h. die ältere Gestalt derselben *im Semitischen wurzelt.* — — Im Voraus kann ich es weissagen, dass die Sprachforschung eines Tages erstaunt sein wird über das enge Band der Verwandschaft, welches die Aegyptische Sprache mit ihren Semitischen Schwestern zusammenknüpft, and über die mir jetzt feststehende Thatsache, dass alle eine gemeinsame Mutter haben, deren Ursitze an den Ufern des Euphrats und Tigris zu suchen sind. — Hieroglyphisch-Demotisches Wörterbuch. I. 1867 p. IX. Notum est Bunsenium, Benfeyum, multos alios idem sentire.

[7]) V. Renan, l. c. p. 90, 339. — Benfey, Geschichte der Sprachwissenschaft in Deutschland 1869. p. 683, 733. — Schmidt, Abriss der Shoagallagrammatik ZDMG. XX p. 227.

[8]) Lettre sur l'histoire des Arabes avant l'islamisme. Journal Asiatique 1838.

[9]) Ex لأبيه patri, patris e. gr. factum est زيش, Fresnel, l. c. p. 540.

[1]) Hanc linguam Semiticam esse Fr. Mülleri disputatione (Ueber die Hararî-Sprache im öst-

Linguam Assyriam inter familiam Arabicam et Hebræo-Aramæam collocavi, quia nondum liquet utri magis affinis sit. Procedente disputatione nonnulla afferentur, quæ ad hanc controversiam dijudicandam forsitan valere possint.

Earum quas supra enumeravi linguarum comparationem ita instituam, ut primum linguas finitimas inter se conferens, eam cujusque vocis et declinationis formam conjectura assequi coner, unde singulæ linguæ suam quæque derivaverint, tum demum formas ex linguis minus propinqua cognatione illas contingentibus adhibeam. Itaque si verum est linguam Hebræam ab Aramaica propius abesse quam ab Arabica et Æthiopica, vel, quod idem est, si lingua Hebræa et Aramaica per quoddam tempus una vixerunt nihildum inter se diversæ, postquam a familia Arabo-Æthiopica jam discesserunt, mihi non licere credidi, ut formam Hebræam cum forma Arabica conferrem, nisi exploratum haberem eandem formam ad linguas Aramaicas etiam pertinere vel dicam pertinuisse. Qua in re sæpe ab iis peccatur, qui in linguarum vel Semiticarum vel aliarum comparatione versantur [2]). Hac igitur via singulas formas ad linguam illam, quam novata voce *Protosemiticam* appellare liceat, universi Semitismi matrem, unde omnes dialectos tamquam filias ortas esse credendum est, referre conabor, non secus ac per radios convergentes ad centrum circuli revertuntur. Renanii enim, cl. viri, sententia, ad confusam quandam dialectorum varietatem tamquam ultimum Semitismi fontem atque caput redeuntis [3]), non magis ferri potest, quam si quis credat sororibus geminis non unam sed multas fuisse matres [4]).

Linguarum Semiticarum alii aliam linguæ Protosemiticæ formam et habitum fidelius referre credunt. Ewaldus, Renanius multique alii volunt linguam Hebræam in familia Semitica linguæ Sanscritæ partes sustinere, Fürstius, Luzattus, Freytagius

---

lichen Afrika. Sitzungsber. d. kgl. Akad. d. Wissensch. zu Wien 1863) sine controversia comprobatum est. Isenbergii et Burtonii libros adire non potui.

[2]) Si more Schleicheriano formula mathematica hoc scribere velimus, hæc fere sit. Sint a, b, c, d signa variarum formarum, quas eadem vox in quatuor linguis induit, sintque hæ linguæ eo modo inter se cognatæ ut prima lingua cum secunda, tertia autem cum quarta arctius cohæreat. Tum principalis hujus vocis figura non ita designanda est ut sit $\sqrt{a+b+c+d}$, sed per formulam quæ est $\sqrt{\sqrt{a+b}+\sqrt{b+c}}$.

[3]) Hist. générale et syst. comparé des langues Sémitiques I. p. 101 sqq.

[4]) Renanii rationem, quæ si vera esset omnem artem linguisticam prorsus everteret, bene refutavit Whitneyus (Language and the study of language 1867 p. 117 sqq.) — Miror quod Max. Müllerus eandem fere sententiam contra Grimmium, qui rectum jam viderat, defendit. (Vorlesungen über die Sprachwissenschaft. Uebers. 1863 I. p. 47 cfr p. 149.) — Bastianus etiam (Sprachvergl. Studien mit bes. Berücksichtigung der Indo-Chinesischen Sprachen 1870 p. 252 sq.) linguarum originem per eandem quasi petitionem principii refert ad "eine ohne bestimmte Färbung in zahllose Dialekte zertheilte Unterlage".

et nuper, ut videtur, Lagus [5]), linguam illam primævam Semiticam linguis Aramaicis potissimum similem fuisse putant, alii, ut Olshausenius, principatum deferunt Arabicæ. Cujus sententiæ quum ego haud dubitanter assentiar, idque eo magis postquam in vocibus primæ *w* examinandis eam multis modis confirmatam vidi, semper in comparatione instituenda ab hac lingua proficiscar.

Jam vero his præmissis ad ipsa verba primæ radicalis *w* transeamus. Hæc verba in omnibus linguis Semiticis anomala esse jam supra significavimus, cujus rei causam in prima radicali debili, sive ut Arabes dicunt حرف العلّة, esse positam manifestum est. Neque vero hæc verba ita tantum a verborum perfectorum norma discedunt, ut ea quæ ab altera consona debili *j* incipiunt; quorum anomalia ita comparata est, ut jure suspicari liceat, eam multo recentiore tempore exstitisse et a lingua Protosemitica omnino alienam esse. Confidenter enim statui potest et argumentis mox comprobabitur, multas formas a verbis primæ radicalis *w* derivatas, ut imperfectum, imperativum, infinitivum, jam tum fuisse anomalas, quum primus ille linguarum Semiticarum digressus et discessus fieret. Primum autem de ipsa radicis natura nonnulla dicenda sunt.

Radicibus triliteris, quas linguis Semiticis peculiares ac proprias esse constat, quasi fundamenta suppositas esse formas quasdam biliteras multi suspicati sunt. Jam inter Arabes nonnulli grammatici aliquid ejusmodi conjecisse videntur. Baidâwius (Comm. in Al-Qur'ânum, ed. Fleischer I. p. ١٧) omnibus radicibus quarum primæ radicales sunt فن eandem significationem primariam tribuit, et (l. c. p. ١٨, ١٩) de vocibus a literis فل incipientibus similem rem valere indicat [6]).

Imprimis, ut par est, eæ radices hanc sententiam commendare visæ sunt, quarum aliqua radicalis "litera debilis" esset. Id fortasse huc non pertinet, quod jam seculo decimo R. David ben Abraham (quem Abraham ha-Babli etiam appel-

---

[5]) Lärokurs i Arabiska Språket 1869 p. 16 (cfr tamen p. 34). — Arabes quoque linguam Aramaicam ceteris linguis antiquiorem esse existimant. Renan l. c. p. 307. — Lanii Lexicon Arabicum I p. VII. Apud veteres vulgata erat opinio, "linguam antediluvianam" fuisse Hebræam, imo ipsum Deum hac lingua loqui solere. V. Pfeiffer, De lingua protoplastorum, Disp. Wittenb. 1663. — Morinus, De lingua primæva, Ultraj. 1694. -- Cfr etiam Delitzsch, Jesurun p. 47 et Benfey, Gesch. der Sprachwissenschaft p. 179.

[6]) Alia ejusdem generis ex Arabum libris grammaticis collegit de Sacyus, Anthologie grammaticale arabe 1829 p. 449 sq. — Chrestomathie arabe, 2 ed. III. p. 231.

lant) [7]) verbis Hebræis ילד, יצא, ישב radices biliteras לד, צא, שב subjicit; radicem enim clarissimus lexicographus non id dicit, unde cetera prognata sunt, sed eas literas, quæ in voce flectenda semper integræ manent [8]). Qui primus illam de radicibus biliteris suspicionem ad rationem et quasi artem revocare animum induxit, Casp. Neumannus († 1715) fuisse videtur, quamquam ipse ad Thomam Anglum et G. Stjernhjelmium, illustrissimum nostrum popularem, nonnulla ex suis refert [9]). Is igitur "genesin linguæ sanctæ" exquirens et eruens — cognatarum enim dialectorum nullam fere habuit rationem — quum videret ex ternis singularum radicum consonis binas tantum quasi significativas esse (cfr דָּכַךְ, דּוּךְ, דָּכָא, דָּכָה; טוֹב, יָטַב) radices triliteras ex "seminibus" quibusdam biliteris ortas esse conclusit. Quin etiam hæc semina quodammodo ad "embryones" uniliteros revocare ausus est, singulis literis significationes quasdam "hieroglyphicas" tribuens. Has autem significationes ex literarum Hebræarum sonis, nominibus atque adeo figuris [1]) examinatis inter seque comparatis elicere posse sibi videbatur. Cui sententiæ quum Loescheri imprimis, clarissimi illis temporibus viri, nomen auctoritatem conciliaret, multi per seculum XVIII docti viri astipulati sunt. In nostra etiam patria strenuum invenit defensorem Joh. Engestroemium [2]). Illi igitur id cujusque vocis semen arbitrabantur, quod literis accessoriis אהוינת et ex geminatis altera detractis restaret [3]). Ea autem verba, quorum omnes literæ firmæ essent, ex duobus seminibus eo modo conflatas esse putabant, ut media radicalis bis intelligenda esset: מֶלֶךְ igitur a מל et לך compositum

[7]) Neubauer, Notice sur la lexicographie hébraique. Journal Asiatique 1861 p. 468, cfr id. l. c. 1863 p. 195.

[8]) Vocem igitur quæ est נטה Impf. Hif. וַיַּט ad radicem uniliteram ט refert.

[9]) Loescherus, De causis linguæ Ebrææ 1706 p. 140. Ipsius Neumanni libros inspicere non potui, eamque ob causam ignoro quo loco Stjernhjelmius suam de his rebus sententiam proposuerit. (Fortasse in disputatione, qui inscribitur: Magog Aramæo-Gothus sive origines vocabulorum in linguis fere omnibus ex lingua Suethica veteri. Upsaliæ s. a.)

[1]) Literæ enim Hebrææ non secus atque ipsa lingua sacræ quodam modo existimabantur, variisque modis de earum origine hujus ætatis scriptores alucinati sunt. Nobilitata est absurda Helmontii opinio, credentis eas esse "picturas repræsentantes linguæ nostræ motus" (Alphabeti vere naturalis brevissima delineatio 1667). — Mirus sane nobis videatur Neumanni ceterorumque error, qui sermonem humanum a literis, longe posteriore tempore inventis, pendere crediderint. Nolimus tamen nimis severum de iis ferre judicium. Nonne hac etiam ætate in linguis describendis sæpe soni literæque ita confunduntur, ut quum de illis dicendum esset, ad has tantum attendatur?

[2]) Grammatica Hebræa, s. lingua Hebræa restituta semper sibi constans et anomaliarum plane expers. Lond. Goth. 1734.

[3]) Loescherus, l. c. p. 369.

esse [4]). Quamquam haud sane liquet quomodo Neumannus ejusque secta hæc semina interpretati sint; iidem enim linguam Hebræam primigeniam et quasi naturalem esse censebant, negabantque ullam fuisse priorem [5]).

Cur igitur semini bilitero in multis verbis consona י (quæ apud Hebræos in his verbis vice consonæ principalis *w* fungitur) præfixa sit, id ex significatione hieroglyphica literæ י explicandum est, quam Loescherus ita indicat ut "vim quandam agendi excitatam denotare" credat [6]). "Indoles, inquit, verborum præformatorum Jod est, ut semini suo vitam addant, h. e. actionem vivam repræsentent, e. gr. quum טב notet bonum quid, præformatum יטב indicat bonum vividum et in actu positum, bene se gerere, bene se habere" [7]). Eodem fere modo Engestroemius: Litera י, inquit, indicat vim agendi excitatam; imprimis conspicua est notio in triliteris, quæ Jod præformatum biliteræ radici adjecere, ut יקץ evigilavit, ירא timuit etc., quippe quæ singula excitationem quandam præsupponant" [8]).

---

[4]) Jam Mutarrizius eodem fere modo radices Arabicas enodasse videtur (Sacy, Chrestomathie arabe, 2 ed. III p. 231). — Nuper huic rationi assentitus est Leguestius (Essai sur la formation et la décomposition des racines arabes 1856) qui si ipsi credendum est "arrive ainsi à des résultats très-curieux et très-philosophiques." (p. 31).

[5]) Hoc etiam Svenoni Munthe occurrisse videtur, qui nodum his verbis expedire conatur: "Non obstat, quod Adamus bestias denominaturus nominibus triliteris eas insigniverit, cum ex biliteris *antea sibi cognitis* pro natura unius cujusque bestiæ, quatenus huic vel illi semini esset adæquata literam superaddere potuerit, ad inculcandam differentiam aliquam specificam, vi cujus speciale objectum determinare et ab aliis, eadem determinatione generali dignis, discernere voluit". — Tentamen graduale de Hebræorum primitivis biliteris (præs. Engeström) Lond. Goth. 1738 p. 11.

[6]) L. c. p. 264.

[7]) L. c. p. 376. Eandem literæ *j* vim in nomine Dei quod est יה, יהוה agnoscit. Quum ea quæ Loescherus de hac voce dicat, ejus rationem bene illustrare videantur, ipsius verba transcribere liceat: "Nomen Dei יה duabus constat literis, quarum prior vitam sive essentiam Dei notat, posterior subsistentiam; י enim est character vitæ, ה præsentiæ et personæ. At tetragrammaton יהוה multis parasangis excellentius est; id enim unam Dei essentiam initiali Jod, tres personas tribus sequentibus literis indicat. Cum vero ex indole Ebraismi tria ה conjungi non possint, loco ה medii ponitur ו, nec istud sine gravissima ratione. Est enim Vau litera combinans, conjungens, mediatrix (ut in cavis verbis videmus) quare aptissime ostendit, secundam personam divinam mediatorem esse Dei et hominum, quæque peccato divulsa erant, conjungere et combinare." Sancta fere et reverenda simplicitas est quum addit: "Utinam hæc obcœcatæ Judæorum mentes nobiscum agnoscerent, sapientissimoque Numini pro tot in Ebraismo latentibus thesauris gratias agerent." — Cum his conferri potest quod "Cabbalistis id μυστηριῶδες videtur, quod literæ quiescentes aptissimæ sint ad Deum, ens quietissimum omnisque quietis fontem repræsentandum." — Joh. Simonis Introd. grammatico-critica in linguam Hebræam 1753 p. 84.

[8]) Gram. Hebræa, p. 21.

Multa ex his nimis obscura et frigida erant, quam quæ communis popularisque prudentia diu ferre potuisset. Universam igitur illam de vi literarum hieroglyphica doctrinam et C. B. Michaëlis et ejus filius J. D. Michaëlis [9]) tam gravibus argumentis refutaverunt, ut nesciam an jam inde ab illo tempore prorsus ejecta et explosa fuerit. Quod autem radices triliteras ex seminibus simplicioribus exortas esse voluerunt, id usque ad hanc ætatem plurimis doctis viris probatur et quidem quum multis, qui intra Semitismi fines constiterunt, tum iis nimirum, qui familiam Semiticam cum Indo-Europæa, Hamitica, Turanica, aliis comparare amant. Ipse igitur J. D. Michaëlis, Gesenius, Hupfeldus, Fuerstius, Delitzschius, Luzzattus, E. Meierus (qui radicem bisyllabam monstrum biceps appellat) Dietrichius, Roediger, Lindbergius, Olshausenius, Boettcherus, Fleischerus, Merxius, Guil. de Humboldt, Bunsenius, Raumerus, Ascoli, alii aut omnes omnino radices Semiticas aut certe radices, quæ vocantur, infirmas ad semina sive Merxii vocabulo utor germina bilitera referunt. Ewaldus radices Semiticas jam inde a principio triliteras fuisse arbitrari videtur; quamquam ea quæ de hac re disserit satis obscura sunt [1]). Renanius mediam quandam viam, eandem fere ac Munthius, tenere conatur [2]).

Quonam autem modo ex illis seminibus formæ pleniores manaverint, de eo plurimi nihil docent, ceteri inter se dissentiunt. Alii enim, ut Meierus, per reduplicationem, consonantium dissimilatione sæpe obscuratam, omnia explicant; alii ut quadriliteras ex triliteris, ita triliteras ex biliteris libera et, si modo recte intellexerim, fere fortuita consonæ vocalisve intercalatione exstitisse arbitrantur, quæ sententia novissime a Merxio proposita et defensa est [3]); alii de præpositionibus inseparabilibus radici biliteræ præmissis cogitant, ut Fuerstius, Delitzschius (schola quam ipsi vocant historice analytica); alii denique, ut nuper Ascoli, tertiam radicalem literam forma-

---

[9]) Beurtheilung der Mittel welche man anwendet, die ausgestorbene hebräische Sprache zu verstehen 1757 p. 88 sqq. Hic liber multa de arte linguarum comparativa tam prudenter cogitata, tam acute disputata habet, ut nostro etiam tempore delectationem et utilitatem inde capere possimus.

[1]) Sprachwissenschaftliche Abh. II. Ueber d. Zusammenhang des Nordischen (Türkischen), Mittelländischen, Semitischen u. Koptischen Sprachstammes. Abh. d. kgl. Akad. d. Wissensch. zu Göttingen X. p. 61 sqq. — Lehrb. d. Hebr. Sprache, 8 ed. p. 29. — Cfr etiam E. Meier, Hebräisches Wurzelwörterbuch 1845 p. VI sq.

[2]) Le Sémite n'aura pas commencé à exprimer l'idée de *briser* par le monosyllabe פר, d'où seraient dérivés postérieurement פרץ, פרר etc. Toutes ces variantes du thème primordial ont dû coexister dès l'origine, et פר n'est qu'une abstraction logique, un être de raison, formant, il est vrai, l'essence des mots précités, mais n'ayant jamais eu d'existence isolée. l. c. p. 99.

[3]) Grammatica Syriaca p. 144 sqq.

tivam esse credunt, ipsamque radicem triliteram cum nominibus quibusdam verbalibus Indo-Europæis conferunt: *sah-ata* proprie corruptor, *kar-ata* sector [4]).

Hæ variæ quas de radicum Semiticarum origine commemoravimus sententiæ, ita ad nos pertinent, si quid statuunt, quo verba primæ *w* a ceteris vocibus sejungantur. Hoc autem in eos cadit, qui primam illam radicalem non radici ab initio propriam sed tamquam extrinsecus ascitam esse volunt.

Apparet igitur eos, qui tertiam radicalem externam et adventiciam esse putent, de prima non temere idem posse prædicare. Quamobrem consentaneum est quum Ascoli, clarissimus vir, vocabula quæ sunt *walada, warada* non ad semina quædam *lad, rad* (quod nonnullis [5]) placet) sed ad *wal, war*, vel potius utrumque ad *war*, refert [6]). Ejus igitur sententia hoc loco nostra non interest.

Neque magis si Meiero credendum est radices biliteras per reduplicationem in triliteras abiisse, consona initialis *w* in ulla alia causa est quam ceteræ radicales: وكل, وهب, وعد pro ككل, ههب, ععد "vornverdoppelte Perfecta", ولد, وبل, pro ولو, وبو "hintenverdoppelte Pf. durch Wiederholung des ersten Radicals", وسن, وتر, יצר pro وسس, وتت, יצץ "hintenverd. Pf. durch Wiederholung des zweiten Radicals", eadem ratione vel potius eadem licentia exstitisse intelligenda sunt, atque عقد, שחל, בגד e ققد, שחש, בגג. Quod igitur in universa ratione Meieriana [7]) jure reprehendere licet, eum reduplicationis legem, quam in linguis Semiticis latissime patere recte scilicet vidisset, parum consulte usque quaque inquisivisse, id etiam huc pertinet.

Neque vero multis verbis disciplinam "scholæ historice analyticæ" diluere ac refellere studeam, quam dubito an hodie omnes fere deseruerint. Nihil enim ab indole linguarum Semiticarum magis alienum esse potest, quam totum illud compositionum genus, quod iis auctoribus in ipsis radicibus ubique regnat. Quod? quod hæc ratio adeo vaga et inconstans est, ut nulli omnino literæ præpositionis vim non tribuat [8]), eadem quæ sit harum præpositionum significatio, quæ origo, in-

---

[4]) Studj ârio-semitici, II. Memorie del R. Istituto Lombardo X. p. 35, sq.

[5]) Ut Raumero, qui cum radice ילד Græcum Λητώ confert. Untersuchungen über die Urverwandschaft der Semitischen u. Indoeuropäischen Sprachen. Forts. 1867 p. 18.

[6]) Studj, l. c. p. 24. Radicibus Sanscritis *gan* gignere et *ga* ire collatis addit: "Una curiosa analogia, peculiarmente Semitica, vorrei qui aggiungere. *Varada* (= ariano *varta*) dice in favella Semitica (l'ebr. ירד) andar giù e transitivamente mandar giù: "l'occhio scende lacrime" a cagion d'esempio; — rasentiamo così il generare; e il *valada* partorire, generare de' Semiti, io stimerei perciò identico al loro *varada*".

[7]) Quam exposuit non modo in libro quem supra attulimus, Hebr. Wurzelwörterbuch, sed etiam in eo qui inscribitur: Die Bildung und Bedeutung des Plurals in den Semitischen und Indogermanischen Sprachen 1846.

[8]) Delitzsch, Jesurun p. 172.

vestigare plane negligat [9]). Satis erit monuisse hanc scholam primam radicalem *w* ad præpositionem Sanscrito-Semiticam nescio quam — quippe nesciunt enim ipsi — sæpe referre; velut in verbis ولد ·ילד, وهب יהב, وعد יעד, وقر יקר, وسن ישן. Alias autem voces, ut יְגַר tumulus, יָרֵחַ luna, יָרֵךְ femur, יָקָב ὑπολήνιον Delitzschius [1]) ita ad radices biliteras revocare conatur, ut nomina propria יעקב, יהוה, similia conferens, "Substantiva imperfectiva" eas esse dicat. Quod fortasse non fecisset si reputasset, hæc quæ dixi vocabula in linguis Semiticis meridianis pro *j* initiali habere *w:* Aeth. *wagr*, *warh*, Arab. وَرِكٌ وَعِلٌ وَقْبٌ. Imperfectivum enim illud *j*, ut est nativum, in his etiam linguis manet; conferas si placet Arab. يَنْبُوعٌ fons, يَرْمَعٌ turbo, rhombus, يَخْضُورٌ viridis; Himj. ינהב, יפרע nn. propria; Aeth. *jerbâh*, *jarbeh* gigas [2]).

Multa autem sunt, quæ eorum sententiam commendare videantur, qui Neumanniano fere modo literas quas dicunt debiles sive vocibus præmissas, sive in fine additas, sive medium locum tenentes a vera et primigenia radice segregant; quam etiam Merxii esse sententiam, quum diserte non dicat, ex ejus exemplis adducor [3]). Nam quod Neumannus sola Hebræa lingua examinata viderat, varias verborum imperfectorum classes ad eandem originem spectare, id si ceteras dialectos Semiticas adhibemus latius etiam patere invenitur. Imprimis lingua Arabica, ut vocabulorum ubertate ceteris antecellit, magnam exemplorum copiam suppeditat.

Quæ inter ceteras classes intercedat cognatio quærere omittens, hæc exempla verborum primæ *w* collegi, quæ cum aliis radicibus imperfectis conjungi posse videntur. Quorum si nonnulla, sola lexicorum auctoritate nixa, dubia sint, alia ejusdem generis non ita difficili opera reperiri posse credo.

a. Verbis mediæ geminatæ formisque Pilpelicis videntur cognata: وبص splenduit, micuit, dispexit catulus, بصّ, بصبص id.; وبل imbrem effudit (Assyr., Hebr., Aram. יבל in conjugationibus transitivis: adduxit), بلّ melit. *bell* rigavit, Hebr. בלל perfudit (בָּלֹל בַּשֶּׁמֶן); وبه superbivit, بهّ dignitate auctus est, بهبه II. honoratus est,

---

[9]) Delitzsch, l. c. 173. — Fürst, Concordantiæ Veteris Testamenti, p. XI.

[1]) l. c. 208—9.

[2]) De hac forma nominali cum imperfecti forma cognata v. Dietrich, Abhandlungen zur hebräischen Grammatik 1846 p. 136 sqq. — Osiander, Zeitschr. d. Deutschen Morgenl. Gesellschaft XX p. 221.

[3]) Gram. Syriaca p. 151.

superbivit; وثب exsiluit, Himj., Hebr., Aram. sedit (cfr. subst. Arab. وَثْبٌ solium), ثبّ, ثبثب firmius consedit; وحم vehementer appetivit, Hebr. יחם incaluit, concepit, حمّ calidus fuit, Hebr. חמם; وخز pupugit, خزّ transfixit; وخش vilis, ignobilis fuit, خشّ id.; ودس occultus fuit, دسّ occultavit; ورخ mollis et tenuis fuit farinæ massa, رخّ calcavit, رَخْو laxus, flaccidus, رَخْرَخ mollis et tenuis; وزف properavit, زفّ, زفزف id.; وشع, شعشع miscuit; وُشُوع et شُعّ (Qâmûs) texta aranea; وشغ, شغّ, شعّ urinam sparsim excrevit; وشق diffidit, separavit, شقّ id.; وشل, شلّ, شلشل stillavit; وظف pedicam cameli breviorem reddidit, ظفّ pedes cameli colligavit; وعب et عبعب II. totam cepit rem; وعك et عكّ ferbuit dies; وغل, غلّ, غلغل ingressus est; وقب ingressus est, propr. excavavit (cfr وَقْبٌ יֶקֶב), Arab. قُبَّة (Hisp. alcoba) Syr. ܩܘܒܬܐ opus concameratum, fornix; وقس rei turpis mentionem fecit, قسّ (dial.) turpiter cogitavit; وهر, وهس, وهص, وهط conculcavit, fregit, هسّ, هصّ, هصّ id.; وهل, هلّ timidus fuit, وَهَلٌ, هَلَلٌ metus; Aeth. *wahaka* I. 2 lacessivit, حكّ V. id.; *wadaqa* cecidit, *dadaqa* (pro *daqdaqa*)[4]) accidit; *waraqa* spuit, Hebr. ירק (Perf. Num. 12. 14; Deut. 25. 9) et רקק (Impf.), Syr., Chald., Mand. ܪܩ id.; Hebr. ישׁם vastatus est, שׁמם id.; Syr. ܪܘܪܒ (Akt. ܐܪܘܪܒ) magnus factus est, ܪܘܪܒ magnificavit (pro ܪܒܪܒ cfr ܟܘܟܒ, Hebr. כּוֹכָב, Arab. كَوْكَبٌ pro **kabkab*), Arab. ربّ magnus fuit, Aeth. *rababa* expandit, Hebr. רבב multus fuit. — Hæc etiam nomina addam, de quibus infra plura dicenda sunt: ضِئْضِئٌ, صِئْصِئٌ radix, Aeth. **ḍâ'ḍâ'** fetus, expensa, Hebr. צֶאֱצָאִים propago, proles, quæ cum radice **wada'a* exiit, prodiit, Aeth. *wad'a*, Hebr. יָצָא id., Aram. יְעָא ܝܥܐ progerminavit, floruit, Arab. وَضُؤَ luxit, nitidus fuit[5]) cohærent; Aeth. *habhab* donum, merces, Hebr. הַבְהָבִים a radice *wahaba* dedit derivata; Aeth. *sabsâb*

---

[4]) Dillmann, Gram. der Aethiopischen Sprache 1857 p. 108.

[5]) Proprie, ut videtur, 'ortus est sol' (יצא השמש), tum vero 'illuxit'; v. Dietrich, Gesenii Hebr. u. Chald. Handwörterbuch, 7 ed. 1868 p. 369. (Ita etiam Schroederus, Oppertius). — Ad formam وضأ, non ad وصأ ceterarum linguarum formas revocandas esse, ideo credibile est, quod sonus ض sæpius, ص autem raro Aramaice in ע transit; cfr بَيْضَة Syr. ܒܝܥܬܐ ovum (Hebr. בֵּיצָה); أَرْض Syr. ܐܪܥܐ terra (Hebr. אֶרֶץ); ضَأْن Syr. ܥܢܐ (Hebr. צאן) pecora, cet.

matrimonium, quod cum verbo *awsaba* II. 1 et *tawasaba* III. 1 in matrimonium duxit (propr. secum cohabitare fecit), itemque adj. *wəsûb* fem. nupta ad radicem *wasaba* sedit referendum esse, jam recte monuit Ludolfus; *sâ'sâ'* eloquentia, *sə'sû'* facundus, a rad. *was'a* III. 1 verba fecit, cfr Arab. وشوش, وسوس mussitavit; *çâhçâh* stillicidium, stillæ, a rad. *awçəha* II. 1 infudit.

b. Radicibus mediæ *w* cognata sunt: وأب se contraxit, وثب iratus fuit, آب reversus fuit, أَبِ iratus fuit; وأد et آد V, VIII gravis fuit; وأر fecit igni focum, آر II inflammavit; وبش et باش II commixtus fuit; وَبْشٌ et بَوْشٌ turba hominum; وبه et باه animadvertit; وذح et ذاح vehementer incessit; وذف II, V et ذاف minutis gressibus incessit; ورش avide voravit, رلش, راس multum edit; ورع abstinuit, timuit, راع terruit, timuit; وزب (Aeth. *'azaba*) et زاب fluxit, cfr ذاب, Hebr. זוב, Aram. דוב ܕܘܒ; وزك propere vel deformiter incessit, زاك et زوزك jactato corpore ivit; وطد stabilivit, stabilis fuit, طاد id.; وطس et طاس conculcavit; وغر ferbuit meridies, غار id.; وقر fidit, Æth. *waqara* excavavit, قار excidit orbiculatim, Hebr. קור fodit; وهس calcavit, comminuit, هاس comminuit, validis gressibus incessit; وهل debilis, pavidus fuit, هال terruit; وهن debilis fuit, هان levis, vilis fuit; وقد Hebr. יקד arsit, Neoarab. قاد id.[6]); Hebr. יצר finxit, צור Arab. صوّر id.; Arab. وكل commendavit, confisus est, Hebr. יָכֹל potuit, Chald. יְכֵיל id., cfr. Hebr. כּוּל cepit, sustinuit, Chald. בְּהֵיל potuit (media radicali *w* in *h* acuata, cfr בְּהֵית Hebr. בּוֹשׁ, ܕܘܢ Hebr. דִּין); Æth. *kəhla* (Impf. *jəkəl*) id.; Arab., Himj. وَدّ, Hebr., Aram. ידד amavit, Hebr. דּוֹד amor, דָּוִד n. pr. amatus. — Alia exempla, et quidem imprimis Aramaica, mox afferentur, ubi verba פּוֹ (פַּי) aut multas formas a verbis עוֹ (עַי) mutuati sunt, aut omnino in eorum similitudinem abierunt. — Nonnumquam verba primæ *w* cum radicibus mediæ أ commutantur: وزف properavit (vox Jamanensis, Ibn Duraid.), أزّف properare jussit (cfr زفرف, زفا); وزك v. supra, أزّك superbe incessit; وَسْفٌ fissura cutis, سأف fissuris affecta fuit manus; وكب valde tristis, كئب, Hebr. כָּאַב, Syr. ܟܐܒ doluit, moeruit.

c. Minus sæpe verba primæ *w* verbis tertiæ *w* cognata sunt. Hæc exempla annotavi: وحم v. supra, حَمِيَ calidus fuit; وخد et خدى celeriter incessit camelus; ودس latuit, دسا se abscondit; ورخ mollis et tenuis fuit farinæ massa, رَخِيَ

[6]) Habicht, Tausend und eine Nacht arabisch, 1837 Vol. VII p. 13 sq. — Arnold, Chrestomathia Arabica 1853 II p. 198.

laxus, mollis fuit; وزف properavit, زفا celeriter propulit; وَشْرٌ locus altus atque editus, شرا elatus fuit; وشغ v. supra, شغا II sparsim excrevit urinam; وضح evidens, manifestus fuit, ضحا apparuit, conspicuus fuit; وعل eminuit, prominuit, علا Hebr. עלה altus fuit, ascendit; وَغُبَ magnus et crassus fuit, وَغْبٌ, وَغَبَةٌ stultus, cfr. Hebr. עבה crassus fuit, Syr. ܥܒܐ crassus, spissus, Aeth. *ʿabja* crevit, magnus fuit, Arab. غبى non intellexit, غَبَاوَةٌ stupiditas; Æth. *wagʿa* lacte aluit, عجا id.; Hebr. יאב et אבה concupiyit; יָחֵף nudipes, Syr. ܫܥܦ id.; حفى nudis pedibus incessit; Sam. יגר rixatus est, Chald. גָּרֵי incitavit (cfr arab. جرى cucurrit), odium movit. Raro radicibus tertiæ أ: وَجْبٌ pusillanimus cfr جُبَّأٌ; وحج confugit, حجأ id.

Interdum has omnes classes inter se commutari videmus, ut وحم, حمّ, حمى caluit; ورخ ورخّ, رَخْرَخٌ, رلغ, (mediæ ى), رخى (calcavit) mollis fuit; وزف, زفّ, زفزف, زأف, زفأ acceleravit, festinavit; وشغ, شغّ, شغا urinam sparsim excrevit; وهل, هلّ, هال terruit, timuit; وهس, هسّ, علس calcavit, comminuit; Aeth. *waraqa*, Hebr., Aram. רקק, ܪܩܐ, Arab. ريق spuit, sputum.

Tot igitur exemplis sese nobis offerentibus, in quibus binæ tantum ex ternis radicalibus necessariæ et firmæ esse videntur, quis est quin libenter suspicetur, fuisse quoddam tempus, quum linguæ Semiticæ nondum adultæ neque ad eam maturitatem et perfectionem, quam nunc videmus, perductæ radicibus simplicioribus biliterisque uterentur, quas procedente tempore, quum vitæ societatisque usus nova postularet vocabula, variis modis amplificatas et distinctas esse? Sed vide ne hoc et speciosius quam verius disputatum et nimis audacter conclusum sit. Alia enim explicandi via patet, qua forsitan tutius ad harum similitudinum intelligentiam perveniri possit.

Hoc enim radicum cognatarum genus perlustrantes, non rara deprehendimus exempla, ubi diversas ejusdem vocis formas, quas ad eandem originem spectare manifestum est, non ab eodem semine bilitero auctas sed ab eadem radice trilitera variatas esse veri simillimum sit.

Itaque quum dialecto Mauritana pro جواب responsum dicitur وجاب *ugâb* [7]) quis dubitet quin hoc ex illo, non utrumque e radice bilitera *gab* natum sit? Per eandem consonarum metathesim in eadem dialecto ex سوى fit وسى 'il a fait régulièrement' [8]). Pro

---

[7]) Dombay, Grammatica linguæ Mauro-Arabicæ 1800 p. 7. — Cherbonneau, Observations sur la dialecte arabe de l'Algérie. Journ. Asiatique 1861 p.

[8]) Cherbonneau, l. c.

وَعَاكٌ sonus quem edit venter incedentis cameli (rad. وعك), Al-Qâmûs etiam literis transpositis habet عُوَاكٌ. Huc etiam pertinere videntur وَبْشٌ turba, وبّش II commixtus fuit, quæ cum بَوْشٌ, بوّش II omnino congruunt. Conferri etiam possunt Aeth. *tezweft* et *tewzeft* arrogantia (*zawafa* rad. inusit. III. 2 superbivit) *marawehṫ* flabellum, plur. *marâwehṫât* et *marâhwetât* (Arab. مِرْوَحَةٌ Syr. ܡܪܘܚܬܐ, rad. راح flavit). Alius generis est sed eodem spectat quod a radice رأى vidit pro conj. IV أَرَى ostendit dialecto Melitensi [1]) aliisque dialectis Neoarabicis [2]) dicitur ورّى (litera أ initiali in و mutata, cujus mutationis exempla infra multa afferentur). Nemo profecto harum vocum cognationem ita explicet, ut utramque ad semen quoddam رى referat.

In iis quæ jam allata sunt exemplis multisque, opinor, aliis phoneticæ potissimum causæ ad commutationem valuerunt. Analogiæ autem vis in hac re multo major fuisse videtur. Manifestum est enim si quæ voces a communi declinandi ratione digressæ tamquam vagæ et dubiæ errent, eas a quavis fortiore analogia facile attrahi posse omnesque verborum imperfectorum classes mutationibus multo magis esse obnoxias multoque facilius inter se confundi quam verba perfecta. Quam confusionem quum in formis declinatis et auctis sæpissime inveniamus, ad formas nudas et simplices etiam patere nonnumquam palam videmus. Cujus generis est Neoarabicum illud قاد arsit pro veteri وقد. Nam quum in Imperfecto, forma usitatissima, prima radicalis amitteretur (يقد), idem ad ceteras etiam formas facile serpsit; quo factum est, ut verbum primæ *w* in verbum mediæ *w* transiret. Ex lingua Aethiopica huc pertinent nomina loci *mûbâ'* aditus, *mûhâr* eundi spatium, pro iis quæ etiam sunt *mebwâ'*, *mehwâr* (a radd. *bô'a* Hebr. בּוֹא Arab. باء et *hôra* Arab. حار, سار) ad similitudinem vocis *mûḍâ'* exitus Hebr. מוֹצָא conformata. Contra *mərâq* sputum et Impf. *jəhûb* dabit a verbis *waraqa* et *wahba* ad analogiam radicum **rôqa* et **hôba* derivantur. In lingua Hebræa per eundem metaplasmum Perf. Hif. הוֹבִישׁ a בּוֹשׁ, Impf. Kal יָרֹק, יָקוֹשׁ a Perf. יָרַק, יָקַשׁ, Impf. יָגוּר et subst. מָגוֹר a Perf. יָגֹר fiunt [3]). In libris Targumicis posterioribus verba mediæ *w* non raro formam Afel a verbis primæ *w* mutuantur, ut Perf. אוֹקִים, Inf. לְמוֹקָמָא a קוּם, אוֹדִיק a דִּיק cet. [4]). Idem in Talmude

[1]) Vassalli, Gram. della lingua Maltese 1827 p. 60. (Perf. *wyræ*, Impf. *juri*).

[2]) Sacy, Chrestomathie arabe. 2 ed. III p. 369. — In lexico Kazimirskiano (1860) II p. 1526 pro ورّى affertur أَوْرَى (Impf. يُورِى) quæ forma si vera est, Conj. IV per analogiam ex conj. II manavit.

[3]) Ewald, Ausf. Lehrbuch d. Hebr. Sprache. 8 ed. p. 306.

[4]) Opitius, l. c. p. 111, 125. Wiener, Gram. des biblischen u. targumischen Chaldaismus,

Babylonico usu venit: אוֹקִים, אִיתוֹתַב a radicibus קום, תוב [5]). Mandæi a radice ילף didicit novant verbum לוף et subst. לאיפא doctrina [6]). Imprimis autem in dialecto Neosyriaca quum omnes fere verborum imperfectorum classes satis libere inter se commutentur, tum verba פ״נ (פ״י) sæpissime analogiam verborum ע״ו sequuntur, ut ܢܦܩܝܡ, ܡܠܟܡ, ܚܢܩܐ, ܟܝܘܚ [7]).

Si id quod his exemplis efficitur, ut eadem radix trilitera varias formas triliteras induere possit, ad alia quoque exempla pertinere jure suspicari licet, tota illa ratio biliteralis nonnihil labefactari et infringi videtur.

Rursus qui est insitus ille linguis Semiticis triliteralismi amor, facile intelligitur, si qua radix aut phoneticis aut aliis de causis ita sit imminuta, ut duæ tantum consonæ vocis significationem quasi sustinere videantur, hoc "semen" (vox enim maneat significatione paullulum immutata) quoque modo complementum quærere vel potius sectari debere, neque semper in idem posse incidere.

Quod si quis nihilo minus illi rationi addictus primas vocum radices ita eruere velit, ut literas debiles adventicias et posteriore ætate additas esse dicat, quænam sunt, quæro, istæ literæ debiles? Ipsam rem multi ita describunt, ut hac appellatione eas literas notent, quæ ad certas ratasque leges mutationes patiantur. Ita litera *t* debilis etiam esset, quippe quæ post consonas *z* et *ç* sæpe in *d* et ṭ abeat. Rectius igitur alii hac appellatione eas consonas designant, quæ aut sæpe in vocales abire soleant, aut prorsus exterminari [8]). — Si igitur singulas linguas adimus, alia alias habet literas debiles: in lingua Arabica solæ و et ى hoc nomine dignæ sunt, quibus lingua recentior addit literam أ (ut dicitur يَاخُذ, قرا pro يأخذ, قرأ) [9]); his autem tribus in linguis Hebræa, Phoenicia, Aramaica, Assyria accedit litera *n*, quæ apud Arabes et Aethiopes firma est. Tum etiam in dialectis Aramaicis recentioribus ut Mandæa et Neosyriaca omnes fere gutturales optimo

2 ed. 1842 p. 58. — Fuerstius (Lehrgebäude der aramäischen Idiome 1835 p. 163) has formas parum probabiliter per insolitam vocalis præformativæ productionem explicat.

[5]) Luzzatto, l. c. p. 83.

[6]) Nöldeke, Ueber die Mundart d. Mandäer, l. c. p. 118.

[7]) Id., Neusyrische Grammatik p. 229, 230.

[8]) Ita fere Olshausen, Lehrbuch d. Hebräischen Sprache 1861, p. 193.

[9]) Quod jam in lingua antiqua pro أ sæpius scribendum est ئ et ؤ, id ad solam scripturam pertinet, neque hoc loco nostra refert. Formæ خُذْ, كُلْ, مُرْ, حَلِ et si quæ aliæ primam radicalem أ jam antiquitus abjecerunt, exceptionum loco haberi debent.

jure literas debiles appellare licet. In lingua *Ehkilî* magnus hujusmodi literarum numerus est [1]). — Nulla igitur litera per se debilis appellari potest.

Neque vero id nostram rationem refellit, quod omnibus linguis Semiticis inter se comparatis apparet literas *w* et *j*, easque solas, jam ante primum harum linguarum discessum fuisse debiles. Nequaquam enim sequitur, eas jam inde ab obscuris illis triliteralismi initiis ita fuisse. Imo quo altius repetimus quoque diligentius eas formas quas debiles appellant excutimus, eo firmiores et stabiliores has etiam consonantes invenimus. Qua in re lingua Aethiopica imprimis antiquitatem fide servavit: conferas Aeth. *faraja*, Hebr. פָּרָה, Syr. ܦܪܐ fructus tulit; Aeth. *talawa* adhæsit, secutus est, Arab. تَلَا alia. Interdum ipsa scriptura, quam testem antiquitatis minime contemnendam sæpe habemus, significat consonam quondam fuisse, quæ nunc aut in vocalem abiit aut omnino excidit; argumento sint Arab. صَلَوٰة, رَمْيَة, quæ nunc صَلَاة, رَمَاة enunciant: Hebr. עָלָיו *ʿālāw* pro *ʿ*alaj(h)w* = *ʿ*alajhu*, Arab. عَلَيْهِ. Quamquam quid in hac re probanda operam perdo? quum ii, qui verborum nominumque declinationes explicare conati sunt, omnes fere ad unum consentiant, formas anomalas ita tantum intelligi posse, si debiles illæ consonæ veræ et firmæ aliquando fuerint. Quod si pro certo tenemus, quid est cur literas *w* et *j* e radicibus primigeniis potius ejiciamus, quam quamvis aliam consonam? Certe earum natura nihil habet cur semper debiles esse debuerint, nec si tenuissimus sonus أ integer manere potuit, idem de illis statuere temerarium est.

Aliud etiam argumentum afferam, a vocum significationibus petitum, quod quum rationem biliteralem imprimis commendare videatur, tamen mecum potius facere credo. Ea enim ipsa significationum similitudo, qua formæ illæ cognatæ inter se conspirant sæpe eo usque perfectus et fere admirabilis concentus est, ut vel impedire mihi videatur, quominus earum initia ad ultimum illud seminum tempus rejiciamus. Quis sibi persuadeat, notiones arctissimis finibus circumscriptas *disspiciendi* (وبص, بصّ, بصبص), *cutis fissæ* (وسف, سأف) *urinam sparsim excernendi* (وشغ, شغّ, شغا), *pedes cameli compede colligandi*

[1]) Fresnel l. c. Journ. Asiatique 1838 p. 530 sqq. Ut cetera omittam, hæc dialectus inter literas debiles refert sonos *l* et *b* (l. c. p. 541: كوب *kob* Arab. كَلْب canis, كوى *koj* Arab. كَلْبِي canis meus). — Litera *l* etiam apud Phoenices quodam modo debilis fuisse videtur (e. gr. *Bo-milcar* בעלמלקרת, *Annibo-nius* חנבעל alia; v. Schröder, Die Phönizische Sprache 1869 p. 103). — De litera *b* apud Syros recentiores idem valet: ܙܒܢܐ lege *zônâ*, ܥܒܕܝ *ôdî* (Nöldeke, Neusyr. Gram. p. 49).

(وظف, ظفّ), similes, non modo per multa secula vel potius multa milia annorum easdem permansisse, sed in duabus atque adeo tribus vocibus ab eadem stirpe digressis nihil esse variatas?

Ut in arte geologica nova ætas novusque quasi rerum ordo ex eo inde tempore natus est, quum viderunt ea quæ nunc in summa terræ cute fiant semper eodem modo facta esse et omnino naturam semper eandem manere, ita de nostra arte, quæ quidem in linguarum formis comparandis initiisque investigandis versatur, idem fere prædicare licet. Antiquitati igitur lucem sæpe affert, si quis nova et recentia diligenter observat. Quamobrem si in hac etiam re ad linguas recentiores Semiticas confugimus radices triliteras tum in vocabula bilitera imminutas [2]) tum sæpius in plurilitera amplificatas esse videmus. Radices autem pluriliteræ quum variis modis variarumque literarum additione a triliteris procreatæ sint, tamen nullum exemplum neque ipse reperi, neque ab iis, qui de his verbis scripserunt [3]), commemoratum vidi, vocabulum pluriliterum litera *w* vel ea, quæ in familia Hebræo-Aramaica ejus locum tenet, litera *j* præfixa e radice trilitera esse fictum [4]). — Quæ autem voces biliteræ sive e triliteris imminutæ, sive ex aliis linguis accitæ, sive quæ sunt ex antiquitate servatæ (ut أَبٌ, أَخٌ) in linguis Semiticis inveniuntur, eas studium illud triliteralismi sæpe in declinando ita tamquam reficere et sarcire studet, ut formam triliteralem ostendant; veluti Arab. شَفَةٌ labium, plur. شَفَوَاتٌ et شِفَاهٌ, Hebr. שָׂפָה Dual. שְׂפָתַיִם; Arab. هَنٌ res, deminut. هُنَيْهَةٌ et هُنَيْنٌ; صَادٌ nomen literæ ص (Hebr. צָדֵי), verbum denom. صوّد exaravit literam ص; Aeth. *ʾed* manus, pl. *ʾedaw*, Arab. يَدٌ, plur. يُدِيٌّ, أَيْدٍ; Hebr. אָמָה ancilla, pl. אֲמָהוֹת; Syr. ܫܡܐ nomen, pl. ܫܡܗܐ, alia. Literæ *w* in hujusmodi formis frequentiorem esse usum, vel ex iis quæ attuli exemplis significatur. Id autem animadvertas velim, hanc literam voci affigi

[2]) Si igitur radices Semiticæ ad semina bilitera referri debeant, idem in his linguis usu venit, quod in linguis Indo-Europæis, ut novissimæ formæ formas antiquissimas contingant. Ut e radice Indo-Europæa *bhar* per formas intermedias * *bharâmi*, 1 p. pl. * *bharâmasi*, 3 p. pl. * *bharanti*, et Anglo-Sax. *bere*, 1 et 3 p. pl. *berað* ortum est Angl. *bear*, pl. id.; e rad. *bandh* per formas * *bandhâmi* (cfr Sanscr. *badhnâmi*, Gr. *πείθω*, Lat. *fīdo*) et Anglo-Sax. *binde* manavit Angl. *bind*.

[3]) Dietrich, Abh. für Semitische Wortforschung, p. 259—326. — E. Meier, Hebr. Wurzelwörterbuch. Anhang I (p. 641—699): Ueber die Bildung der Quadrilitera.

[4]) Nam vocem Neoarabicam quæ est وشحل rogavit aqm salutem, a formula salutandi واش حالك quæ est tua valetudo? contractam (Cherbonneau l. c. J. As. 1861 p. 358) neminem mihi objecturum esse credo.

et infigi solere, numquam præfigi. Nam quod Dillmannus verba Aethiopica quæ sunt *wakafa* II. 1 excepit, suscepit et *wafara* rus ivit a nominibus كَفّ, כַּף manus et بَرّ, בַּר campus derivata esse putat [5]), hæc enodatio quum multis de causis parum verisimilis est, tum etiam idcirco suspecta videtur, quia illa verba non paucas ipsa pepererunt voces derivatas. De verbis enim denominativis idem valere solet quod de animalibus hybridis, ut procreandi facultatem per longum certe tempus desiderent.

Certum igitur et exploratum sit, linguas Semiticas in vocabulis novandis formam radicum primæ *w* vitasse. Eo magis probabile videtur, ubi hanc radicalem inveniamus, eam vere primigeniam esse, non ceteris radicalibus minus antiquam minusque necessariam.

Nonnulla attuli quæ mihi isti rationi repugnare videntur. Quamquam hæc non ita disputavi, ut omnino negare velim, radices Semiticas ex seminibus biliteris prognatas esse posse. De qua re nihil decernere tutius duco, satis equidem habens si comprobare mihi contigerit hæc semina expedita illa literarum debilium detractione non magis erui posse, quam vocem illam Himjariticam كوب canis ad semen nescio quod كب referre liceat. Ita enim sequitur primam verborum primæ *w* radicalem non minus ad ipsam radicem pertinere quam ceteras.

Eas verborum necessitudines quæ rationem seminalem commendare viderentur proponens, verborum primæ *n* nullam feci mentionem; quas cur omiserim jam supra significavi. Certum est enim posteriore demum tempore — et quidem eo, opinor, quum familia Assyro-Hebræo-Aramaica jam a familia Arabo-Aethiopica sed nondum illius familiæ dialecti inter se discessissent — in quibusdam stirpis Semiticæ linguis hanc literam ita debilitatam esse, ut primo sequenti consonæ facile se assimilari pateretur, dein per harum formarum analogiam in aliis etiam excideret; ut גֶּשֶׁת fictum est ab Impf. יִגַּשׁ eodem modo atque לֶדֶת a יֵלֵד. Linguæ Semiticæ meridianæ veram in hac re antiquitatem retinuerunt [6]). Tamen nolo celare me non rara invenisse exempla, quæ demonstrent, in his etiam linguis radices primæ *w* radicibus primæ *n* cognatas esse posse: وَبَّاعَةٌ, وَبَّاغَةٌ et نَبَّاعَةٌ, نَبَّاغَةٌ podex (rad. نبع scaturivit, وبع II pepe-

[5]) Aeth. Grammatik p. 104. — Lexicon Aethiopicum 1865, col. 921, 948.

[6]) Formula salutandi عِمْ صَبَاحًا, عِمْ مَسَاءً salve! (mane, vesperi) sola quantum scio exceptio est. Hanc enim Imperativi formam عِمْ, pro qua etiam أَنْعِمْ dicitur, cum Ewaldo (Lehrbuch d. hebräischen Sprache, 8 ed. p. 304) potius ad radicem نعم quam cum Arabum grammaticis ad وعم refero. — Quod litera ن sequentibus consonis لومير assimilari solet, id ad recentiorem linguæ ætatem pertinere ipsa scriptura ostendit.

dit, cfr وقى II id.); وَبْغٌ furfures capitis, نُبَاغٌ, نُبَاغَةٌ id.; وبه superbivit, animadvertit, نبه nobilis fuit, animadvertit; وتغ culpabilis fuit, نتغ calumniatus est; وجر expeditus et promptus fuit, V expedite et prompte confecit rem, نجز perfecit negotium, V = وجر; وخش vilis fuit, نخش, نحص macer et extenuatus fuit; وَشْرٌ et نَشْرٌ locus editus (نشز prominuit); وَشُوعٌ, وَشُوغٌ et نَشُوعٌ, نَشُوغٌ medicamentum quod naribus excipitur (نَشُوقٌ id.; radix, ut videtur, omnium harum vocum est نشق odoratus est); وصب firmus fuit (cfr. Chald. יְצִיב firmus, Hebr. הִתְיַצֵּב constitit) نصب posuit, constitit, Hebr. נצב rad. inusit., unde Hif. הִצִּיב posuit, Chald. נִצְבָּא firmitas; وضخ et نضخ, نضح aquam infudit, conspersit; وطح violenter pepulit trusitque, نطح cornu petivit; وطف effusus fuit, نطف stillavit; وَعْفٌ locus durus in quo restagnat aqua, نَعْفٌ locus depressus in aspero monte; وغر et نغر ferbuit; وفز, وفض festinavit, نفز exsiluit; وقب ingressus est, proprie (ut ex derivatis videre licet) perfodit, excavavit, نقب Hebr., Aram. נקב perforavit; وَقْسٌ et نَقْسٌ scabies; وُكْتَةٌ et نُكْتَةٌ punctum in re colore a reliqua parte diversum; Aeth. *wag̓a* lacte aluit, Arab. نجع IV id., cfr عجا id.; *wasara*, Arab. وشر, أشر, نشر serra dissecuit, Chald. נְסַר, Syr. ܢܣܰܪ (Hebr. מַשּׂוֹר serra), cfr Hebr. שִׂיר id., Arab. شرشر fidit. Ex lingua Hebræa hæc exempla addo: יָפֵחַ anhelans, נפח Arab. نفح, نفخ flavit (cfr פּוּחַ, فاح); יָקֹשׁ et נָקַשׁ laqueum posuit; נִקַּע divulsus est, יקע rad. inus. Impf. יֵקַע, Hif. הוֹקִיעַ palo affixit; fortasse יאה Syr. ܝܳܐܶܐ part., Neohebr. נאה decuit [7]; et si vera est Ewaldi sententia [8]) יְעֵנִים, בַּת הַיַּעֲנָה struthio, struthiones, Arab. نَعَامٌ, نَعَامَةٌ, بِنْتُ نَعَامَةٍ, cfr Syr. ܝܰܥܢܳܐ vorax, Arab. نغم, نغب sorbuit, inglutivit. Quamquam in nonnullis ex his vocibus litera *j* nativa forsitan sit, non ex *w* mutata. De radice Phoenicia יתן pro Hebr. נתן infra dicetur. — Ii etiam qui has formas geminas a seminibus biliteris vario modo auctis explicant, concedant necesse est, si hoc ad verba ipsasque radices pertinere possit, tamen probabilitate carere voces substantivas ut وَبْغٌ et نُبَاغٌ, وَشُوغٌ et نَشُوغٌ cet., eandem prorsus rem sigificantes, ex antiquissima illa vetustate superstites esse posse. Facile autem intelligitur literam *w* in *n*, aut *n* in *w* transiisse.

In iis verbis primæ *w*, quorum secunda radicalis geminatur, primam necessariam et principalem esse ab omnibus fere, nisi fallor, conceditur. Cujus gene-

---

[7]) V. tamen Geiger, Lehrbuch zur Sprache der Mischnah 1845 p. 23—4.

[8]) Lehrb. d. Hebr. Sprache p. 136.

ris verba, si ulla alia, ut ad semina bilitera referam inclinat animus. Quamquam in hac etiam re cautionem adhibere præstat. Nam quod in voce Neoarabica *wedd* pro وَلَد filius [8]), quocum plane congruit Neosyr. ܝܠܐ puer pro **jallâ* = **jaldâ* [9]), usu venit, ut secunda et tertia radicales non initio similes sed posteriore tempore assimilatæ sint, id etiam ad alia pertinere potest. Eodem modo, ut narrat *G*awharius, pro substantivo quod est وَتِدٌ paxillus gens Tamîm usurpat formam وَدٌّ [1]). Cum hac voce vel potius cum radice وتد impegit aut وطد conjunxit, stabilivit verbum Aethiopicum quod est *wadada* inseruit (unde derivantur *ded* commissura, compages, *mawûded* uncini) conjungi posse videtur. — Hujus formæ in lingua Arabica non ita pauca inveniuntur exempla, ut وبّ impetum paravit (cfr أبّ), وَجٌّ dolor, voluntas, ودّ amavit, وسّ rependit acui beneficia, وضّ firmiter tractavit negotia, وضّ ope destitutus fuit, وطّ striduit onus in jumento, وكّ trusit, impulit; in ceteris autem dialectis rarissima vel etiam si recte video nullum nisi radix ידד amavit, quam præter Arabes Himjaritæ, Hebræi, Aramæi habent [2]). (Hebr., Aram. יַבֵּב vociferatus est, ילל Hif. הֵילִיל, ܐܝܠܠ lamentatus est, יָשִׁישׁ senex (cfr. Syr. ܩܫܝܫܐ, Arab. قَسِيسٌ, Aeth. *qasîs*) huc non partinent, quippe quorum *j* aut nativum aut certe non ex *w* mutatum sit. — Formæ Pilpelicæ huic verborum generi propinquæ sunt, et fortasse cum iis interdum ad semina bilitera referri possunt. Illa exempla affero: وبوب idem atque وبّ, وحوح raucam emisit vocem, وذوذ celer fuit, وروز exacuit visum, وزوز celeriter exsiluit, Neoarab. "picoter, causer des picotements" [3]), وسوس mala consilia inspiravit, وشوش dedit exili quantitate acui, وصوص dispexit catulus (cfr بصبص), وطوط debilis fuit, latravit,

[8]) Ut *Idris wedd Adlân* nomen regis Sudanensis. — Pott, Etymologische Forschungen, 2 ed. II (1861) p. 170.

[9]) Nöldeke, Neusyrische Grammatik p. 44, 45.

[1]) Freytag, Einleitung in das Studium der Arabischen Sprache 1861 p. 95.

[2]) Radicem ودّ ידד Fuerstius (Concordantiæ Veteris Testamenti p. 470) a præpositione *va* et forma reduplicata דד pro דאדא (rad. דא) conflatam esse censet. Quam sententiam fortasse substantivis דּוֹד, דָּוִד confirmari arbitratur. Fieri tamen potest quod nescio an probabilius etiam sit, ut hæc substantiva a radice ودد ידד eadem fere aphæresi derivata sint atque Hebr. סוֹד Syr. ܣܘܕܐ consessus, Arab. سِوَادٌ colloquium, ܐܣܬܘܕ confabulatus est, ساود III. insusurravit aqd acui in aurem, e radice יסד posuit, unde etiam יְסוֹד, وِسَادٌ manaverunt.

[3]) Cherbonneau, Journ. As. 1861 p. 379.

Aeth. *wawĕʿa* (pro *waʿwĕʿa)* I. 2 clamavit, Arab. وعوع latravit, Neosyr. ܘܥܘܥ id., Arab. وقوقة latratus, وَقْوَاق pavidus, وكوك glomerato gradu incessit, ولول ululavit, Neosyr. ܘܠܘܠ id., وهوه rugiit leo; Aeth. *wâhwĕha* III. 1 nituit, *walwala* II perturbavit, *wâhwĕha* III. obambulavit; Neosyr. ܘܪܘܪ, ܘܡܘܡ mussitavit, ܘܥܘܥ, ܘܙܘܙ vagivit sus.

Sed satis jam de ipsis radicibus primæ *w* disputatum sit; nunc ad earum declinationem aggrediamur.

Quamvis inter varias, quas linguæ Semiticæ secutæ sunt declinandi rationes, magna, ut par est, intercedat convenientia, tamen multis rebus ita inter se discrepant, ut perquam difficile sit, si grammaticam solam respicias, ad certam et constitutam rationem omnes omnium linguarum formas disponere. Namque ut hereditatem a communi omnium matre acceptam nulla plane perdidit, ita suo quæque ingenio ducta alia alio modo ea usa est et quum non pauca amitteret nonnulla etiam nova ipsa acquisivit. Quo quum accedat, quod voces a consona *w* incipientes phoneticis potissimum, ut mihi quidem videtur, legibus obtemperantes, a vulgari flectendi norma discesserunt, earum formas eo ordine componere et enumerare aptissimum mihi visum est, ut grammaticorum paradigmata relinquens eas formas simul perlustrarem, ubi eædem causæ phoneticæ sonum *w* eodem modo afficere deberent.

Primum igitur eas formas tractabo, in quibus littera *w*, seu qua alia ejus vice fungitur, vocem incipit vel saltem aliquando incepit, deinde eas, ubi præformativo aut verbali aut nominali accedente, sonus *w* in mediam vocem rejicitur. Hoc autem formarum genus in duo ordines disponam, alterum in quo litera *w* syllabam incipiat, alterum ubi hæc litera cum præcedente vocali in unam syllabam coalescat. Quamquam id etiam agam, ut si modo fieri possit, eas formas conferam et simul tractem, quæ nexu grammatico inter se conjunctæ sint.

Quum formas a grammaticis et lexicographis ex analogia fictas sæpe jure suspectas esse videam, neque ipse tales formas fingam, et quantum potero cavebo, ne ab aliis fictas recipiam.

A.

Inter formas a consona *w* incipientes primum locum ei concedere justum est, quæ in grammaticorum libris pro radice poni solet, perfectum dico conjugationis simplicis. Hanc igitur tamquam exemplar hujus formarum generis habebis. Sed quum in duabus familiæ Semiticæ linguis, Assyria et Neosyriaca, hæc forma omnino obsoleverit, in omnibus autem dialectis Aramaicis, quæ eam retineant, breve illud *a*

quod literam *w* sequitur, excidens variis mutationibus primam radicalem affecerit, ex his linguis participia formæ فَاعِل in sequenti tabula apposui.

Arab. وَلَدَ, Himj. ולד, Aeth. *walada,* Tigré *wolde,* Ass. part. *alid,* Hebr. יָלַד, Chald. perf. יְלִיד יְלִיד part. יָלֵד, Sam. ילד, Syr. ܝܺܠܶܕ part. ܝܳܠܶܕ, Mand. עדאל part. יאדיל [4]), Neosyr. part. ܝܳܠܶܕ.

Arab. وَثَبَ, Himj. ותב, Assyr. part. *asib,* Hebr. יָשַׁב, Chald. יְתֵיב, יְתִיב part. יָתֵב, Sam. perf. יתב, תב, Syr. perf. ܝܺܬܶܒ part. ܝܳܬܶܒ, Mand. perf. עתיב, part. יאתיב, Neosyr. part. ܝܳܬܶܒ.

Arab. وَرَدَ, Himj. ורד, Æth. *warada,* Tigré *worde,* Ass. part. *ardu* (?), Hebr. יָרַד.

Arab. وَرِثَ, Aeth. *warasa,* Tigré *worse,* Hebr. יָרַשׁ, Chald. יְרֵית, יְרִית part. יָרֵית, Syr. part. ܝܳܪܶܬ, Neosyr. ܝܳܪܶܬ.

Arab. وَضُوَ ?, Æth. *waḍ'a,* Ass. part. *açû,* Hebr. יָצָא, Chald. יְצָא, Syr. ܝܨܳܐ part. ܝܳܨܳܐ.

Arab. وَدَعَ ? (Dietrich, Fürst), Hebr. יָדַע, Chald. pf. יְדַע part. יָדַע, Syr. pf. ܝܺܕܰܥ part. ܝܳܕܰܥ, Mand. pf. עדא part. יאדא, Neosyr. ܝܳܕܰܥ.

Hæc et alia exempla si consideramus, apparet linguas Semiticas meridianas consonam initialem *w* integram servare, Assyrios autem eam vel omnino abjicere vel potius in ʾ (א) mutare, Hebræos denique et Aramæos ejus loco consonam *j* habere. Neque vero id ullam dubitationem habet, quin ex his tribus formis illa Arabo-Aethiopica principalis et nativa sit, hæ inde exortæ. Nam eæ ipsæ linguæ, quæ sonum *w* in primis vocibus mutant, in aliis formis eam retinere solent. Quod eo majorem probandi vim habet, quum illæ satis paucæ voces, quæ in linguis Semiticis meridianis a litera *j* incipiunt, eam in ceteris etiam linguis tueantur. Ita enim efficitur, ut has voces ab illis sejungere necesse sit. Quod autem Ewaldus [5]) eumque secutus Dillmannus [6]) volunt, radicum a sono *j* incipientium principio eundem fuisse numerum atque earum, quæ primam radicalem habeant *w,* atque ut in Arabum Aethiopumque linguis et in mediis Hebræorum et Aramæorum vocibus hoc increbruisse, ita illud in primis Hebræorum et Aramæorum vocabulis, id soli concinnitatis studio datum esse videtur nec cuiquam probabitur, qui perpenderit quanta in his vocibus distin-

[4]) De literis *l* et *d* hujus vocis apud Mandæos et Syros recentiores transpositis v. infra.

[5]) Ausf. Lehrbuch der Hebr. Grammatik, ed. 8, p. 302.

[6]) Grammatik der Aethiopischen Sprache, p. 104.

guendis per omnes linguas Semiticas regnet constantia. Ut eæ voces quæ in Arabum Aethiopumque dialectis habent *w*, in ceteris etiam linguis fere semper aliquod hujus antiquitatis vestigium ostendunt, ita iis vocibus Hebræo-Aramaicis, quæ velut יטב, יבשׁ suum illud *j* in flectendo tuentur, in illis dialectis numquam verba primæ *w* respondent. Neque igitur arbitrium hic regnat neque temeritas et casus, minimeque illa duo vocum genera inter se confundere licet.

Quod si quæritur quomodo ex principali *w* alter ille sonus *j* natus sit, facile concedendum est hujusmodi transitum perquam esse insolitum nec fieri posse, quin admirationem quandam nobis moveat [7]). Sed quum ea sit sermonis humani natura, ut nihil subito et abrupte in eo possit mutari, nihil novi exoriri, quod non per longam annorum seriem sensim et paullatim serpserit, idem ad hanc mutationem pertinere credendum est. Nullo igitur quasi saltu ex *w* factum est *j*, sed per sonos quosdam inter illos intermedios procedens linguæ usus ad extremum denique huc devenit.

Sed ut hanc sonorum varietatem intelligamus id primum refert, qui fuerit a principio ille sonus, quem Semitæ literis و, ܘ, ו cet. declarant, utrum is quem nostri homines signo quod est *v*, Germani autem *w* scribunt et qui per linguas Romanicas, Slavonicas aliasque regnat, quem eundem Persæ et Turcæ litera Arabica و exprimunt, an is quem Angli litera *w* signant, qui olim apud ceteros etiam familiæ Germanicæ populos frequentabatur. Ille sonus, quem Sundewallius noster *consonantem labialem clusilem* appellat [8]), Merkelius autem *consonantem spirantem labialem* [9]) vera consonans est; hic ad vocalem *u* quodam modo inclinat, et a Merkelio, qui nescio qua de causa leviter tantum et quasi præteriens eum tractat, ita describitur ut sit 'ein mit *u* anlautendes *w*' [1]). Sundewallius ei nomen indit *consonantis labialis perspiratæ levis.*

Horum igitur sonorum eum quem secundo loco posui ad linguam Protosemiticam pertinuisse tum inde concludi posse credo, quod omnes, quantum scio,

---

[7]) Beide Consonanten stehen zwar auf derselben Stufe von Härte in der Aussprache, sind aber ihrer organischen Bildung nach so entfernt von einander wie nur möglich. — Olshausen, Lehrb. der hebräischen Sprache p. 130.

[8]) Om phonetiska bokstäfver. Kgl. Svenska Vetenskaps-Akademiens Handlingar. Ny Följd I. 1855—6 p. 45.

[9]) Physiologie der menschlichen Sprache 1866 p. 208.

[1]) L. c. p. 213. — Brückius quoque hunc sonum duabus literis *uw* scribit. — Grundzüge der Physiologie und Systematik der Sprachlaute 1856 p. 70.

recentiores hujus familiæ dialecti eum habent [2]), tum vel eam ob causam probabile videtur, quia hanc consonantem in omnibus hisce linguis jam antiquitus sæpissime in vocalem *u* abire constat.

Si igitur ab Anglico illo *w* proficiscendum est, ille sonorum transitus aliquanto faciliorem habet explicationem, quam si de altero genere cogitandum esset. Is enim sonus quem Semitæ litera ى, ܝ, י cet. notant et qui nostrum *j (g molle sonans,* Merkel) omnino refert, a semivocali illa *w* multo propius abest quam a consonanti *v*. Id quod elucet, si meminerimus vocalis *u* in *i* mutationem si non sæpe at multo sæpius in aliis etiam linguis reperiri quam illam consonantium. Linguarum Indo-Europæarum comparatione demonstratum est eum sonum, quem Græci litera *υ* scriberent, aliquando fuisse *u* [3]), quæ enunciatio etiam apud nonnullas Græciæ gentes veluti Lacones et Boeotos satis diu obtinuisse videtur. Nostro autem tempore hæc litera tum in ipsa Hellade ut *i* enunciatur, tum in multis terris, quo voces Græcæ migraverunt, in eundem sonum abiit. Ut præpositionem Indo-Eur. et Sanscr. *upa,* Gr. *ὑπό* Itali, Hispani, Franco-Galli vel scribunt vel certe efferunt *ipo* in voce It. *ipocrito,* Hisp. *hipócrito* Fr.-G. *hypocrite,* multisque aliis. Quid? quod hoc *u,* Gr. *υ* ante vocales etiam interdum in consonantem *j* transit, ut Ital. *jena* a Græco *ὕαινα,* It. *jacinto,* Polon. *jacenta,* Russ. *jakinf,* Aeth. *jâkent* a Gr. *ὑάκινθος,* quam vocem cum Latino *vaccinium* conferri posse arbitratur Pauli [4]); quæ comparatio si vera est, *j* in hac voce ex *v* manavit. In Anglorum, Franco-Gallorum, Hispanorum, Hungarorum, aliorumque linguis literam *y* consonantis *j* partes omnino explere notum est, et in ipsa literatura Lepsiana litera *y* nostrum *j* declarat; adeo obliti sumus, quæ fuerit prima hujus signi vis.

Hæc exempla non temere collegi, sed ita ut viam nobis commonstrarent, quæ ad illius permutationis Semiticæ intelligentiam nobis ingredienda esset. Nam ut vocalis *u* antequam in *i* abiret per sonum *y* transire debuit, ita intermedius ille sonus qui inter *w* et *j* cogitandus est, is fuerit, quem Merkelius litera *ÿ* interdum significari dicit, quemque secundum *g mollis sonantis* genus facit [5]). Hic enim sonus illorum utrique ita pro-

[2]) De lingua Arabica v. Brücke, l. c. p. 94. — De lingua Tigré v. Munzinger in appendice lexici Aethiopici Dillmanniani p. V. — De lingua Neosyriaca v. Nöldeke, Neusyr. Gram. p. 47, 48.

[3]) Cfr. Gr. *κλύ-ω,* Sanscr. rad. *çru,* Lat. *clu-o,* Lithuan. *pa-klus-nùs* (obedientia). — Linguæ Slavonicæ etiam sonum *u* in *y* mutaverunt; ut ex hac ipsa radice fit *sly-sati,* audire. Conferri potest quod Franco-Galli plane eodem modo Latinum *u* in enunciando ita mutaverunt, ut sonum *y* exprimeret.

[4]) Beiträge zur Lateinischen Lautlehre und Etymologie. Kuhn, Zeitschr. f. vergl. Sprachforschung XVIII (1869) p. 13. — J. H. Vossius idem conjecerat.

[5]) l. c. p. 183, 184: Eine zweite tönende Gattung des *g molle* lässt sich aus dem Vocal

pinquus et finitimus est, ut quamvis ii toto genere disjuncti esse videantur, tamen quasi pontis modo eos facile conjungere potuerit.

Verum hic transitus, quamquam ita ut indicavi explicari forsitan possit, tamen adeo insolitus et novus est ut omnino credi non queat eum in eadem linguarum familia bis eodem modo evenisse. Quocirca quum dialecti Hebræo-Cananææ et dialecti Aramaicæ in hac re mire inter se consentiant, equidem non dubito statuere, hunc transitum ea tempestate factum esse quum Hebræi et Aramæi, jam ab Arabibus Aethiopibusque digressi, etiamtunc una viverent eademque lingua uterentur. Nam Hebræam linguam linguam Aramaicam arctiore cognatione quam Arabicam aut Aethiopicam contingere, quum multis de causis mihi persuasi tum hac ipsa re præclare confirmatum esse judico.

Sed forma Assyria, quam neque cum Arabo-Aethiopica neque cum Hebræo-Aramaica convenire vel ea quæ supra attuli paucissima exempla demonstrant, multo difficiliores habet explicatus. His enim exemplis aliisque efficitur, ut *w* illud principale in vocabulis Assyriis aut omnino abjici soleat aut, si mavis, in tenuem illum sonum mutari, quem Semitæ literis א, أ, ا cet. scribant, Assyrii nullo fere signo exprimant. Quam legem Oppertius primus invenit [6]), hisque exemplis quæ eadem Menantius repetit [7]) communivit: Assyr. אלד, Hebr. ילד, Arab. ولد; Ass. אקה, Hebr. יקה, Arab. وقف; Ass. אשב, Hebr. ישב, Arab. وثب; Ass. אצא, Hebr. יצא, Arab. وضو; Ass. אחי, Arab. وحى; Ass. ארד, Hebr. ירד, Arab. ورد.

Quum formæ radicum primæ *w* præfixis nudæ in lingua Assyria omnino admodum raro reperiantur (in satis magna inscriptionum trilinguium copia tres tantum quatuorve horum verborum formas inveni) nulla nisi hæc exempla vidi quæ illuc referri possint: *alid* part. parens, sæpius occurrens, fem. *alatti-ja* (pro * *aladti-ja*) mater mea 38 BM. 3 (Norris, Assyrian Dictionary I. 16) [8]), *aladi* inf. gignere Norris I. Add. XVI ex syllabario; *asib* part., pl. *asibut* habitans, -tes, sæpius, *asab*

ü herstellen, wenn auf demselben bei sonst gleichbleibenden Verhältnissen sowohl der Schallkanal als auch die Mundöffnung etwas enger gemacht wird, dermaassen dass statt des Tones ein Geräusch zum Vorschein kommt. Dieses rauschend gemachte *ü* wird zuweilen gebildet, wenn die beiden Sprachlaute *g molle* und *ü* in einer Silbe hintereinander stehen, z. B. in Jüden. — Neque Sundewallius neque Brückius hujus soni ullam facit mentionem.

[6]) Expédition scientifique en Mésopotamie II. p. 126. — Eléments de la grammaire assyrienne. Journ. as. 1860 p. 102.

[7]) Exposé des éléments de la grammaire assyrienne 1868 p. 194.

[8]) Ad indicandum quibus locis singulæ formæ inveniantur iisdem fere literarum notis usus sum quibus Norrisius.

inf. sedere, sedes Inscr. Khors. 118; *açû* part.[9]) oriens sol E. I. H. X. 14, Nerigl. II. 37 (Norris I. 22) femin. *açitu* prominens Sard. I. 62 (Norris I. 45), *açe* postes? v. Norris I. 44.; *arad* inf. descensus Sarg. 51 (Norris I. 48), fortasse *ardu* submissus, *ardutu* obedientia v. Journ. as. 1864 p. 31.

Ex iis quas Oppertius præter has affert radicibus אקה et אחי nullum hujusmodi exemplum vidi, ipse autem hæc ex aliis radicibus derivata collegi: *arah* mensis, sæpius occurrens, Æth. *warh*, Hebr. יֶרַח, Syr. ܝܰܪܚܳܐ; *aklu* potens (v. Norris I. 176) fortasse a rad. Arab. وكل Hebr. יָכֹל; *ugartu* pretiosus E. I. H. VII. 30, Sen. T. I. 28 cet. (Norris I. 16) quam vocem Oppertius Journ. as. 1864 p. 405 ad Arab. وقر Hebr. יָקַר refert; *ade* obsequium, præcepta? ex ידע potius quum ex יעד derivatum esse videtur v. Norris I. 18. Journ. As. 1864 p. 180.

Illam autem legem Oppertius ita statuit ut dicat Assyrium א tum Hebræo י respondere, quum Arabes habeant و, quum autem eorum lingua etiam ostendat ى, Assyros eundem sonum conservare. Quod ut probet hæc exempla a Menantio etiam reddita affert: Assyr. ישר, Hebr. ישׁר, Arab. يسر; Ass. יד, Hebr. יָד, Arab. يَدٌ; Ass. יקץ, Hebr. יקץ, Arab. يقظ; Ass. ימן, Hebr. יָמִין, Arab. يَمَنٌ. Quarum vocum has formas nudas vidi: *isartu* justitia, sæpius; *isara* juste (proprie acc. = يَسَرًا) E. I. H. IX. 36.; *id* manus vel potius vis (manus enim Assyrie dicitur *gat, qat)* v. Norris I. 209, II. 473, pes? Oppert, Journ. as. 1864 p. 184; *imnu* dextra manus Norris I. 83, 325. Loco radicis יקץ, cujus nullam ne in Norrisii lexico quidem inveni formam, ipse addere possum *immu* dies v. Norris I. 211, 239 Arab. يَوْمٌ, Hebr. יום, Syr. ܝܘܡ, ܐܝܡܡܐ. Vox *ibisa* aridus, desertus Sen. T. VI. 24 (Norris II. 470) rad. Hebr. יבשׁ, Arab. يبس incerta est.

Hæc igitur quamvis Oppertii de radicibus primæ *w* et *j* in lingua Assyria distinguendis sententiam commendare videantur, non pauca tamen sunt quæ dubitationem mihi moveant. Et quum videam illud *j* pro *w* tamquam quoddam Schibboleth esse, quo dialecti Semiticæ septentrionales a meridianis distinguantur, eo diligentius hanc rem mihi investigandam esse putavi. Nam etiamnunc in medio jacet, utrum lingua Assyria in familia Hebræo-Aramaica reponenda sit an in familia Arabo-Aethiopica, an fortasse in aliqua, quæ superiore etiam tempore a communi illa Semitismi stirpe discessisset.

Quod Oppertius dicit, Assyrium א in iis vocibus Hebræum ו referre, quæ apud

---

[9]) Participia verborum tertiæ radicalis quiescentis exeunt in *û* fem. *it;* cfr. *banû* fem. *banit.* — Oppert, Gram. assyrienne l. c. p. 372.

Arabes habeant و, sin autem sonus *j* Hebraismo cum Arabismo communis sit hunc etiam in Assyriorum lingua servari, id ita melius dixisset, principale *w* in א abire consuevisse, principale autem *j* immutatum manere. Nullo enim modo cogitari potest radices primæ *w* primum radicibus primæ *j* similes redditas esse, tum autem novum quoddam inter has ipsas classes ortum esse discrimen. Nonnulla autem video quæ indicent א illud Assyrium ex *j* natum esse, non ex *w*, et fuisse quum Assyrii ut Hebræi et Aramæi dicerent יֵשֵׁב, יֵלֵד, יבל cet. non secus ac יָשָׁר, יָמִין cet.

Primum enim non eæ tantum voces quarum *j* nativum est in lingua Assyria illud *i* ostendunt, quod in *imnu, isarti, id, immu* consonantis *j* vestigium esse videtur. Ad radicem יצא Hif. הוציא Æth. *wad'a* referendum esse illud *içut* quod Inscr. Bisit. 38 (trilingui) legitur (*agasû in çabi içut eli-ja* ille cum militibus exeuntes contra me) Oppertius etiam, aliter ille quidem vertens, judicat [4]). *Illad* familia Tig. II. 28, 47. Sen. T. III. 53 (Norris I. 183, 238. II. 678) radici ולד respondet. *Igar* strues, structura, ædificium refert Chald. יְגַר Aeth. *wagr*. *Irad* profundum E. I. H. VIII. 60. Neb. Gr. III. 33 (Norris II. 492.) cum radice ورد conjungi debet. *Isibu* sedens Sard. I. 21. Tig. I. 31 (Norris II. 495) e radice יָשַׁב وثب derivatur. *Isit, isid, isdu* fundamentum (v. Norris I. 113, 321. Ménant Gram. 257, 314, Oppert Exp. en Més. II. 279) sive cum Hebræo יסד (Nif. נוֹסַד) Arab. وسد conjungitur, sive quod Oppertius mavult, cum Arab. وسط, huc etiam pertinet. Quod Menantius (Gram. p. 338) *mudammiq idati-ja* Inscr. Nabuch. Bab. IV. 26 vertit 'corroborans judicium meum', vocem *idat* ad radicem ידע retulisse videtur. Equidem potius vocem يد, יד contulerim, ut sententia sit: corroborans (manus) vires meas [5]). De *erit* (Oppert *írit*) silva Inscr. Khors. 143 (Journ. as. 1864 p. 264) Hebr. יַעַר cfr Arab. وعر difficilis, salebrosus fuit, Aeth. literis transpositis *war'* locus salebrosus — de hac igitur voce judicium ferre non audeo, quum litera gutturalis ע, ut fere fit, vocalem obscuraverit, neque magis de *elidu* (Oppert *'ilidu*) n. act. radicis ולד (Ménant Gram. p. 66 ex syllabario) et *eqar* (Oppert *íkar*) divitiæ Journ. as. 1864 p. 409 ubi litera א idem forsitan effecerit; cfr *edir* n. act. radicis אדר fortem reddidit Inscr. Khors. 119 (Journ. as. 1864 p. 219). Vox *jaeli* ibices Brok. Obel. I. 20 (Norris II. 491) Arab. وَعِلٌ, وَعْلٌ Hebr. יָעֵל Syr. ܝܥܠܐ fortasse e linguis Aramaicis in Assyriam introducta est.

---

[4]) Expédition en Mésopotamie II. p. 219. Cfr. Norris l. c. I. p. 306.

[5]) Hoc quum jam pridem conjecissem, eam solam ob causam nonnihil hæsi, quia formam pluralem *idat* non cognoveram. Nunc autem apud Norrisium l. c. II. 473 et complura hujus formæ exempla et eandem explicationem invenio.

Rursus si radices primæ *j* consideramus, hanc etiam literam interdum perire videmus. Quamquam in magna hujusmodi radicum penuria (quatuor tantum exempla inventa esse jam dixi) admirandum non est nullam adhuc repertam esse ubi ante vocalem *a* hoc usu venerit; nihil enim confido vocabulo illi *asar* directio, quod Oppertius, suæ ipsius rationis oblitus, ad radicem يسر יָשַׁר refert Journ. as. 1864 p. 250; contextus enim hoc loco valde obscurus et perplexus videtur [6]. Apertum est autem vocum Assyriarum initia a syllaba *ja* abhorrere. Huc enim vel id spectat quod pro *jad, jamnu, jasarti* et, ut mihi quidem videtur, pro *jaçut, jallad,* cet. dicitur *id, imnu, isarti, içut, illad.* Eodem modo quum in verborum declinatione prima et secunda persona habeant formas *açbat,* pl. *naçbat, taçbat* pl. *taçbatu,* tertia autem fiat *içbat* pl. *içbatu,* has formas pro *jaçbat, jaçbatu* poni manifestum est. Omnino si diligenter examinaveris sonum illum *ja* rarissime vel fortasse numquam invenies nisi in vocibus externis et peregrinis, ut *Jawnai* Græcus, Syr. ܝܰܘܢܳܝܳܐ, *Jahuda* Judæa, Hebr. יְהוּדָה *Jabbû* Joppe, Hebr. יָפוֹ, *Jahua* Jehu, Hebr. יֵהוּא, *Jahuhazi* Joahas, Hebr. יְהוֹאָחָז; et quod majus est, in his etiam vocibus nonnumquam eum abjectum videbis, ex quo genere est *Atnana* Cyprus, quod pro *Jatnana* interdum legitur; v. Norris I. 259.

Ante vocalem *u* literam *j* desiderari solere jam Hincksius animadverterat. Idem autem conjecerat, signum literæ *u* etiam pro *ju* poni posse, idque eam ob causam usu venisse quia scriptura Assyria peculiari hujus syllabæ signo omnino careret. Quæ sententia a ceteris Assyrologis recepta jam pervulgata est. Omnes igitur pro *um* dies, quod in inscriptionibus ponitur, legunt *jum,* pro *uçabbit* cepit, quum 3 pers. intelligenda est, *juçabbit* [7]. Aliter enim, inquiunt [8], hæc persona cum prima confunderetur. Quod argumentum quanti sit apparet, quum constet plurimas linguas nulla aut terminatione aut præformativo verborum personas distinguere. In re trita quum exemplis opus non sit, monuerim tamen dialectum christianam Palæstinensem has ipsas personas eadem forma notare: ܝܗܒ dat et do, ܥܒܕ facit et facio cet. [9]. Nonne potius suspicari licet scripturam Assyriam ideo signo *ju* non uti quod ipsa lingua hunc sonum repudiaverit? Certe hæc explicatio et ipsa simplicitate commen-

---

[6]) Cfr. Journal of the Royal Asiatic Society 1865 p. 208. — Journal asiatique 1865 p. 318.

[7]) Unus, quod sciam, Olshausenius de hac legendi ratione dubitavit; v. Prüfung des Characters der in den Assyrischen Keilschriften enthaltenen semitischen Sprache. Abhandl. d. Königl. Akad. d. Wissenschaften zu Berlin 1864 p. 479.

[8]) Ménant, Le syllabaire assyrien. Mémoires prés. par divers savants à l'académie des inscriptions et des belles-lettres I série VIII tome p. 281—2.

[9]) Nöldeke, Zeitschrift d. D. Morgenl. Ges. XXII p. 468, 497 sqq.

datur, et bene cum eo quadrat, quod modo dictum est, linguam Assyriam a sono *j* initiali omnino abhorrere videri.

Quæ quum ita sint, hoc fere modo formas Assyrias radicum primæ *w* explicandas esse censeo. Quum lingua Assyria nondum a linguis Hebræo-Aramaicis discreta una cum iis bona mala toleraret, sonum *w* in *j* abiisse. Postea autem quam ab illis discessisset, quum sua ipsius via jam proficisceretur, sonum *j* initialem etiam in invidia esse coepisse. Duas igitur diversas rationes linguam esse secutam, unam ut literam *j*, si fas esset, cum sequenti vocali in vocalem *i* conflaret, alteram ut eam omnino abjiceret; hoc autem in iis potissimum formis usu venisse, ubi sequens vocalis majore esset firmitate et pondere quam quæ in *i* abire posset; velut in participiis pro *jâlid* dictum esse *alid (âlid)*, in nominibus, quæ vocant, segolatis [1]) *arah*, *alad* pro *jarh*, *jald*, ante vocalem *u um*, *uzunu* pro *jum*, *juzunu* (inf. radicis وزن ponderavit Oppert, Exp. II. 57 ex syllabario).

Ut omnia, quæ huc pertinent, uno loco tractentur, omniaque simul afferam quæ mihi videantur indicare linguam Assyriam sonum *w*, antequam abjiceret, in *j* mutavisse, jam hoc loco nonnulla de conjugationibus Schafel et Ischtafal monere liceat. Quum igitur et Oppertius [2]) et Menantius [3]) contendant verba פו eandem declinandi rationem sequi atque verba פא et פה, eorum sententia multis exemplis refellitur, si ad illas conjugationes attendimus. Verba enim פא et פה quum utantur formis quales sunt *usahiç* Inscr. Khors. 24 (Journ. as. 1863) prehendere feci, rad. אחץ, *usalik* ire feci Sen. Gr. 31 (Norris I. 130), rad. הלך, (formæ Ischtafal nullum exemplum notavi, sed dubium non est quin fuerit *ustahiç*, *ustalik)* contra verba פו pro signis syllabicis *sa* et *ta* fere semper habent signa *se* et *te*. Ut in inscriptione quadam regis Sancheribis (Norris I. 317) legitur: *sar-sunu ultu kirib Ursalimmu useça-wwa ina [IZGUZA* h. e.] *kussi biluti eli-sun usesib* ʻregem eorum ex urbe Jerusalem eduxi et in solio imperii super eos collocaviʼ, ubi duæ illæ radices usitatissimæ יצא et ישב conjunctæ inveniuntur. Non secus pro *ustawsib*, Ischtafal radicis ישב, dicitur *ustesib, ultesib* [4]),

[1]) Has formas lingua Assyria eodem modo atque Hebræa fingit vocali auxiliari, præcedentem sono referenti, inter secundam et tertiam radicalem accepta; ut *çalam* Hebr. צֶלֶם, *qaran* Hebr. קֶרֶן, *pagar* Hebr. פֶּגֶר, *kirib* Hebr. קֶרֶב (*k* pro *q*), *uzun* Hebr. אֹזֶן, *uruh* Hebr. אֹרַח. Quæ vocalis ut in lingua Hebræa ita etiam in Assyria abjicitur, quum ultima radicalis vocali ornatur: *abnu* (Hebr. אֶבֶן) *uznu, urhu* cet.

[2]) Grammaire assyrienne. Journ. as. 1860 p. 360.

[3]) Gram. Assyrienne p. 196.

[4]) v. Oppert, Exp. en Mésopotamie II. p. 180. Cfr ejusdem Gram. assyrienne. Journ. as. 1860 p. 362.

litera s ante dentalem in *l* mutata ex eadem lege phonetica qua apud Assyrios e *Kasdi,* Hebr. כַּשְׂדִּים ortum est *Kaldi,* Chaldæa). Plura exempla infra colligentur. In radicibus, quarum *j* nativum est, eadem signa [illegible] et [illegible] iisdem formis propria sunt, velut *ustesir* impf. et *sutesur* impt. radicis יָשַׁר يسر. Quæ signa sive Anglorum more literis *se, te* exprimis, quorum sententia mihi magis arridet, sive, quod Oppertius et Menantius malunt, literis *sí, tí,* sonum quendam vocalem notant, quæ ad *e* inclinaverit. Eadem signa in verbis primæ radicalis ע frequentantur, ut *usepis* perfici jussit rad. עבשׁ, *useli* sustuli rad. עלי, *usetiq* transportavi rad. עתק, in quibus formis Hebraice transcribendis Oppertius etiam vocalem ֶ ponere solet.

Hæc igitur vocalis quum originem ex *aw* nullo modo ducere possit — ex *aw* enim fit *u:* conferas *musab* sedes Hebr. מוֹשָׁב pro **mawϑab, muça* exitus Hebr. מוֹצָא pro **mawda'* — de hac igitur origine quum cogitare non liceat, rursus autem in verbis primæ *j*, ut *ustesir,* cfr Arab. يَسْتَيْسِرُ, ex *aj* facile deducatur, eandem explicationem in verbis primæ *w* accipere cogimur. Intelligendum igitur est literam *j* ex *w* in vocum initiis ortam paullatim in medias voces serpsisse, eodem fere modo atque Hebræum הֵתִיעֵץ e forma nuda יעץ pro ועץ Arab. وعظ, fictum est.

Sed hac re fusius exposita, si quid ad linguæ Assyriæ fata et quodam modo ipsorum Assyriorum antiquitatem illustrandam conferre posset, ad singulas singularum linguarum formas examinandas aggredior. Quas ita disponam, ut syllabas initiales *wa (wâ), wi, wu,* et quæ syllaba vix appellari potest, *w'* singillatim perlustrem.

Lingua **Arabica** antiqua melius quam ceteræ linguæ Semiticæ syllabam initialem *wa (wâ)* integram et immutatam conservavit: وَهَبَ, وَزِيرٌ, وَلِيدَةٌ, وَقْتٌ, وَصَّلَ, وَاقِفٌ. Sed quum propter vastam regionum, temporum, hominum varietatem variis modis vocales Arabicas enunciari constet, idem ad syllabam *wa* pertinere videmus. Nam ut plerumque ejus vocalis in ambiguum illum sonum *e* attenuari solet [5]) ita apud alios homines in sonum illum obscurum *å*, quem si consona emphatica adsit ubique habet, inclinasse videtur [6]), eodem modo atque in lingua Anglica voces *warm, water* enunciantur *wårm, wåter;* id quod a phonologis facile intelligitur. Ex sono *å* autem in dialecto Arabum desertum Syriacum incolen-

---

[5]) V. Lane, Ueber die Aussprache der arabischen Vokale. Zeitschr. d. D. Morgenl. Ges. IV. p. 171 sqq.

[6]) Wahrmund, Gram. der neu-arabischen Sprache 1861 p. 12.

tium [7]) fluxit sonus *u*, qui et in syllabis clausis et in iis syllabis apertis quæ breves sunt auditur; ut وَسْم *wusm*, وَجْه *wugăh*, وَكِيل *wugîl*, وَلِي *wulî*, وَلَد *wuled* pl. وُلْد *wuld*. Quod si qua de causa vocalis *a* abjicitur [8]), *w* in *ŭ* mutari solet, ut وَرَقَة *uraqa*, وَكَالَة *ukâla*, وَرَاك *urâk* (pone te). Simile est quod conjunctio copulativa *wa* sæpe ut *u* effertur.

Persæ et Turcæ in iis etiam quas ab Arabibus mutuati sunt vocibus pro *wa* suo more dicunt *va*. Hispani autem, quorum linguam multa adhuc Arabismi vestigia servare constat, pro eo enunciant *gua*, ut *al-guazil* Arab. الوزير, *Guadalquivir* Arab. واد الكبير [9]), *al-guaquida* Arab. الوقيد. Notum est linguas Romanicas, quæ dicuntur, antiquum illud Germanorum *w* eodem modo exprimere: Hisp. *guante*, Ital. *guanto*, Fr.-G. *gant*, Lat. medii ævi *wantus* cfr Sueth. *vante;* Hisp. *guardar*, Ital. *guardare*, Fr.-G. *garder* Germ. *wartên* Sueth. *vårda;* cfr Angl. *guaranty* et *warrant*. Hoc autem *gu* Arabes invicem, ut par est, sola litera و declarare possunt [1]).

Exemplum mirarum quarundam syllabæ *wa* mutationum commemorare liceat vocem Arabicam وَرْد, quam etiam in cognatis dialectis invenimus: Hebr. rabb. וֶרֶד Syr. ܘܰܪܕܳܐ Chald. וַרְדָא. Lingua Armenica et Pehlevica etiam vocem *vard* habent, fierique potest ut in terris Semiticis non indigena sit sed advena, a radice Indo-Europæa *vardh* crescere originem ducens. Illius autem vocis figuram linguæ Eranicæ ex legibus suis phoneticis (litera *d* abjecta, *v* in *g*, et *r* in *l* mutata) ita possunt transformare ut vocem Curdicam *ghúl* et Neopersicam گل *gul* inde derivare justum licitumque sit. Cum substantivo آب aqua composita vox Persica گلاب 'aqua rosata' in linguam Arabicam transiit ibique scripta est جُلَّاب, unde in nostris terris manaverunt Hisp. *julepe* Fr.-G. *julep* It. *giulebbe* Gr. medii ævi *τζουλέβη, ζουλάπιον* cet. Alia quoque ejusdem radicis forma in nostras linguas immigravit, ab illa quantum fieri potest dissona, quæ est *rosa*. Hæc enim vox per formam intermediam **rodea* ad Græcum *ϝρόδον* referri potest, quod ipsum a *ϝρόδον* natum esse forma Aeolica *βρόδον* et versus Homericus (Od. V. 121) *ὡς μέν, ὅτ' Ὠρίων' ἕλετο ϝρο-*

---

[7]) Wetzstein, Sprachliches aus den Zeltlagern der Syrischen Wüste. ZDMG. XXII p. 169, 170.

[8]) Id quod tum maxime fieri solet, neque vero semper, quum sonus amittitur et ad finem vocis procedit. Wetzstein l. c. p. 186 sqq.

[9]) Ad eandem vocem واد Renanius Græcum illud *ὄασις, αὔασις* referri posse credit. — Hist. gén. et syst. comp. des langues sémitiques I (3 ed.) p. 205.

[1]) Diez, Gram. der Romanischen Sprachen, 3 ed. 1870 I p. 331.

δοδάκτυλος Ἠώς demonstrant. Thema autem *vrod* cum *vard* conferre temerarium nemini videatur. Ex ῥόδον deinde ducta sunt Æth. *radâ* et Syr. ܘܪܕܐ [2]).

Ea quæ per alteram familiæ Semiticæ stirpem valet consuetudo soni *w* in *j* mutandi nonnulla etiam in quibusdam dialectis Arabicis reliquit vestigia. Ut apud gentem Damra b. Bakr vel si Qâmûso Turcico credendum est apud Huđailitas pro وَازِعٌ prohibens dicitur يَازِعٌ [3]). Nescio an id etiam dialectorum varietati tribuendum sit quod وَفَعٌ 'adultus et ad vigesimum annum accedens juvenis' et يَفَعٌ 'procerus et vigesimum annum agens adolescens' (Lex. Freyt.) [4]), وسن et يسن 'deliquium animi passus est ex putei foetore' (Freyt.), ورع et يرع timidus fuit, inter se cognata videntur. Vocabulum quod est يَرَقَانٌ icterus in linguam Arabicam ex dialectis Aramaicis immigrasse suspicor, cfr Syr. ܝܘܪܩܢܐ, Hebr. יֵרָקוֹן, rad. ورق fronduit, propr. viridis, flavus fuit.

Pluralis fractus formæ فَوَاعِلُ e radicibus primæ *w* ita fingi solet, ut و in أ commutetur, cujus rei causa in aperto est: وَاصِلَةٌ, وَاقِيَةٌ igitur habent pl. أَوَاصِلُ, أَوَاقٍ. Hæc consonæ *w* mutatio a Zamaḫsario [5]) inter eas affertur, quæ et legitimæ (مطّرد) et necessariæ (واجب) sint. Illegitimum autem ei videtur, quod etiam tum quum proxima syllaba literam و non habet, و illud initiale interdum in أ mutatur dicuntque أَنَاةٌ mulier languida pro وَنَاةٌ.

Quamquam hanc anomaliam non ita raro deprehendimus. Hæc igitur inter alia notavi exempla: أَبَدَ et أَمِدَ succensuit, أَبِصَ agilis fuit, أَبَلَةٌ gravitas aëris, أَتَّرَ tetendit nervum, أَحَدٌ unus (de hac forma a واحد oriunda sed significatione ab ea distincta v. Lanii

---

[2]) Cfr ea quæ de hac voce disputaverunt Pottius, Spiegelius, Leo Meyerus in Zeitschr. für d. Kunde d. Morgenlandes VII. 118, 119. — Beitr. z. vergl. Sprachforschung herausg. von Kuhn u. Schleicher I. 317. — Zeitschr. f. vergl. Sprachforschung herausg. v. Kuhn XV. 12.

[3]) Freytag, Einleitung in das Studium d. Arabischen Sprache p. 80.

[4]) Cfr etiam Osiander, Zur himjaritischen Alterthumskunde ZDMG. XIX p. 221. Principalis hujus radicis significatio videtur fuisse 'prominuit'. Hebr. הוֹפִיעַ eluxit conferri etiam debet; v. Dietrich, Gesenii Hebr. Handwörterbuch, 7 ed. p. 369.

[5]) Al-Mufaççal, ed. Broch 1859, p. ١٧٣. — Cfr Al-Fijja, ed. Dietrici 1851 p. ٣٦٩.

Lexicon s. v.), أَرَّخ pro eo quod rarius usurpatur وَرَّخ propr. mensem in epistola ascripsit (cfr Aeth. *warh*), أَثَلَ agitavit lactem buthyri eliciendi causa, أَرَقَان icterus pro وَرَقَان, quamquam usitatius est يَرَقَان, e qua forma illa fortasse eodem modo orta est atque أَدٌ manus [1]) ex يَدٌ, أَرَّى excitavit ignem, أَسَنَ (Lane) pro وَسَنَ et يَسَنَ v. supra, أَشَرَ serra dissecuit pro وَشَرَ Aeth. *wasara* (cfr نَشَرَ, נָסַר), أَشُكَ celer fuit, cum nomine quod dicitur verbi أَشْكَان [2]) (quam radicis وَشَكَ variationem Freytagius in lexico dialecto Huđailiticæ propriam esse censet), أَصِيدٌ vestibulum, area, أَصِيدَةٌ caula, septum pro usitatioribus وَصِيدٌ, وَصِيدٌ, أَطَّأَ et آطَأَ repetivit homoioteleuton (وَطَّى II, IV id.), أَفَدَ festinavit, أَفْزٌ festinantia (pro وَفَزٌ, وَفْضٌ), أُقْتٌ temporis momentum, أَقَّتَ tempus definivit, أَقَةٌ obedientia cfr وَقْهٌ, أَكَّ (عَكَّ) trusit, impulit, أَكَّدَ firmiter nexuit ('dialect. pro وَكَّدَ' Lanii Lex.), أَكَّفَ et آكَفَ imposuit clitellam (إِكَافٌ, وُكَافٌ), أَلَسَ perfide egit, أُلُقٌ n. act. أَلْقٌ mentis alienus fuit (وُلِقَ IV pass. id.).

In his omnibus exemplis أ ex و ortum esse credo; alia autem sunt, ubi utrum principale sit, utrum derivatum non æque liquet; veluti أَبَّ quod nonnumquam scribitur وَبَّ impetum paravit, أَبِهَ et وَبِهَ animadvertit (نَبِهَ id.); أَثَلَ et وَثَّلَ II firmum reddidit, opes collegit, أَجَّ et وَجَّ cucurrit struthiocamelus, أَحِنَ et وَحِنَ iratus fuit, أَرَّثَ, أَرَّشَ, هَرَّشَ, حَرَّشَ et وَرَّثَ, وَرَّشَ, accendit ignem, discordiam incitavit, أَزَبَ et وَزَبَ fluxit, أَزِفَ (Qur.) et وَزَفَ properavit (cfr زَفَّ, زَفِيفٌ), أَطَّ et وَطَّ striduit sella camelo imposita, أَلَتَ et وَلَتَ deminuit, أَنَّبَ et وَنَّبَ reprehendit. — In quibusdam linguæ Neoarabicæ dialectis non raro ex أ nascitur و. Ex quo genere nonnulla deserti

[1]) Li*h*jânitæ, gens Huđailitica, hac forma utebantur. Freytag, Einleitung in das Studium der Arabischen Sprache p. 89. — Cfr Aeth. *ed* manus, quam formam Dietrichius vetustiorem esse censet, neque vero sententiam suam satis firmis argumentis munit (Abh. für Semitische Wortforschung p. 180). — Rursus ى interdum ex أ oritur, ut يديب poeta pro أديب. Wetzstein l. c. p. 169.

[2]) J. Rödiger, De nominibus verborum Arabicis 1870 p. 26.

Syriaci incolis propria commemorat Wetzsteinius [3]: pro أَلِفَ familiaris fuit, أُلْفَة familiaritas, أَلِيف familiaris dicunt وَلَف, وَلْف, وَلِيف vel potius وُلْف, وُنْف, وُلِيف (cfr supra); pro أَنَّ gemuit, أَنَّة gemitus وَنّ, وَنَّة, pro أَسَى sanavit وسى, pro أَتَى venit وتى, De voce Neoarab. ورّى pro أَرَّى v. supra p. 17. De وجّل pro أَجَّل v. Sacy, Chrest. arabe II. p. 244. Imprimis autem hæc mutatio frequentatur in iis formis quæ a longa vocali آ incipiunt, velut in conj. III et IV radicum primæ أ. Ex quo genere jam in Zuhairii Muʿallaqa pro آتى legitur واتى. Pari modo dicitur وارن ex adverso respondit, par fuit (Diw. Huḏail.), واسى sanavit, واخذ punivit, والف familiaris fuit, واخى id., وازى oppositus, parallelus fuit, cet. Hujusmodi formas grammatici Arabici dialecto Jamanensi peculiares esse perhibent, negantque eas a ceteris Arabibus recte adhiberi posse [4]. De forma واخذ ceterisque ejusdem generis in deserto Syriaco usitatis, formisque a sono Hamzæ incipientibus multis hujus ætatis Arabibus omnino invisis, conferas etiam Wallin, Probe aus einer Anthologie neuarabischer Gesänge, in der Wüste gesammelt. ZDMG. V. p. 10.

Hæc literarum و et ا inter se commutatio quum in iis formis sine dubio primo exsisteret, ubi illæ literæ vocum initia tenerent, deinde ad alias etiam formas manabat. Quo fit ut infinitivus vocis أَثَّل, وثّل et تأثيل esse possit et تَوْثِيل [5]. Simili modo pro impf. et inf. verbi واسى in dialecto Syriaca usurpant يْوَاسِي, مْوَاسة [6]. Ex septem illis Qurʾâni ʿlectoribusʾ nonnulli (*Higâzitæ*) pro يُؤَاخِذ (Sur. II. 225) similibusque formis, commendant formam يُوَاخِذ [7]. — Idem igitur his verbis accidit, quod supra de seminibus biliteris disputantes significavimus, ut ex una radicum triliterarum familia altera sit exorta. Quin aliæ etiam consonæ ut ه et ع in hujusmodi vocibus reperiuntur: واجس et هاجس in mentem incidens cogitatio, وبّأ et عبّأ ordine disposuit, وبد, أبد, عبد succensuit, alia. Cfr عصفر flavo colore tinxit, عُصْفُر cnicus herba, ex adjectivo أَصْفَر flavus derivata [8].

---

[3]) l. c. p. 169, 119, 124, 144.

[4]) v. Lanii Lexicon Arabicum I p. 29 aliisque locis.

[5]) Lanii Lex. sub rad. أثل.

[6]) Wetzstein l. c. p. 119.

[7]) Lanii Lex. I. p. 29. — Cfr Nöldeke, Geschichte des Qorâns 1860 p. 280, 281.

[8]) Alia exempla hujus literæ ا in ع transitus v. apud Dietrichium, l. c. p. 283.

In ceteris linguis non ita paucas invenimus voces, ubi syllaba *wa*, vocali propter sequentium syllabarum pondus correpta, denique prorsus sublata sit. Cujus generis ex lingua Arabica nullum certum exemplum afferre possum. Fieri quidem potest, ut vox صِئْصِئٌ, ضِئْضِئٌ radix, proles (cfr Aeth. **dâ'dâ'** Hebr. צֶאֱצָאִים), quæ nusquam referri potest nisi ad radicem *wada'a* exiit [9]) (rad. ضأضأ enim aliena est) ex وَصْئْصِئٌ imminuta sit; hujus enim formæ vocabula lingua Arabica nonnulla habet, neque tamen ea amare videtur: غَطْمَطٌ mare magnum, cfr غَطْمَطَ æstuavit, سَلَقْلَقٌ e podice menstrua patiens, عَذَمْذَمٌ mensura ex conjectura. Sed nihil certi de hac re statuere audeo, quum et vocales vocis scrupulum mihi injiciant, et simillima vox رَخْرَخٌ potius ad radicem رخّ quam ad eam unde illa fortasse nata est ورخ referenda esse videatur.

Syllaba initialis *wi* in lingua Arabica rarioris usus est quam syllaba *wa*; vel etiam interdum ab illa immutata est, si sequentis syllabæ vocalis ea fuit vi, ut ad illam deprimendam valeret [1]). Hæc igitur syllaba non secus atque syllaba *wa* apud Arabes integra servari solet: وِزْرٌ onus, وِزَارَةٌ veziri munus et dignitas, وِلَادٌ, وِلَادَةٌ partus, وِهَادٌ pl. vocis وَهْدَةٌ fovea, وِدٌّ (= وُدٌّ) amor; nullum exemplum invenio ubi vocalis *i* longa sit. Hoc autem وِ non raro in إِ mutatum reperitur, licet ea enunciatio a multis grammaticis Arabicis reprobetur. Zamahsarius igitur ait [2]) illegitimam (غير مطّرد) esse mutationem, quod nonnulli scribunt إفادة, إشاح, إسادة, إعاء pro وفادة, وشاح, وسادة, وعاء. Alii formas hoc modo scriptas ita defendunt, ut quandam significationis varietatem eruere et indagare conentur, ut Ibn-el-'Arabî in distinctione inter إِرْثٌ et وِرْثٌ statuenda sine causa sudat [3]). — Eandem mutationem ostendunt إلادة partus, إكاف lorum, إكاف clitella, alia. Num إِسْبٌ pubes pro وِسْبٌ herba ponatur (Freyt.) dubito, quum forma pluralis sit آسَابٌ. Vocem إِنْجِيلٌ

[9]) Cfr. supra p. 14.

[1]) Cfr Ewald, Grammatica critica linguæ Arabicæ 1831. I. p. 86.

[2]) Al-Mufaççal p. ١٧٣.

[3]) V. Lanii Lex. Arab. sub voce أرث.

(Gr. *εὐαγγέλλιον* Syr. ܐܘܢܓܠܝܘܢ Aeth. *wangêl,* cfr *Εὐάγριος,* Aeth. *Wagras*) ex وَنْجِيل simili mutatione ortam esse crediderim. Contra interdum وِ scribitur pro إِ, ut وِصْر pactum pro إِصْر (Lane), وِرْب astutia pro إِرْب (Qâmûs). Ut syllabam *wa* in lingua recentiore sæpe in *w'*, deinde autem in *u* corripi comperimus, ita syllabæ *wi* idem interdum accidit; velut in dialecto Melitensi *utŷt* pro وِتَاد, *ulŷd* pro وِلَاد, formæ plurales vocum *wytet* paxillus (وَتَد) et *wyld* (وَلَد) [4]).

Syllabam *wu* initialem lingua Arabica aut tueri solet aut interdum in أُ commutare. Exempla illius generis sunt وُجِدَ pf. pass. et وُجُود n. act. verbi وجد invenit, وُجُوه pl. vocis وَجْه facies, وُسْطَى fem. vocis أَوْسَط medius, وُقِّفَ constitutus est. Illi soni وُ in أُ mutationi, ut levissima est, facilius a grammaticis indulgetur quam iis, de quibus jam diximus, وَ in أَ, وِ in إِ. Zamaḥšarius igitur (l. c.) quum hanc mutationem omnino 'legitimam' esse concedat, tamen inter duo distinguit genera, quorum alterum 'necessarium' (واجب) esse dicit, alterum 'licitum' (جائز); illud autem tum habere locum, si binæ syllabæ continuæ a وُ incipiant, quod in formam deminutivam nominum quorundam agentium cadat, ut أُوَيْصِل pro وُوَيْصِل e sing. واصل (cfr formam plur. أَوَاصِل pro وَوَاصِل); cetera omnia tantum esse licita, ut أُجُوه pro وجوه alia. Cujus generis hæc exempla addam: أُثْن pl. vocis وَثَن idolum, أُرَيْق demin. vocis أَوْرَق fuscus, أُقْنَة fovea idem quod وُقْنَة, أُحْدَان pl. vocis أَوْحَد unicus.

Simillimæ formæ oriuntur quum in dialectis recentioribus syllaba *wu* sono progrediente ita corripitur, ut pro وُلَيْد dicatur *ulêd* (in deserto Syriaco, v. Wetzstein, l.

[4]) Vasalli l. c. p. 111. Litera *y* in dialecto Melitensi notat sonum quendam inter *i* et *e* intermedium; sonum *ŷ*, quem in hac dialecto ex *â* sæpissime (ut in illis ipsis vocibus) exoriri constat, Gesenius aliique scribunt *ie*; v. Gesenius, Versuch über die maltesische Sprache 1810 p. 2. — Quod litera *d* vocis وتد in *t* commutata est, inde pendet, quod hæc dialectus in fine vocum consonas tenues pro mediis amare videtur, ut apud Gesenium invenio *it* يد, *ghat* غد, *tajep* طيب, *deep* ذهب, alia. Idem significare videtur Vasallius l. c. p. 2, quamquam ipse in hac re minime sibi constat; cfr supra *utŷt* sed *ulŷd*. — Eadem lex phonetica propria est linguæ Sanscritæ, Polonicæ, Germanicæ vetustiori (Mittelhochdeutsch), aliis.

c. p. 170) pro وُجُوهٌ, وُرُوقٌ *ŭgûh, ŭrûq* (in dialecto Melitensi, Vasalli l. c. 110), quæ formæ, opinor, proxime ex وُلَيْد, وُجُوه originem ducunt. — Invicem in illa dialecto Syriaca pro أ dicitur و, ut وَخَذ pro أَخَذَ captus est.

Omnino excidisse videtur syllaba *wu* in subst. قَاهٌ obedientia (Qâm., *G*awh.) quod Freytagius sub radice قاه affert; cfr وُقَاهٌ id.

Reliquum est ut de iis formis dicamus, in quibus literam initialem *w* jam apud Protosemitos nulla secuta est vocalis. Cujus generis non multa inveniuntur exempla, neque tamen nulla. Primum enim, si eas formas comparamus, quas modus imperativus conjugationis simplicis in diversis linguis Semiticis præbet: Arab. أُكْتُبْ, اِضْرِبْ, اِفْعَلْ (quibus formis leve illud et fluxum 'Alif unionis tamquam fulcrum præmittitur [4]); tametsi in lingua vulgari et quotidiana hæc sæpe non auditur, quum dicant كْتُب cet.), Aeth. *negér, gebár*, Assyr. *zukur, rihiç, çabat*, ubi vocalis ut ita dicam segolata post primam radicalem accipitur) [5]), Hebr. זְכֹר, שְׁמַע, Aram. בְּרַךְ, ܩܛܘܠ, ܘܣܒ cet. — has igitur formas si comparamus, haud dubium videri potest, quin Imperativi forma jam in lingua Protosemitica fuerit $k t \overset{a}{\underset{i}{_u}} b$ vel, si mavis, $k' t \overset{a}{\underset{i}{_u}} b$.

Verba primæ *w* in his formis a themate derivandis non semper eandem inierunt rationem. Nam quæ verba intransitiva sunt, ideoque vocali *a* enuncianda, ea ad verborum perfectorum normam proxime accedunt. Pro وْجَلْ igitur primo dictum est اِوْجَلْ, deinde autem, litera *w* solito modo præcedenti vocali assimilata, اِيجَلْ. Qua in re id tantum notabile est quod illud 'Alif unionis omnino accessit. Ea enim sonorum asperitas, quæ oreretur si binæ consonantes in initiis vocum colliderentur, in ceteris quidem verbis vocali illa subsidiaria præmissa commodissime tollitur; forma وْجَلْ autem et quæ ei similes sunt sine dubio facilius in *ŭgal* abeunt quam in *ĭwgal*

---

[4]) Quem sonum imperativo necessarium non esse ex verborum surdorum et concavorum formis efficitur (حُبَّ, قُلْ). Hæc igitur vocalis prorsus ejusdem generis est atque e quam habent اِتْكَلَّم = تَكَلَّم (Wahrmund, Gram. d. neu-arabischen Sprache 1861 p. 104), Hebr. אֶצְעָדָה = צְעָדָה, Hebr. rabb. אִסְכּוֹלָא Fr-G. *école* pro *escole*, Hung. *iskola*, Celt. *ysgol* e Gr. *σχολή*. Similia videas apud Pottium, Etymol. Forschungen, 2 ed. II. p. 66 sq.

[5]) Quamquam hæc vocalis fortasse proprietati cuidam scripturæ Assyriæ debetur, quæ prohibuit, quominus formæ *zkur, rhiç, çbat* ita scriberentur; cfr Ass. H*isi'arsa'* pro *Khsayârsâ* Xerxes.

(cfr ea quæ ex lingua Neoarabica modo allata sunt اتكلّم pro تْكلّم, at contra *ŭlêd* pro وْليد). Analogiæ igitur ratio in his vocibus plus valuit quam leges phoneticæ.

Gravius autem a radicum firmarum paradigmatis ea verba primæ *w* discrepant, quæ significationem transitivam habent. Nam quum hæ radices in perfecto vocalem *a*, in imperfecto autem et imperativo vocalem *u* habere soleant — quam declinationem jam ad linguam Protosemiticam pertinuisse omnium dialectorum in hac re consensu efficitur — in verbis primæ *w* vix ullum hujus declinationis vestigium reperias. Pro vocali *u* enim hæc verba habent *i*, et quo major fiat eorum ab illo paradigmate discrepantia, primam radicalem *w* etiam tollunt. Itaque pro impt. وْلُدْ habent لِدْ. Neque vero hujusmodi formæ Arabismo soli propriæ et peculiares sunt, ut recentiore tempore eas exstitisse credamus; instituta enim ceterarum dialectorum comparatione (Aeth. *sed*, *qer*, Hebr. שֵׁב, רֵד, Chald. תִּיב, Syr. ܗܒ cet.) apparet, hanc anomaliam antea esse exortam quam linguæ Semiticæ discessissent.

Arduum sane et fortasse temerarium est de hujus formæ Protosemiticæ causis aliquid statuere, quippe quum sola conjectura nitendum sit. Sed tamen formas impt. *lid*, *ϑib*, similes ad eas quæ cum ceteris verbis conveniant **w'lud*, **w'ϑub* revocari posse censeo. Primæ enim radicalis jactura quum in ea soni *w* initialis ante consonas fragilitate quam ex multis variisque linguis comperimus [6]) excusationem quandam habeat, tum fortasse eo etiam adjuta est, quod sequentis syllabæ vocalis, consonæ *w* cognatissima, eam facile attrahere et tamquam in suum corpus absorbere potuit. Hoc si verum est, intelligitur etiam cur eæ imperativi, formæ quæ vocalem *a* habeant, tenacius quam illæ primam radicalem servaverint. Quæ autem fuerit causa cur forma *lud* in *lid* transiret, id multo obscurius est. Similia quidem colligi possunt, ut hæc mihi nunc ipsum succurrunt: Arab. لُبٌّ cor Hebr., Chald. לֵב, Arab. أُمٌّ mater, apud nonnullas gentes إِمّ [7]) cfr Hebr. אֵם, Syr. ܐܡ; sed hæc exempla ut rem illustrent, tamen vix valent ad eam explicandam. Sed quum unaquæque lingua anomalias habeat, quarum causas eruere non possimus, in linguam

---

[6]) Cfr Sv. *rita* Angl. *write* Angl.-Sax. *vritan* Goth. subst. *vrits*; Isl. *reiðr* Germ. ant. *reid* Angl. *wroth* Sv. *vred* Angl.-Sax. *vrâð*; Sv. *rot* Lat. *rad-ix* Gr. *ῥίζα* (= *Ϝρίδ-jα*, * *vard-jâ*) cfr Sax. ant. *wurt-ja*, Goth. *vaurts*, rad. *vardh*; Fr.-G. *Ladislas* e Pol. *Wladislaw*, alia.

[7]) Wetzstein, ZDMG. XXII p. 169.

Protosemiticam, perantiquam illam quidem sed tamen ex antiquiore explicandam, idem cadere par est. Malo autem formam وُلُّدْ quam وُلْد principalem ponere, quamvis hæc a لِدْ propius abesse videatur; vocalis *i* enim, verbis intransitivis propria, in his justam causam non habet; quo accedit, quod modo significavi, ut primæ radicalis abjectio ita difficilior fieret intellectu. Quod nonnulla verba primæ *w*, quæ in imperativo primam radicalem tollunt, propter præcedentem aut insequentem gutturalem vocalem *i* in *a* commutaverunt, id quum ad formam imperfecti venerim, ubi idem iisdem verbis accidit, exponam. Ibi etiam de iis verbis dicam, quæ quum in perfecto vocalem verborum intransitivorum *i* habeant, cetera transitivorum declinationem sequuntur. Præstat enim de his verborum classibus illo loco agere, quoniam formæ modi imperativi ut in quotidiano vitæ usu sæpissime audiuntur ita in libris satis raro occurrunt.

Dialecti Neoarabicæ analogiæ vi adductæ horum verborum anomalias tollere et ad verborum perfectorum declinationem revocare student. Sæpe igitur pro قِفْ dicunt أُوقِفْ, pro زِنْ أُوزِنْ cet., [8]) quæ formæ quamquam primam radicalem recuperaverunt, tamen ex forma monosyllaba vocalem *i* retinent. Vox دَعْ missum fac, permitte etiam in dialectis recentioribus primam radicalem respuere videtur.

Verba primæ *w*, quorum media radicalis in perfecto cum vocali intransitiva *u* effertur, satis pauca possidet lingua Arabica; quæ omnia flectuntur, ut dicunt Arabes, كرُم, id est perf. وَشُكَ, impf. يَوْشُكُ habent. Formæ imperativi nullum exemplum notavi, sed dubium non est quin fuerit أُوشُكْ. — Quod si quis objiciat, hoc parum cum ea convenire, quam supra de origine formæ *lid* proposuerim sententia, quippe enim formam principalem *wsuk* eodem jure quo *wlud* consonam initialem debuisse abjicere, moneo hoc verborum intransitivorum genus suam sibi et peculiarem habere speciem et declinationem, a qua quominus recederent singula verba singulæve verborum familiæ præsentem illam analogiæ vim prohibuisse credibile sit.

Illa primæ radicalis jactura, quam pleraque nostrorum verborum in imperativo patiuntur, ad quandam nominum actionis classem etiam pertinet. Docent enim grammatici, ea verba, quæ in imperfecto assumant formam يَلِدُ, in nominibus actionis etiam plerumque habere formam لِدَةٌ. Quam formam jam in lingua Protosemitica exstitisse

[8]) Wahrmund l. c. p. 117.

exempla a ceteris dialectis accita demonstrant: Aeth. *ledat* generatio, *redat* descensus; Assyr. *ṣit* exitus; Hebr. לֵדָה, רֵדֶת, צֵאת; Aram. הִימְתָא, ܫܡܚܐ ardor, ܝܨܦܐ cura. Quamquam in lingua Arabica hæc forma minus late patet quam grammatici statuunt. In lexico Freytagiano eam vix quinquaginta hujus generis radicibus ascriptam invenio, quæ omnes aliis etiam formis uti possunt; apud centum et triginta desideratur. Quibus numeris quamvis non nimis confidendum esse sciam, tamen aliquid sine dubio sunt. Nihilo vero minus hujus generis nomina multo sæpius occurrunt, quam quis ex illis numeris facile conjiciat, quandoquidem ea ipsa verba, quæ frequentioris usus sunt, imprimis hanc formam aut amare videntur, aut certe habere possunt; exempli gratia hæc appono: وثق, وجب, وجد, وحد, ودع, ورث, وزن, وسع, وسن, وصف, وصل, وعد, وعظ, وقد, ولد, ومق, وهب. Sed persuasum mihi est omnia hujusmodi verba, quæ quidem formam imperfecti يَلِدُ antiquitus habeant, non ex ceterorum analogia acceperint, illam infinitivi formam etiam aliquando habuisse. Mox enim exponam quam rationem inter formas imperfecti et infinitivi intercedere arbitrer.

Ea verba, quæ ut يَضَعُ mediam vocalem propter gutturalem in *a* mutaverunt, in iis formis nominalibus, de quibus dicimus, modo *i* modo *a* habent, ut ex his exemplis videre licet: بِئَةٌ pestilentiæ calamitas, دَعَةٌ tranquillitas, quies, رِعَةٌ (*Harîrî*) abstinentia, سَعَةٌ et سِعَةٌ opulentia, potestas, ضَعَةٌ et ضِعَةٌ humiliatio, طَأَةٌ et طِئَةٌ æquabilitas, هِبَةٌ munus. Verbum وصل impf. يَصِلُ duas habet formas صِلَةٌ et صُلَةٌ. Eodem modo invenitur et جِهَةٌ et جُهَةٌ latus rei, regio, quæ fortasse olim nomina actionis radicis وجه impf. يَجِهُ fuerunt. Nescio an simili significationis ex abstracto in concretum transitu ad radicem ورق fronduit referri possit رِقَةٌ pl. رِقُونَ pecunia signata, numi (cfr وَرْقٌ id., Aeth. *warq* aurum); cujus vocis principalis vis fuerit *χλωρότης*, quasi flavedo. Idem, opinor, valet de voce قِبَةٌ ventriculus magnus ovis; cfr وَقْبٌ scrobs, rad. وقب intravit, sed proprie, nisi fallor, excavavit, cavus fuit. Num رِقَةٌ planta valde virens et رِقَةٌ ficus cum radice ورف extensa fuit umbra conjungi debeant, forsitan dubitatione non careat.

Nomina vicis, nom. specificationis, nom. deminutiva ab hujusmodi formis derivata primam radicalem restituunt; ut ex عِدَةٌ fit وَعْدَةٌ una sola promissio, وِعْدَةٌ promissio ("in promittendo"), وُعَيْدَةٌ [9]) parvum promissum. Cujus rei causa in aperto est; hæc enim nominum genera nisi tribus consonis subjectis fingi non possunt. Quominus autem nomen relativum fiat عِدِىٌّ nihil est quod impediat; nisi forte tertia radicalis etiam debilis est, ex شِيَةٌ enim similibusque fit وِشَوِىٌّ.

Sed jam videamus quæ fuerit principalis figura primaque origo formarum لِدَةٌ, عِدَةٌ. Rosenmuellerus عِدَةٌ pro وَعْدَةٌ poni credit [1]); Ewaldus, Dillmannus, Boettcherus primam radicalem ideo abesse censent, quia imperfectum ("fiens" Boettch.) eam abjecit [2]); Olshausenio origo formæ Hebrææ עֵדָה videtur fuisse *j"ᶜid* [3]) quod Bickellius [4]) in *w'ᶜid* (وِعِد) correxit, neque id temere, quum has voces ante illam soni *w* in *j* mutationem exstitisse credibile sit. Hoc autem *w'ᶜid* literarum transpositione ex *wiᶜd* (وِعْد) ductum esse arbitratur. Noeldekius, si recte eum intellexi, hujusmodi voces ad formam principalem وِعَدَةٌ refert [5]).

Variæ igitur sententiæ de hac re propositæ sunt; neque tamen ulla earum idonea et probabilis mihi videtur. Nam quæ est hujus formæ cum formis imperativi et imperfecti cognatio, nullam explicationem facile admittam, quæ non ad illas etiam explicandas valeat. Si igitur imperativum recte ad formam وُعْدُ revocavi, infinitivus eandem habeat originem necesse est; et invicem si comprobari possit principalem infi-

---

[9]) Ita, ut videtur, recte Casparius (Arab. Gram. 3 ed. 1866 p. 118; Wright, Gram. I p. 151) qui formam وُعَيْدٌ ad nomen وَعْدٌ refert: cfr Al-Fijja, ed. Dietrici p. ٣٤٢. — Sacyus, Rosenmuellerus, Lagus, alii pro deminutivo vocis عدة afferunt وعيد, eam credo ob causam, quia cum grammaticis Arabicis illud ة compensativum esse sententes, nullum ei locum esse judicant, quum prima radicalis restituitur.

[1]) Institutiones linguæ Arabicæ 1818 p, 101.

[2]) Ewald, Gram. critica l. Arabicæ I p. 246. — Id., Lehrb. d. Hebr. Sprache, 8 ed. p. 384. — Dillmann, Gram. d. Aeth. Sprache p. 81. — Böttcher, Ausführl. Lehrb. d. Hebr. Sprache I. p. 390, 285.

[3]) Lehrb. d. Hebr. Sprache p. 136.

[4]) Grundriss d. Hebr. Grammatik 1869 p. 19.

[5]) Gram. der Neusyr. Sprache p. 92.

nitivi figuram illam fuisse, ea etiam quam conatus sum imperativi enodatio firmius constabit.

Inquirendum igitur est in formæ infinitivi originem; quam usque a lingua Protosemitica repetere eo magis necessarium est, quum formam عِدَة jam illo tempore exstitisse comprobatum sit. Qua in re id perdifficile est, quod linguæ Semiticæ alia aliam infinitivi figuram præbent; Arabes enim quum multis verborum transitivorum infinitivi formis utantur, tum præter ceteras formam فَعْل amant; Aethiopes formam *qatîl* frequentant, apud Assyrios forma s*akan* præcipue in usu fuisse videtur, Hebræi dicunt קְטֹל, Aramæi מִקְטַל, ܡܶܩܛܰܠ. In tanta formarum varietate tamen confidenter audeo affirmare linguam Hebræam in hac re antiquitati ceteris esse fideliorem. Quod ex formæ infinitivi cum imperfecto cognatione (cfr קְטֹל - יִקְטֹל) concludo. Horum enim modorum alterum ex altero pendere ut vel primo aspectu versimile videtur et conjugationum derivatarum analogia confirmatur (cfr יְקַטֵּל-קַטֵּל, יַקְטִל-הַקְטֵל, יַקְטִיל-הַקְטִיל), ita ab omnibus fere grammaticis conceditur. Quamobrem si convenit principalem imperfecti formam in conjugatione simplice verborum transitivorum fuisse *jaktubu* — cfr Arab. يَكْتُبُ, Aeth. subj. *jenger* (*u* enim Aethiopice semper in *e* transit), Assyr. *askun*, Hebr. יִקְטֹל, Aram. יִקְטֻל, ܢܶܩܛܽܘܠ — fieri non potest quin formam *ktub*, unde illa ducta est, linguæ Protosemiticæ adjudicemus. Neve id dubitationem nobis moveat, quod nonnulli ex forma suffixa קָטְלִי concludunt, קְטֹל principio fuisse קְטֹל et idem huic formæ accidisse quod vocibus Hebræis גֶּבֶר, פְּרִי (pro גְּבַר, פְּרִי) et in linguis Aramaicis toti fere nominum segolatorum familiæ, ut מַלְכָּה, זְמַן, ܨܠܶܡ, ܦܽܘܩܕ. Eodem sane jure ex formis imperativi קִטְלִי, עִמְדוּ concludi poterat, vocalem hic quoque inter primam et secundam, non secundam et tertiam radicalem fuisse interpositam; quæ sententia si cui probetur, formas Arabicas inspiciat. — De ratione inter infinitivi et imperfecti formas intercedenti plura posthac dicentur, quum ad imperfecti formas enodandas accedam; etenim si admodum probabile sic quoque videtur, formas verborum perfectorum קְטֹל et יִקְטֹל inter se cognatas esse, hanc opinionem mire commendat manifesta illa formæ يَعِدُ cum عِدَة affinitas et convenientia.

Hæc si recte disputata sunt, principalis infinitivi forma fuit *wlud*, *wʿud*, unde ad easdem leges, quæ in forma imperativi sonorum mutationes creaverunt, factum est *lud*, *ʿud* — *lid*, *ʿid*. Huic autem formæ jam in lingua Protosemitica accessit terminatio feminina ة, **-at*. Cujus rei causa haud scio an ex eadem linguarum Semiticarum proprietate repetenda sit, quam supra (p. 20) indicavi, ut nimis curta

et minuta vocabulorum corpora ægre ferant, variisque modis augere et amplificare studeant; veluti pro imperativis قِ, تِ, رَ sæpe dicitur قِهْ, تِهْ, رَهْ, pro forma st. constr. plur. מֵי etiam מֵימֵי, pro præpositione מִן reduplicate מִמֶּנִּי, מִמְּךָ = *min-min-hu, *min-min-ka, pro præpositionibus *bi*, *li*, *ka* non raro Hebr. בְּמוֹ, כְּמוֹ, לְמוֹ Arab. بِمَا, كَمَا cet. Eodem pertinet quod nunatio Arabica, quum in nominibus propriis omnino justa non esset, tamen iis potissimum formis adhæsit, quæ breviores neque satis plenæ videbantur; cfr نُوحٌ, لُوطٌ et contra إِبْرٰهِيمُ, آدَمُ[6]). — Quamobrem grammatici Arabici quum ة illud in nostris infinitivis compensationis causa positum esse (خلال) dicant [7]), haud sane procul a vero aberrant. Quod si quando hoc ة desideratur, ut Gawhario auctore apud poëtas عِدْ pro عِدَةٌ dicitur (Freyt.) dubito an hæc licentia poëtica potius existimanda sit quam antiquitatis vestigium.

Ad linguam Himjariticam jam aggredientes, Arabicæ et Aethiopicæ finitimam, ut in his linguis literam *w* initialem ante vocales conservatam esse videmus. De vocalium enunciatione autem nihil certi statui potest, quum scriptura Himjaritica earum signis omnino careat. Pauca igitur exempla affero: וקההמו exaudivit eos (Osiander ZDMG. XIX p. 165) cfr Arab. وَقَهَ obedivit; ודדאל n. pr. (l. c. p. 206) cfr Οὐάδδηλος, quod in inscriptionibus Hauranensibus legitur, et Hebr. יְדִידְיָה; ולדהו filius ejus (l. c. 238, 255); ותרם n. pr. sæpius occurrens, Arab. وَتْرٌ, Hebr. יֶתֶר, יִתְרוֹ, quæ nomina propria etiam sunt; ופים conservatio, ופיהו conservatio ejus, n. act. satis sæpe occurrens, cfr Arab. وَفَى integer fuit [8]).

---

[6]) Cfr disputationem meam De nunatione Arabica 1865 p. 44. Vide etiam de فَمٌ, إِبْنَمٌ pro فَمٌ, اِبْنٌ l. c. p. 46. Contra longiores voces interdum unius vel plurium consonarum amputatione imminui, vide l. c. p. 41.

[7]) Al-Fijja, ed. Dietrici p. ۴۴.

[8]) Hæc etiam exempla mimationis illius Himjariticæ habes, quam locum nunationis Arabicæ tenere Osiander argumentis nihil dubii relinquentibus probavit (Zur himjaritischen Alterthumskunde ZDMG. XX. p. 225 sqq.). — Gaudeo ita confirmatam esse eam de nunationis origine sententiam, quam in libello modo commemorato proposueram, ubi a nunationis usu atque vi proficiscens, instituta etiam quæstione de terminatione plurali Semitica (*-ûna, -ân, -îm*, cet.), nunationem ad pronomen illud indefinitum *ma* referre conatus sum. Osiander etiam ipse in eandem enodationem incidit. Novis argumentis e syntaxi petitis eam postea munivit Prymius (De enunciationibus relativis Semiticis 1868 p. 101 sqq.). Eandem nunationis originem nuper admisit Bickellius (Grundriss d. hebr. Grammatik II 1870 p. 14).

Nulla adhuc, quod sciam, reperta est vox Himjaritica, quæ formis in ceteris linguis primæ radicalis aphæresi fictis respondeat. Sed in imperativo primam radicalem in hac etiam dialecto resecari solitam esse, ex festiva illa narratiuncula effici credo, quam Ibn-Duraidus de rege quodam Himjaritico Ibn-*G*adan commemorat [9]. Significat enim hæc narratiuncula, Himjaritas non secus atque Arabes forma impt. ثِبْ usos esse, aliam illos quidem notionem huic voci subjicientes; ex qua ambiguitate error ille natus est, ut qui considere juberetur, e monte sibi desiliendum esse putaret.

Lingua Aethiopica etiam syllabam initialem *wa* immutatam servare solet: *walada* Arab. وَلَدَ, *watr* nervus Arab. وِتْرٌ Hebr. יֶתֶר Syr. ܝܬܪܐ, *wâres* Arab. وَارِثٌ heres, *wâkaja*, conj. I. 3 fulsit, *wahhâbî* Arab. وَهَّابٌ. In iis etiam formis ubi primæ syllabæ vocalis aliqua de causa corripitur, consona retineri solet, ut in *wekûl* fretus pro * *wakûl* cfr Arab. وكل VIII part. id., *welûd* natus, Hebr. יָלוּד id., *wedû'* egressus, aliis. Quamquam hæc brevissima syllaba *we* vel potius *wə*, *w'* jam Ludolfi, clarissimi viri, temporibus sicut vocalis *u* sonabat, quam enunciationem Dillmannus multo ante exstitisse arbitratur [1]). Huc pertinet quod vox Græca ὠκεανός, Syr. ܐܘܩܝܢܘܣ Aethiopice *weqjânôs* scripta invenitur (it. *aukijânôs*). Simillimam rem in lingua Arabica usu venisse, modo dictum est.

Primæ syllabæ jactura forsitan fictæ sint voces *habhab* donum, mere s, *dâ'dâ'* fetus, *sabsâb* matrimonium, *sâ'sâ'* eloquentia, *se'sû'* facundus, *çâhçâh* stillicidium; quibus vocibus substantivis quum nullæ radices verbales reduplicatæ respondeant, dubito an probabile sit, non modo ultimam sed proximam earum originem esse verba quæ sunt *wahaba* dedit, *wad'a* exiit, *wasaba* I. 1 inusit. (cfr وثب, ישב) II. 1 et III. 2 in matrimonium duxit (propr. secum cohabitare fecit) unde derivatum est adj. *wesûb* fem. nupta, *was'a* I. 1 inus. II. 1 verba fecit, *waçha* I. 1 inus. II. 1 infudit. Themata igitur principalia essent * *wahabhab*, * *wasabsâb* cet. ad analogiam vocum *natabtab* stillicidium, *naçafçâf* id., vel prima vocali propter sequentium syllabarum pondus correpta * *wehabhab*, * *wesabsâb*, quibuscum conferas, si placet, voces *nebasbâs* micatus, splendor, *nezehlâl* lascivia.

Syllaba *wa* etiam abjecta est in voce *led* pro *wald* (*waled*? cfr Arab. وَلْدٌ) quod sæpe cum *bêt* conjungitur: *led bêt* οἰκογενής, verna; quamquam *wald bêt*

---

[9]) V. Freytag, Einleitung in das Studium d. arab. Sprache p. 114.

[1]) Gram. d. Aeth. Sprache p. 31.

etiam dicitur Gen. 17. 2. Koh. 2. 7 [2]). Fortasse ejusdem generis est *ded* compages, commissura, fundamentum, e radice *wadada* (v. supra p. 23) derivatum. Confiteor me has formas non satis intelligere. — Vocem *raq* sputum, quam Dillmannus sub radice *waraqa* affert et cum *ded* componit [3]), forsitan potius ad radicem רקק referamus oporteat.

Quum lingua Aethiopica sonos *i* et *u* in unam vocalem *e* confuderit, formæ a syllabis *wi* et *wu* incipientes vixdum distingui possunt. Utrum igitur *west* medium ex *wist* an ex *wust* (an fortasse ex *wast* cfr Arab. وسط) originem ducat, id omnino latet. Neque minus obscurum est frequens illud formarum genus, quo pertinent *wellâtê* mutatio, *wessânê* definitio, *wessâkê* additio (cfr Arab. وسق), *weffâjê* traditio (cfr Arab. وفى), alia.

Jam supra dictum est etiam linguam Aethiopicam imminutas illas imperativi et infinitivi formas habere. Sed ea re hæc lingua et cum cognatis discrepat et ab antiquitate degeneravit, quod vocalem *a* pro *i* in plurimis harum formarum ascivit. Quod quum neque phoneticis causis assignare possim neque ullam cum aliis formis analogiam inveniam, quæ in hac re valuisse intelligenda sit, hæc vera anomalia mihi esse videtur. Ea autem ad imperativum imprimis pertinet; nam etiamsi vocalis *i*, quæ Aethiopice per *e* scribi debet, nonnumquam reperitur, ut *sed* duc, fer (sæpius occurrens), *qer* dola Deut. 10. 1 (it. *weqér, weqár;* cfr rad. Arab. وقر propr. excavavit), *ger* projice Ex. 1. 22 (it. *wegér, wegár),* tamen formæ per *a* fictæ multo usitatiores sunt, et non modo sæpe in his ipsis verbis inveniuntur, sed etiam in omnibus, quæ quidem notata sunt, exemplis verborum *wahaba, walada, warada, wa*ʿ*ala* (mansit), *wadqa* (cecidit, cfr Arab. ودق stillatim decidit), *wa***d***ʾa* (impt. propter gutturalem **d***âʾ);* itemque in verbis *wafara* (rus ivit), *wadaja* (jecit, Hebr. ידה) quæ consonam *w* etiam servare possunt, ut *far, wefér; daj, wedáj, wedî* (legitima mutatione ex **wedéj* natum).

Nomina abstracta, primæ consonantis aphæresi et terminationis femininæ additione eodem modo atque عِدَةٌ, لِدَةٌ ficta, lingua Aethiopica non ita pauca habet. Illa autem terminatio aut plena manere potest, ut in *ledat* generatio, *redat* descensus, ʿ*elat* tempus, dies (proprie, ut credo, mansio, perennitas), *deqat* lapsus (unde fortasse literæ *n* epenthesi fluxit vox *denqat* casus, acc. *denqata* casu, improviso); *gesat* excommunicatio, diræ, ʿ*ejat* adustio corporis, locus adustus, *reqat* spuitio; aut in *-t*

---

[2]) V. Dillmanni Lexicon Aethiopicum col. 887.

[3]) Aeth. Gram. p. 179.

corripitur, quæ terminatio in lingua Aethiopica usitatissima est; velut *rest* hereditas, t*ent* exordium, h*est* commodatum, *qest* litigatio, contradictio, *gebt* casus (cfr Arab. وَجْبَةٌ) acc. *gebta* subito. In duabus vocibus, *habt* donum et **d***â't* exitus, vocalis *a* gutturalis, ut opinor, causa pro *i* posita invenitur [4]); etiam pro *qest* raro legitur *qast*. Nonnulla autem verba sunt, quæ quum in imperativo et imperfecto primam radicalem abjiciant, in nominibus verbalibus eam recuperent, ut *wegrat* jactus, *weg'at* ictus, *wehzat* fluxus, *wedêt* (pro **wedjat)* accusatio. Nonnumquam ambæ formæ simul inveniuntur, et quidem, credo, imprimis tum quum vera et legitima forma ex abstracta infinitivi in nominis appellativi concretam notionem jam abiit, propterque eam causam nova forma abstracta quærenda est; cfr eas significationes quæ supra vocibus *gesat*, *'ejat*, t*ent* ascriptæ sunt, cum iis quas habent voces *wegsat* excommunicatio, *wetent* inceptio, *we'jat* adustio.

De lingua Tigré hæc tantum habeo quæ moneam. Vocalis *a* quum apud ceteras consonas aut manere aut in *e* transire soleat, post *w* Anglorum fere et Arabum quorundam more sicut *o* enunciatur: *wolde* n. act. *wolîd*, Aeth. *walada* inf. verbalis *walîd*; *wold* contr. *wod* filius, Arab. وَلَد, quod ipsum etiam in وُد contrahitur (v. p. 23); *wodqe* n. act. *wodîq*, Aeth. *wadaqa*, *wadîq*; *worq* argentum Aeth. *warq*; *wore***h** Aeth. *war***h**, cum vocali subsidiaria enunciatum, eodem modo atque Assyr. *ara***h** et Hebr. יָרֵחַ. Tamen si consona gutturalis sequitur, sonus *a* manere videtur: *wahle* se mersit, *wahese* spopondit. Longum *â* etiam manet: *wâhes* fidejussor, *wâqere* scalpsit.

Syllaba *we* *(w')* sive ex *wa*, sive ex *wi*, sive ex *wu* originem ducit, in sonum *u* abit, cujus loco Munzinger sæpe *wu* scribit: *usûf* blatero pro **wasûf*, *wuhît* rivus pro **wahît*, *ust* præp. in medio Aeth. *west*, *wurs* hereditas.

Primam syllabam plane abjectam esse video in vocibus *hebe (heve)* dedit, *hiâb* donum, *heibei* largus, ad radicem Aeth. *wahaba* referendis; h*ade* deminuit (caus. *awhede)* h*ûd* paucum, Aeth. *wehda*, *wehûd*.

De lingua Assyria quid sentirem supra aperui, exemplisque convici, syllabam *wa* initialem aut ipsam continuo in *'a* abiisse, aut, id quod mihi probabilius videbatur, primum in *ja*, deinde autem modo in *'a*, modo in *i* mutatam esse. Syllabæ *ja* in nonnullis nominibus propriis retentæ exempla etiam attuli. Syllabam *wa* Anglorum lectiones nonnumquam præbent; ut apud Norrisium (Ass. Dict. I. 135. 236) video

---

[4]) Dillmannus, clarissimus vir, vocalem *a* principalem esse censet et quum in ceteris vocibus immutaretur, in his propter gutturalem esse servatam (Aeth. Gram. p. 70); cui sententiæ ne assentiar, linguæ Arabicæ cum ceteris dialectis in hac re consensu prohibeor.

waldi caput fluminis, quam vocem doctissimus vir cum Hebr. ילד confert. Cui explicationi non nimis dandum est, quum et illa vox unico tantum loco legatur, neque in ulla dialecto Semitica, quantum quidem cognovi, talis significatio e radice ولد derivetur. Adde quod signum *wal* etiam *mal* legi potest, siquidem scriptura Assyria sonos *m* et *w* non distinguit. Vide etiam ne per *ma* efferri debeat *wadukku* spiritus [5]), nisi forte hoc vocabulum externum sit; eam enim speciem præ se ferre videtur. Idem de *warini* pavones valet, quam vocem Norrisius I. 297 cum Hebr. רְנָנִים componit.

Assyriorum ora a sono *w* initiali abhorruisse inde etiam concludo, quod in nominibus propriis Persicis transcribendis ejus loco semper scribunt *uw;* ut forma Ass. *Uwiwana'* respondet ei, quam habent inscriptiones cuneatæ Persicæ, *Vivâna;* itemque Ass. *Uwidarna'* Pers. *Vidarna* Hydarnes, Ass. *Uwisdataw* Pers. *Vahyazdâta* Oeosdates, *Uwisparu'* Pers. *Vayaçpâra* Oeospares [6]), *Uwahhu* Pers. *Vahukha* Ochus. Interdum sola vocalis *u* ejus locum tenere videtur: *Umissi* (pro *Wumissi?)* Pers. *Vaumiça* Omises, *Ustaspa* Pers. *Vistâçpa* Hystaspes (pro *Wustaspa*? cfr formam Græcam et Neopers. *Gustasb).*

Formæ imperativi horum verborum nullum exemplum ipse reperi [7]); sed in Opperti et Menantii paradigmatis video formam *lid,* quam si ex analogia fictam apposuerint tamen veram esse crediderim.

Pauca adhuc in monumentis Assyriis inventa sunt nomina verbalia quæ primam radicalem præciderint, neque tamen nulla. E radice *wada'a* derivatum est *çit* exitus Hebr. צֵאת *(ultu çit samsi adi erib samsi* 'inde ab ortu solis usque ad occasum solis' Assarh. I. 7). *Bilat* tributum, vulgatam vocem, malo ad radicem *wabala* Ass. impf. *ubil* attulit referre quam ad dubium illud בלה (v. Journ. as. 1864 p. 254), unde Oppertius eam natam esse putat (l. c. 1865 p. 145, cfr tamen p.

---

[5]) Rawlinson, Bilingual Readings. Journ. of the R. Asiatic Society 1865 p. 240.

[6]) In his exemplis, opinor, syllaba *ay, ahy* contracta est in *ê,* quod Assyrii scribunt litera *i,* ut *Darijawus* pro Pers. *Darayavus* Darius, *[illegible]isi'arsa'* Pers. *Khsayârsâ* Xerxes; cfr *bit* domus, ***in*** oculus pro **bajt,* *'*ajn.* — Simili modo pro *au, ahu* scribunt ***u:*** *Gumataw* Pers. *Gaumâta,* *Uramazda'* Pers. *Ahuramazdâ* Oromazes, Ormuzd.

[7]) Nam quod in inscriptione quadam Khorsabadensi Oppertius legit *Nisruk ban bat ulid,* quæ verba vertit: Nisroch filium, filiam gigne! (Exp. en Més. II. 344, 346) hic locus tam perplexus est, tantisque illa versio laborat difficultatibus *(ban* nullo alio loco pro filio ponitur, conj. copulativa deest, cet.), ut formæ imperativi *ulid* nequaquam confidi possit. Quod si tamen aliis locis hujusmodi formæ inveniantur, vocalis ***u*** non antiquitus permansisse credenda est sed formæ *lid* eodem modo esse præmissa, atque in verbis primæ ***n*** pro ***çur*** (principio * ***n'çur)*** dicatur ***uçur*** ***(Nabu-pall-uçur*** Nebo protege filium!).

138). In vocem *subat* sedes (*subat sarruti-ja* sedes imperii mei, sæpius) vocalis *u* pro *i* irrepsit. Altera hujus vocis forma *sibut* (Inscr. Nabuch. 7. Oppert, Exp. II. 282) principalem vocalem retinuit sed aliam terminationem femininam *-ût* ascivit. Eandem post terminationem principalem *-t* additam ostendit vox *littut* fecunditas, progenies (Nabuch. l. c., Khors. 191, sæpius) = **lid-t-ût;* cfr formas Hebræas גַּלַּחַת, שִׁפְחוּת, חֲנִיתוֹת, alias.

Lingua Hebræa quum literam *w* in *j* mutaret non adeo sibi constitit, ut nulla pristinæ formæ etiamnunc appareant vestigia. In libris Veteris Testamenti hæc inveniuntur exempla, quæ literam *w* initialem habent: וָלָד proles, Gen. 11. 30; 2 Sam. 6. 23 (וָלָד enim ex יֶלֶד K'tib et וָלָד Q'ri conflatum est), וָזָר crimine onustus Prov. 21. 8, ubi lit. ו paronomasiæ causa retenta esse videtur, cfr Arab. وزر; וָו clavus, fortasse ex reduplicata radice ואו exortum [8]), et cum Neosyr. ܘܘܢ, ܘܘܫ, ܘܠܟܫ conferendum, quæ propter similem causam sonum *w* servavisse puto. Nomina propria וָפְסִי Num. 13, 14 (בֶּן־וָפְסִי fortasse בְּנֵי־פַסִּי Böttcher), וָהֵב Num. 21. 14 (וָהֵב LXX), וַשְׁנִי 1 Chr. 6. 13 (הַשֵּׁנִי Movers) וַנְיָה Esr. 10. 36 (יוֹנָה Gesenius) incerta sunt, et si recte leguntur, eam habent excusationem quod nom. propria sæpe a vulgari linguæ usu ita recedunt, ut antiquitatem melius custodiant. וַשְׁתִּי Esth. 1. 9 et וַיְזָתָא Esth. 9. 9 nn. propria externa sunt, cum Pers. وشتى femina pulchra (Gesenius) et *Vahyazdâta* (Benfey) fortasse conjungenda. *N. pr. loci cujusdam וְדָן Ez. 27. 19 aut emendatione eget aut externum est [9]).

In sermone rabbinica aliquanto plura quam in lingua Hebræa antiqua inveniuntur vocabula, quæ illud *w* ostendant. Quæ quum maximam partem ex linguis externis et peregrinis immigraverint, contra alia ex ipsius linguæ Hebrææ dialectis recepta esse possunt. Velut inter omnes constat, qui in linguarum cognitione versati sunt, sæpissime id evenire, ut formæ vocesque priscam vetustatem redolentes recentissima quaque cujusvis fere linguæ ætate emergere; eamque hujus rei esse causam, quod ea dialectus quæ usque ad id tempus sola in literis dominata sit, fueritque tamquam instar totius linguæ, tandem necessitate coacta ceteras in aliquam regnandi societatem admiserit [1]). Hæc igitur ex recentiore Hebraismo afferam exempla, ubi antiquum illud *w* servatum reperi: וַדַּי confessus, cer-

[8]) Dietrich, l. c. p. 361 sqq.

[9]) Moversius hac voce Arab. عدن significari credit, quod Phoeniciorum ore ut *Odan* sonuisset. Nam ut litera Phoen. ○ (Hebr. ע) literam Gr. *O* genuit, ita etiam sono ad eam satis prope accesserit; cfr Schröder, Die phoen. Sprache p. 93, ubi alia hujus enunciationis exempla habeas.

[1]) Ut linguæ quæ dicuntur Romanicæ in nonnullis rebus ipsam linguam Latinam auctoritate superant. Compares etiam (quod exemplum in promptu est) eam linguam, qua nunc in scribendo utuntur Norvegi, cum ea, qua ante hos quinquaginta annos utebantur.

tus, יְדוּי confessio e rad. Hebr. ידה, unde Chaldæi derivant formam pael יַדָּה confessus est; וַעַד יַעַד conventus (בֵּית־וַעַד) Syr. ܘܥܕܐ; וִיעוּד (it. וְיִעוּד) promissio; וִיתַר, יַתְּרָן abundans; וִיתּוּר (it. וִיתּוּר) abundantia; וִיכּוּחַ disceptatio e rad. Hebr. יכח, quam cum Arab. وجح, وضح apparuit componunt Gesenius et Fuerstius, cum وكح conculcavit alii, linguæ Aramaicæ desiderant [2]); וֶשֶׁט, וֶשֶׁט gula, Syr. ܘܫܛܐ id., cfr Arab. وسط medium (Dietrich, l. c. p. 224). Peregrina sunt וִילוֹן Lat. velum, וֶרֶד rosa et וַרְדִּינֵי dumetum ex Arab. ورد; וְרִיד vena jugularis, Syr. ܘܪܝܕܐ, Arab. وريد, fortasse e roseo colore appellationem nacta; וָתִיק justus, sanctus, quod alii cum Gr. ἐθικός, alii cum εὔδοξος conferunt, Fischerus autem ad Arab. وثيق firmus, constans rectius refert [3]). Extrinsecus etiam derivatum esse videtur וֶסֶת consuetudo, fluxus muliebris, quamvis neque Geigeri conjectura a Gr. ἦθος literarum ϑ et ς transpositione hanc vocem explicantis, neque Fischeri, ad Gr. φάσις eam referentis, neque magis Levyi, Gr. ἐσθής vel rad. quandam וסא inquinavit adhibentis, mihi satisfaciat [4]); itemque וַתִּיק debilis, quam vocem Fischerus parum probabiliter cum Gr. φθισικός conjungit, quum repugnet subst. וְתִיק φθίσις, languor, quæ forma unde sonum ק habeat, non explicatur.

His igitur vocibus et si quæ aliæ ejusdem generis sunt exceptis, sonus *j* initialis per totam linguæ Hebrææ ditionem dominatur. Syllabæ *wa, wâ* variis modis mutatæ hæc exempla appono: יָשֵׁן Arab. وسن; יֶלֶד pro **wald*, c. suff. יַלְדִּי vel vocali correpta יְלָדִי; יִסֵּר pf. piel **wassada*; יִסְּרוֹ **wassara-hu*; יַבֶּלֶת fem. papulas habens, propr. (sanie) diffluens, **wabbal(a)t*; יוֹרֵד **wârid*. Neque minus consona *j* manere solet, si propter leges phoneticas primæ syllabæ vocalis in Schva mobile corripitur; dicunt igitur יְרֻשָּׁה *j'rešâ* **wariϑat*, יְשׁוּעָה *j'šûᶜâ* **wašûᶜat*, יְכָלְתִּיו *j'χöltîw* **wakultî-hu*. Hunc autem sonum *j'* in vocalem *i*, eodem modo atque *w'* in *u*, paullatim inclinasse docent LXX, quum scribant Ἰτουραία pro יְטוּר, Ἰδιθούν pro יְדִיתוּן, Ἰουδά pro יְהוּדָה, Ἰωάς pro יְהוֹאָשׁ (Ἡσαΐας pro יְשַׁעְיָהוּ), cet.; quamquam sæpe plenam syllabam habent: יְמוּאֵל Ἰεμουήλ, יְרוּשָׁלַם LXX Ἱερουσαλήμ, vulgo Ἱεροσόλυμα, quibus formis aspiratio addita est ad similitudinem vocis ἱερός, quam libenter agnoscebant in nomine 'urbis sanctæ' (Arab. القدس, cfr Κάδυτις Herod. II. 159. III. 5).

---

[2]) Quum voces וִיכּוּחַ, וִדּוּי, וִיעוּד, וִיתּוּר prorsus eandem formam ostendant, suspicari forsitan liceat, sonum *w* ex aliqua harum vocum in ceteras per analogiam irrepsisse.

[3]) Buxtorfii Lexicon denuo edidit Fischer 1867 p. 330. — Fuerstius confert Hebr. עָתִיק superbus (Concord. p. 883).

[4]) Geiger, Lehrb. zur Sprache d. Mischnah, p. 20. — Buxtorf, l. c. p. 329. — Levy, Chaldäisches Wörterbuch 1866 p. 208.

Hæc autem brevissima syllaba *j'*, *i* vim quandam habuisse videtur ad sequentem vocalem assimilandam. Ita enim cum Ewaldo [5]) et Boettchero [6]) explicaverim formas וִירֵשׁוּהָ, וִירִשְׁתָּהּ, וִירִשְׁתֶּם, וִירִשְׁתָּם, וִירִשְׁתֶּם, יְלִדְתִּיהוּ, יְלִדְתִּיךָ, יְלִדְתִּיךָ, quæ in Vet. Test. passim inveniuntur. Ejusdem igitur generis est יְבִמְתֵּךְ uxor fratris tui pro **jabam(a)ta-ki*, et quodam modo etiam אֲבִיתָר et אֲבִיָּסָף (pro אֶבְיָאסָף, quod etiam occurrit) quibus in nominibus propriis eadem assimilandi vis retrorsum conversa elucet. In linguis Aramaicis hæc vis multo latius patet, ut infra in formis ܝܼܠܸܕ, יְלִיד enodandis exponetur. Et nescio an in ipsa lingua Arabica verbis primæ radicalis *j* aliquid id genus accidat. Quod hæc verba maximam partem perf. *i* habent (يئس, يبس, يتم, يرع, يسن, يعر, يقظ, يقن), id fortasse nihil ad nostram rem pertinet et ex significatione explicari potest. Sed quum in lingua Arabica forma imperfecti vocalem *u* imprimis amare videatur, in his verbis illa vocalis quantum scio numquam, *i* autem sæpius occurrit, velut in formis يِيْسِرُ, يِيْمِنُ (et يَيْمَنُ), يِيْئَسُ (et يِيَاسُ [7]), يِيْبَسُ, يِيْعَرُ, يِيْنَعُ. — Cfr etiam عَلَيْهِمْ, فِيهِمْ pro عَلَيْهُمْ, فِيهُمْ [8]).

Ut radices primæ *w* apud Arabes sæpe cum radicibus primæ hamzatæ commutari diximus, ita in lingua Hebræa etiam hi ordines se nonnumquam contingunt;

---

[5]) Lehrb. d. Hebr. Sprache, 8 ed. p. 138.

[6]) Lehrb. d. Hebr. Sprache I p. 256. Vide tamen ne vocalis *i* radici יָרַשׁ nativa sit, cfr Arab. وَرِثَ (Olshausen l. c. p. 476).

[7]) Fortasse per contractionem ex يِيْئَسُ nata est tertia impf. forma يَيْسُ; quamquam non ignoro et Zamaḫsarium (Al-Mufaççal p. ١٧٨: وقال بعضهم يئس ييئس كومق يمق فأجراها مجرى الواو وهو قليل) et Fleischerum (Beiträge z. Arabischen Sprachkunde II. Berichte ü. d. Verhandlungen d. kgl. Sächsischen Ges. d. Wissensch. zu Leipzig XVI p. 319) hanc formam per metaplasmum ad rad. quandam inusitatam وئس referre.

[8]) Eundem literæ *j* effectum in multis linguis videmus. Huc enim pertinet ille 'Umlaut', qui per linguas Germanicas recentiores increbuit, quo ex Goth. *valjan, handjus* fiunt Sueth. *välja, händer,* Germ. *wählen, Hände*, cet.; quocum etiam conferri potest Sueth. *jemn, jern* pro pristinis formis *jamn, jarn*. Huc etiam pertinet in lingua Græca illa vocalis *i* epenthesis, quam dicunt, qua *μείζων* h. e. **μειγjων* ponitur pro **μεγjων* (forma princ. **maghians*), *φέρεις, φέρῃς* pro *φέρεσι, φέρησι* (formæ intermediæ **φερειτι*, **φερηισι*; Indo-Eur. *bharasi, bharâsi*). Quippe os humanum distantibus et diversis sonis inter se assimilandis enunciandi commoditati consulere studet. Eidem studio haud dubie tribuenda est universa illa 'harmonia vocalium', quam multæ linguæ Turanicæ aliæque ostendunt.

cfr אָזַן ponderavit Arab. وزن, מֹאזְנַיִם bilanx Arab. ميزان, unde Aeth. *mîzân* itemque, opinor, verbum *mazana (mazzana?)*, quod Dillmannus (Gr. p. 52) per insolitam literæ *w* in *m* transitum explicat; אֵצֶל latus, juxta, אַצִּיל junctura cfr Arab. وصل, אֶחָד et יַחַד cfr Arab. احد et واحد; אֲרֶשֶׁת desiderium (?) cfr Arab. ورش concupivit.

Syllaba *wa* (postquam per formam *ja* in *jé, j'* transiit) nonnumquam prorsus tollitur. Quod videtur usu venisse in vocibus סוֹד consessus et בּוּל proventus, (יֶרַח־בּוּל) nomen mensis cujusdam [9]) pro יְסוֹד **wasâd,* יְבוּל **wabûl,* quæ formæ etiam, significatione nonnihil ab illis dispares, manent; itemque in צוֹאָה sordes, fortasse pro **wadâ'at;* שֵׂיבָה? (2 Sam. 19. 33) = יְשִׁיבָה **waϑîbat.* Vocabulum quod est קֵבָה suff. קֳבָתָהּ Num. 25. 8 aut ad rad. وقب, aut ad קבב referri potest. — Simili aphæresi fortasse sublata est prima syllaba vocum, de quibus jam dictum est, הַבְהָבִים et צֶאֱצָאִים [1]). In aliis ejusdem formæ nominibus servata est, velut dicitur יְרַקְרַק subviridis, יְפֵה־פִיָּה pulchella ex themate principali **wafajfajat,* quod in duas voces eodem modo divulsum est ac חפר־פרות Jes. 2. 20.

Exemplum syllabæ *wi,* a qua voces Semiticas satis raro incipere diximus, afferatur יֵצֶר forma, pro **wiçr.*

Syllaba initialis *wu* secundum communes linguæ Hebrææ leges aut manet aut in *jŏ, jō, j'* transit: יֻלַּד, יֻלְּדָה pf. pual, יְפִי pulchritudo, in pausa יֹפִי, c. suff. יָפְיֵךְ, thema **wufj.*

Formas quarum principium initio fuit *w'* perlustrans, hæc imperativi exempla in libris Vet. Test. reperio, quorum vocalis *i* aut in *ē, ĕ* aut in Schva mobile legitime abiit: רֵד fem. רְדִי; רֵשׁ pl. רְשׁוּ; שֵׁב ante Maqqef שֶׁב; צֵא fem. pl. צְאֶינָה Cant. 3. 11 (pro צֶאנָה) et quod huc pertinere videtur לֵךְ, לֶךְ־, לְכָה, לֵכְנָה, rad. ולך pro ילך. Ubi gutturalis adest, *i (ē)* in *a* mutatur: דַּע, הַב, parag. הָבָה pl. הָבוּ; et fortasse propter eandem causam רַשׁ pro רֵשׁ et צַק pro צֵק (יְצֹק Ez. 24. 3). Radici יצק nulla in cognatis linguis respondere videtur; ceteræ omnes jam in Protosemitismo sonum *w'* abjecerant. Idenme de formis יְרָא (Arab. وَرِعَ impf. يَرِعُ) et יְרֵה (Aeth. *warawa* subj. *jewrâ*) valeat, nescio; quarum יְ propter tertiam radicalem debilem restitutum esse potest. Etiam forma paragogica יְרָשָׁה (si modo recte legitur) Deut. 33. 23 pro רַשׁ primam radicalem recuperavit; יְרַד Jud. 5. 13 impt. esse nequit.

Nomina actionis ad formam *lidat* ficta lingua Hebræa in duas familias divisit. Nonnulla enim eorum in vera nomina abeunt, eademque plenam terminationem fe-

---

[9]) Quæ appellatio fortasse Phoenicia est. Inscriptio regis Esmunʿazari ab hac voce incipit.

[1]) Olshausen, l. c. p. 136, 354. — Ewaldus (Lehrb. p. 545) hanc vocem ad radicem quandam צוא = יצא refert.

mininam ה ָ, *at* habent: חֵמָה ardor, עֵדָה concilium, עֵצָה consilium, קֵבָה ventriculus (Arab. قِبَةٌ), זֵעָה sudor (it. זֵעַ, rad. وذع fluxit [2]) שֵׁנָה somnus (quæ vox in ceteris etiam linguis Semiticis infinitivus esse desiit), דֵּעָה (sexies occurrens) et דֵּעַ (quater) cognitio, peritia. Vocabulum quod est יְרֵשָּׁה possessio aut ad thema *wariϑat referri debet, aut ex forma רְשָׁה* Arab. رِثَةٌ eodem modo auctum est atque Arab. impt. أُوقُفْ ex قِفْ (v. p. 42). — Altera horum nominum classis, quæ infinitivi naturam non reliquit, terminationem femininam *-at* in *-t* corripuit. Cujus generis formæ sæpe etiam vocalem *i* in *a* commutaverunt. Hæc autem exempla in libris Vet. Test. insunt: צֵאת pro צֵאַת; לֵדֶת (semel contracte לֵת pro לֵדֶת) in pausa id., suff. לִדְתִּי; רֶדֶת paus. id.; רֶשֶׁת, paus. רָשֶׁת suff. רִשְׁתִּי; שֶׁבֶת, paus. שָׁבֶת, suff. שִׁבְתִּי; צֶקֶת; לֶכֶת, paus. id. et לָכֶת suff. לֶכְתִּי; דַּעַת, suff. דַּעְתִּי. Raro illæ familiæ inter se confunduntur, velut לֵדָה ter pro inf. ponitur, דֵּעָה bis, רְדָה (pro רדה) semel, et rursus גַּת torcular (pro גֶּנֶת, rad. Arab. وجن contudit) substantivum est. Huc etiam referenda erant קֶשֶׁת arcus et קֶרֶת urbs, quas voces Merxius cum radicibus יקשׁ et وقر, quam cum קושׁ et קרת mavult conjungere [3]); sed hæc enodatio non conveniret ad formas Arab. قَوْسٌ et قَرْيَةٌ, Hebr. קִרְיָה [4]). De דֶּלֶת porta e rad. ولد derivato non minus dubito.

In iis verbis, quæ quum in impf. et inf. principio vocalem *a* habuerint primæ radicalis jacturam non patiuntur, lingua Hebræa aliorum verborum analogia pellecta vocalem ō (= *u) in infinitivi formam induxit: יְשׁוֹן (forma impf. יִישַׁן يَوْسَنُ veram vocalem ostendit), יְרֹא (impf. יִירָא) יְסֹד (impf. forma desideratur), יְקֹד Jes. 10. 16, nisi forte hæc vox nomen substantivum est (impf. יֵקַד et יִיקַד, Arab. يَقِدُ). Quamquam si primigenii Semitismi consuetudo, non solius linguæ Hebrææ usus, respicienda est, hæc verba una voce יָשֵׁן excepta forsitan rectius prima radicali caruissent. Forma רַד unde יָרְדִי Ps. 30. 4 ipsorum Hebræorum consue-

---

[2]) Non وزع (Ges.); Syriace enim nostræ voci respondet ܕܘܥܐ. Constat autem quum Hebræum ז Syriaco ܕ respondeat, Arabes fere semper habere ذ, non ز; cfr זהב — ܕܗܒܐ — ذهب, זכר — ܕܟܪ — ذكر; contra autem זרע — ܙܪܥ — زرع, זנה — ܙܢܐ — زنا cet.

[3]) Die Inschrift v. Umm-el-Awamid. ZDMG. XXI p. 48.

[4]) Conferas potius כֶּסֶת pulvinar, זֶרֶת spithama (a radicibus כסה operuit, זרה sparsit ducta), quæ similem tertiæ radicalis syncopen ante terminationem fem. subierunt.

tudini repugnat, cfr impf. ירד. Forma יְרוֹת propter tertiam radicalem debilem terminationem fem. accepit, itemque, nescio qua de causa, יְכֹלֶת (cfr יְבֹשֶׁת).

Usus Neohebraicus a puriore Hebraismo ita degeneravit, ut si præpositio ל his infinitivi formis præmittenda sit, pro לָלֶדֶת, לָרֶדֶת, לָשֶׁבֶת, לָלֶכֶת, לָדַעַת sæpe dicatur לֵילֵד, לֵירֵד, לֵישֵׁב, לֵילֵךְ, לֵידַע [5]). Quas formas ita explicaverim, ut ad analogiam formarum imperfecti eas fictas esse credam. Nam ut impf. יִקְטֹל, יָקוּם, יָסֹב respondebant formis לִקְטֹל, לָקוּם, לָסֹב, ita ad similitudinem formarum ילד, ידע ficti sunt inf. לֵילֵד, לֵידַע cet. Cui rationi id etiam fidem addit, quod in verbis פן eadem res usu venit, velut dicitur לִגּוֹף, לִטַּע, לִשָּׂא pro bibl. לִנְגּוֹת, לָטַעַת, לָשֵׂאת. — Femininum illud *t*, quod his infinitivi formis additum est, in adjectivis derivatis interdum manet, velut in דַּעְתָּן peritus, חֵמְתָן iracundus; adeo hæc litera formativa cum radice firme coaluit.

Hebraismus Samaritanus in verbis פו flectendis nihil fere a vero Hebraismo recedit, nisi quod in vocalibus enunciandis (interdum etiam ponendis) accentuque retrahendo suas sequitur leges. Ex Petermanni libro hæc exempla appono: יָשַׁב *jásav*, יָלְדָה *jaláda* (pro יָכֹל dicitur *jákal*, pro יָסַף, יָסְפָה *jásef, jaséfa)*, יוֹשֵׁב *júsev* et *jesev* [6]) pl. st. cstr. יוֹשְׁבֵי *jusévi*, יַיִן *jéjjen*, יִרְאַת *jarât*, יְטוּר *Jétur*. Pro יָלָד Gen. 11. 30 dicitur *jáled.*

Ea quæ ad nostram ætatem pervenerunt linguæ Phoeniciæ monumenta, non habent nisi perexiguum numerum vocabulorum, quæ huc pertineant. Sed ut hujus linguæ indoles cum Hebraismo non valde discrepat, ita etiam verborum פו declinationem ab Hebraicæ linguæ usu satis prope abfuisse credo.

Formas a sono *w* incipientes hæc quoque dialectus vitat. Nihil enim ad nos attinent eæ voces ubi principale ב aut בּ per quandam enunciandi depravationem in ו abiit; ex quo genere sunt וד Neophoen. pro עבד, velut in n. pr. ודעשתר *Οὐοδόστωρ* (it. *Βοδόστωρ, Βώστωρ*) servus Astartes, in quo exemplo gutturalis etiam intercidit [7]); *οὐαργουσούμ* = *ψύλλιον* Dioscor., a Gesenio cum Arab. برغوث Hebr. פַּרְעֹשׁ conjunctum.

Exempla formarum, ubi *w* in *j* mutatum vocabula incipit, hæc affero: יר lignum, *jar* apud Augustinum, Hebr. יַעַר silva, Arab. وعر aspretum; ירח mensis, Aeth. *warh*; יצר figulus, Hebr. יוֹצֵר. Quæ in Punicis Plautinis leguntur *jusim* (Poenulus

---

[5]) Geiger, Lehrb. z. Sprache d. Mischnah p. 45.

[6]) De hac forma, in verbis intransitivis pro participio sæpe usitata, v. Petermann l. c. p. 17. *Jéser*, nisi fallor, Hebraice scribendum est יֵשֵׁב cfr גְּבִיר *gévêr*.

[7]) Cfr עבדמלקרת Bodmelqart, אחימלקרת Himilcar, Hamilcar (frater Melcartis), alia. — Schröder l. c. p. 87 sqq. 114 sq.

V. 1. 10) יוֹצִים exeuntes (Pun. *û* pro Hebr. *ô* ponitur cfr *sūfes, -tis* Hebr. שׁוֹפֵט aliaque) et *iad* V. 1. 3 יַחַד simul incerta sunt. — In nostrarum radicum similitudinem etiam abiit vox usitatissima נתן. Nam illud dubitationem jam non habet, quin forma יתן etiam pro actu perfecto ponatur [8]. Quæ perfecti forma tum simplex sæpe reperitur, tum copulate in nominibus propriis סכניתן *Sanchunjathon* 'Sachun dedit', בעליתן *Baljathon* 'Baal dedit', aliis (cfr Hebr. יְהוֹנָתָן 'Jahwe dedit'). Sed quod Schroederus hanc formam illa antiquiorem esse putat, id contra ceterarum omnium dialectorum consensum probare non audeo. Magis inclinat animus, ut vocem יתן ex duabus radicibus נתן et יהב, eandem vim habentibus, conflatam esse arbitrer; geminam enim et simillimam rem video usu venisse in dialecto Chaldaica Talmudis Babylonici (יתב = יהב + נתן) et in lingua Neosyriaca (ܝܗܠ = ܝܗܒ + ܢܬܠ); v. infra [9]. Atque eo facilius illud יתן ortum est ex נתן, quo propius hujus radicis declinatio ad declinationem verborum primæ *w* accedebat; quippe formæ תֵּן, תת (תֵּנֶת) cum formis שֵׁב, לֶדֶת, לַת, צאת plane congruebant. N. pr. נתן, quod in inscriptionibus nonnumquam legitur [1], aut Hebræum est, aut ex antiquitate integrum servatum, ut fere fit in nominibus propriis.

Imperativi et infinitivi formas non cognovimus nisi forte ex dialecto Punica. Vexatissimus enim ille Poenuli Plautinæ locus has formas habet, quas apponere liceat, quum neque a codicum auctoritate nimis abhorreant neque cum versione Latina, quæ iis subjuncta est, valde discrepent, et ad ceterarum dialectorum analogiam apte quadrent: *lech* abi Poen. V. 2. 53; *sibit* habitatio V. 1. 9 *(mucomp su-sibit-i* מכום שׁשבתי locus ejus habitationis, vel quod habet textus recentior *la-sibit-im* ejus habitationi).

Ad familiam Aramaicam jam accedentibus nobis primo occurrit ea dialectus, quam Chaldaicam perperam appellare consuevimus, quum jamdiu argumentis nihil dubii relinquentibus constet, tantum abesse ut Chaldæi urbisque Babylonis incolæ hac lingua locuti sint, ut in terris ipsi Palæstinæ finitimis fuerit vernacula. — Hæc igitur dialectus quum in litera *w* mutanda eas, quas jam reliquimus, linguas secuta sit, pristinam et nativam formam in nonnullis vocibus sicut illæ servavit; veluti di-

---

[8]) Schröder, l. c. p. 195 sqq.

[9]) Cfr Hebr. פַּלְמֹנִי ex פְּלֹנִי אַלְמֹנִי contractum; Fr.-Gr. *haut* (Angl. *haughty)* ex Lat. *altus* cum Teut. *hôch, heah* commixto natum; Angl. *wallet* ex Fr.-G. *valise* et *mallette* concretum (Edw. Müller), cet. Ejusdem generis est, etsi ad solam scripturam pertinet, quod vox Anglica *island,* quam ex Anglosax. *eáland, igland* ductam esse constat, ex voce Romanica *isle (insula, île)* literam *s* recepit. Multa similia ex quavis fere lingua colligi possunt.

[1]) Velut apud Maltzan, Reise in den Regentschaften Tunis u. Tripolis 1870 I. p. 395 (inscr. 58). — Cfr etiam Schröder l. c. p. 195.

citur וָאלֵי conveniens Syr. ܘܠܐ (cfr Arab. ولى propinquus fuit), וִתְרָנוּתָא abundantia, וְלַד, וַלְדָא proles, matrix, וַדַּאי Talm. Bab. profecto, וְעִידָא constitutus, וַרְדָא rosa, וַוי, וָיָא væ, subst. gemitus. Peregrina videntur וִילוֹן, וֵילָתָא velum, וְתָנָא Arab. وتين magna vena cordis, וָתָא Deut. 14. 13 (Targ. Hier.) nomen avis cujusdam (ὦτις?), וַרְשְׁבָא vitta (unde derivatum?).

Syllabæ principalis *wa* legitimo modo immutatæ hæc exempla propono: יַרְכָּא femur Arab. وَرِكٌ, יַתִּיר, יַתִּירָא nimius, valde, יַקַּר aggravavit Arab. وَقُرَ, יָרִית heres Arab. وَارِث, יָעֲטֹהִי part. pl. suff. (Esr. 7. 14) ejus ministri, Hebr. יוֹעֲצָיו *wâ'izaj-hu; יְדַעַת et יְדַעַת scivi *wadaʿti, יְהַבִית dedi; יְחִידָא unicus, יְגַר tumulus Gen. 31. 47, quod ex lingua Chaldaica vetustissimum hujus mutationis exemplum esse puto [1]; formam principalem *wagr* lingua Aethiopica præbet. Pro יְגַר etiam scribitur אִיגַר Ps. 60. 2. Job 8. 17, quam vocem haud dubitanter in אִיגַר corrigo, sicut pro אִיקָרָא gloria (it. יְקָרָא Hebr. יְקָר Ps. 49. 13 *waqâr), אִידָא manus (it. יְדָא) legendum est אִיקָרָא, אִידָא; constat enim vocalibus, in nostris Targumorum editionibus ascriptis, nequaquam posse confidi [2]. Hæ igitur voces, nisi fallor, demonstant syllabam *je* nonnumquam in *i* abiisse, quæ enunciatio in quibusdam dialectis Aramaicis latissime patet; veluti his ipsis vocibus respondent Syr. ܐܝܩܪܐ et ܐܝܕܐ, Sam. איקר et אדה (quod sine dubio legendum est אִדָה). Eodem spectat quod pro יְסוּרָא castigatio, יְסוֹדָא fundamentum, יַתֵּם orbus deprehendimus אִיסוּרָא, אִיסוֹדָא, אִיתָם; pro אִירְסָא virus, אִילְפָא navis etiam יְרְסָא, יְלְפָא. Et quamvis in his solis exemplis hanc enunciationem ipsa scriptura significari viderim, equidem non ausim negare, vel potius pro cognatarum dialectorum in hanc mutationem proclivitate facile crediderim, ceteras etiam voces pristinis literis manentibus, in eundem sonum sensim inclinasse. Quamquam hoc in medio relinquendum est.

Utcunque est, hæc sive vocalis sive consonans in sequentem syllabam eandem vim assimilatricem exercuit, quam in nonnullis linguæ Hebrææ formis jam agnovimus. In multis quidem verbis secundæ aut tertiæ radicalis natura prohibuit, quominus vocalis *a* in *i* abiret, velut in radicibus quæ sunt יְדַע, יְפַע, יְצַר, יְקַר, יְתַר (tamen ex quorundam codicum auctoritate וְיַתִּירַת Exod. 36. 7 Onq.), יְעַט, יְהַב (formam יְהִיב, quam Deut. 18. 14 Onq. deprehendi, in יָהִיב part. corrigendam esse conjicio), יְעָא, יְמָא. Sed ubi neque gutturalis neque litera debilis א ־ַ adest, vocalis *i* vel *e* (quibus vocalibus lingua Chaldaica nullo fere discrimine uti videtur) usitata et legitima est: יְכִל, יְלִיד, יְצִיף (sollicitus fuit, cfr Arab. وصب assiduus fuit, ægrotavit), יְרִית,

[1] Cfr tamen Nöldeke, Untersuchungen z. Kritik d. alten Testaments 1869 p. 49.

[2] Cfr Nöldeke, ZDMG. XXII p. 468.

יְתִיב, fortasse etiam יְקַד (Syr. ܝܩܕ) et יְזַק mutuatus est, quamquam nullas horum verborum perfecti formas me videre memini. Cur verbum quod est יְסַד (Ps. 78, 69. 89, 12. 104, 8) vocalem *i* non ad ceterorum analogiam acceperit non video. Etiam verba יְלֵיף didicit et יְלֵיל speculatus est, quorum prima radicalis ex א, non ex *w* immutata est, ceterorum analogiam sequuntur; cum illa radice conferas Arab. ألف Hebr. אלף, cum hac Chald. אַלְּלָא Gen. 42. 9 (יְלֵילָא Num. 21. 1) Syr. ܐܠܠܐ speculator. Ejusdem generis est יוּבְדָנָא Prov. 11. 10 pro אִיבְדָנָא interitus.

Illa autem vocalis non in 3 pers. sing. tantum accipitur, sed per ceteras etiam formas aut immutata manet (יְתִיבוּ, יְרִיתְנָא), aut ante duas consonas in ־ corripitur (יְתֶבְתּוּן Lev. 18. 3 cfr שְׁאֶלְתּוּן 1 Sam. 12. 13). Atque adeo pro formis קְטַלַת, קְטֶלֶת, quas cetera verba sequuntur, in nostris sæpe dicitur יְלִידַת, יְלֵידַת, secundæ syllabæ vocali servata. Idem in omnia verba intransitiva cadit, quæ vocalem *i* habent (חֲלִימִית, שְׁאֵלַת). Quæ declinatio neque ad cognatas dialectos pertinet (cfr Syr. ܡܠܟܬ cet.), neque a principio ipsi linguæ Chaldaicæ legitima fuerit. Eodem modo dicitur et יְדַעִית Ps. 71. 15 et יְדַעַת Gen. 21. 26. — Miror quod nemini eorum qui de his verbis scripserunt (Opitio, Winero, Fuerstio, Merxio, cet.) occurrit, vocalem *i* non ex intransitiva quadam radicum notione sed ex ipsa earum figura pendere. Formas יְתַב, יְלַד cet., quas et apud grammaticos et in lexicis invenio, quum in ipso textu nusquam repererim, facere non possum quin earum fidem suspectam habeam (tamen יְתַבְתָּא sedisti Ps. 9. 5).

Verbum usitatissimum quod est יהב in Talm. Hieros. interdum in יַב syncopatum invenitur (pl. יַבוּן, part. pl. יָבִין)[3], quæ forma cum Syr. ܝܗܒ plane congruit, ut constat dialectum Talmudicam etiam in aliis rebus ad Aramaismum orientalem propius accedere.

Syllabam principalem *wi* habes in vocibus Chaldaicis יִצְרָא (figura) cogitatio, יִצְפָּא sollicitudo (nisi forte *ji* ex *ja* correptum est). — Pro hac voce etiam dicitur יוּצְפָּא, cui syllabæ *wu* exemplo hæc addo: יוּכְלָא potestas rad. وكل, יוּקַר, יוּקְרָא auctoritas, rad. وقر, יוּהֲרָא arrogantia, quod ex qua radice ductum sit, ignoro (vocem Targumicam יוּהֲרִים gemmæ ex Arab. جوهر Pers. گوهر fluxisse in aperto est[4]); גִּיהַר legitur Cant. 5. 14). Formas יְהִיב, יְהִיבַת, יְהִיבוּ, reliquas ejusdem generis, quas in Chaldaismo biblico reperimus, ad declinationem passivam فُعِلَ revocandas esse,

[3]) Exempla videas apud Buxtorfium p. 479.

[4]) De simili literæ *g* in *j* transitu apud quasdam gentes Arabicas legitimo v. Wetzstein, ZDMG. XXII p. 163.

non ad formam participialem فَعِيل recte, ut videtur, monuit Merxius [5]). Ex *wu* igitur in his vocibus factum est *ju*, deinde autem, vocali solito modo correpta, *je*.

Imperativi formas quum diligenter investigaverim, nullas reperi nisi has, quæ a grammaticis jam pridem collectæ erant: הב הַב da, דַּע scito, תִּיב, תֵּיב sede, pl. תִּיבוּ. Quæ omnes legitime fictæ sunt.

Forma infinitivi لِدَة quum in omnibus dialectis Aramaicis satis raro inveniatur notionemque verbalem plane amiserit, tum in dialecto Chaldaica hæc tantum vestigia reliquisse videtur: עֵיטָא emph. עֵיטְתָא consilium, חֵימְתָא ardor, unde ductum est adj. חֵמְתָנָא et verbum המת Afel succensuit, שֵׁינָא emph. שֵׁינְתָא somnus, דֵּיעְתָא (alii codd. Gen. 3. 19 דִּיעְתָא) sudor, unde, ut opinor, natum est verbum דֵּית sudavit, cfr Syr. ܕܘܼܬ id.; עֵדְתָא ecclesia, Syr. ܥܹܕܬܵܐ (vox Hebræa?), דֵּעְתָא intellectus. Vocabulum quod est הַבְתָא donum, ab Opitio (p. 156) commemoratum, neque in lexicis Chaldaicis, neque in ceteris dialectis Aramaicis invenio. Pro כְּלֵידְתָא Jes. 13. 8, sive ut alii malunt legere, כְּלֵידָתָא (Levy, Lex. I p. 403) sine dubio scribendum est כְּיָלְדְתָא part. fem., cfr Lev. 12. 7.

Quum libri Samaritani et vocalium notis plane careant, nec matribus, quæ dicuntur, lectionis eo largius utantur, multa quæ ad hujus dialecti grammaticam pertinent tenebris offusa sunt. Quo accedit quod versio Pentateuchi Samaritana multas formas habet, quæ ad linguæ Samaritanæ usum minime conveniant et e textu Hebraico receptæ sint.

Legitimas mutationes ostendunt hæc exempla: יקדה Syr. ܝܩܕܐ combustio, ירכה Chald. יַרְכָּא femur, יתיר Syr., Chald. יַתִּיר præstans, יכלא Chald. יָכְלָא part. potens, ירתים part. possidentes. Ut cognatæ dialecti ita sine dubio etiam Samaritana in pf. יהב, part. יתיב ceterisque ejusdem generis formis syllabam *ja* in *j'* depressit; vel fortasse etiam in *i*, quam enunciationem in vocibus איקר bona, opes Gen. 24. 10 (cfr Chald. איקרא gloria) et אדה manus legitimam fuisse ipsa scriptura prodit. Hæc autem brevissima syllaba aliquoties omnino intercidit, velut inveniuntur perfecti formæ תב habitavit Gen. 19. 30, תבת fem. 21. 16. In eodem versu pro הלכת ivit fem. simili aphæresi scribitur לכת, itemque aliis locis לכו pro הלכו. Etiam verba primæ *n* nonnumquam eandem aphæresin patiuntur, ut פק exiit pro נפק, פלו ceciderunt pro נפלו; quin etiam ipsum imperfecti præfixum יְ vocis הוה fuit non raro abjicitur, ut pro יהי dicatur הי [6]).

Obscurum autem est, quæ fuerit ultimæ syllabæ vocalis in perfecto conjuga-

[5]) Gram. Syriaca p. 253. — Cfr Winer p. 42. — Fürst p. 117. — Luzzatto p. 22.

[6]) Uhlemann, Inst. linguæ Samaritanæ I p. 58, 62, 77.

tionis simplicis, utrum ea, quam habeant verba firma, an ea, quæ in his ipsis verbis cognatarum dialectorum consensu commendetur, *i* vel *e;* tum vero, si hoc probabilius videtur, quonam modo legendæ sint formæ ילדת, יהבת, יתבת, utrum Chaldæorum more יְלֵדַת cet. an Syrorum ܠܶܕܬ cet. Forma תבת illud commendare videtur, quippe quæ facilius ad יְתֵבַת quam ad יְתֵבַת referri possit. At tamen dubius hæreo, quum eadem explicatio ad formas לכת, פלו pro הלכת, נפלו non facile pertinere possit. Nescio an hæ formæ non ex ipsa radice fictæ sint sed e forma 3 pers. masc., velut Arab. غَزَتْ a masc. غَزَا ductum est, non ut غَزَوْتُ a radice غزو.

Imperativi formæ usitato fere modo finguntur: תב sede, pl. תבו; לך, לכה abi, רת posside pl. רתו Deut. 1, 21. 9, 23, Hebr. רֵשׁ, רְשׁוּ, Syr. autem ܪܬ, ܪܬܘ (paraphrasis Chaldaica Onqelôsi his locis habet אַחְסִין, אַחְסִינוּ); הב, אב fem. הוי (pro הבי) da, pl. הבו, אבו. Si unico exemplo, Gen. 14. 21, confidendum est, pro הב etiam prima radicali restituta dicitur יהב.

Nomina verbalia, quæ huc pertineant, sunt שנה somnus, חימה ardor. Formæ quæ sunt לכת Ex. 13. 21, Deut. 2. 7 ire, שבת sedere Gen. 13. 6, דעה scientia Ex. 31. 3 e textu Hebræo receptæ esse videntur; Samaritane enim dicebatur מהלכו (מהבו, מהך), מתב, מחכם [7]).

Ad consuetudinem ejus dialecti illustrandam, quam Noeldekius Christiano-Palæstinensem appellat, hæc exempla ex ejus de hac dialecto commentatione (ZDMG. XXII p. 443 sqq.) sumpta sufficiant: ܝܪܚܐ mensis Chald. יַרְחָא; ܝܘܬܪܢ copia Hebr. יִתְרוֹן Chald. יוּתְרָנָא Syr. ܝܘܬܪܢܐ; ܝܗܒܬ h. e. ܝܗܒܬ dedisti; ܝܬܒ sedens (יָתֵיב); ܝܕܥ cognoscens et cognitus; ܝܟܠܘ poterant. Syllabam *jé* in hac dialecto ut apud Syros in sonum vocalem *i, e* abiisse Noeldekius recte, ut videtur, et sagaciter ex insolita illa 1 personæ impf. cum 3 persona convenientia conclusit; utraque enim scribitur cum præformativo ܝ: ܝܡܠܠ locutus sum, locutus est.

Imperativi formas antiquo modo declinatas hæc dialectus habet ܗܒ (ܗܒܘ, ܗܒܝ) et ܬܒ. In formam ܕܥܘ scitote consueta imperativi vocalis *u* ex analogia irrepsit. Analogiæ studium etiam in causa est, quod hujusmodi formæ sæpe primam radicalem recuperant et in verborum firmorum declinationem plane abeunt, velut impt. ܝܬܒ, ܝܗܒ, ܝܕܥܘ, ܝܬܒܘ, ܝܗܒܘ (l. c. p. 496).

---

[7]) Samaritani enim pro radice in dialectis cognatis usitatissima ידע utuntur rad. חכם; eam autem, opinor, ob causam forma דעה retinetur Ex 31. 3, quod חכם in eodem versu jam scriptum erat: Hebr. בחכמה ובתבונה ובדעת Sam. בחכמה ובנעירו ובדעה. Deut. 35. 31 eadem verba redduntur בחכמה ובנהירו ובמהכום.

Jam ad alteram familiæ Aramaicæ formam accedimus, quæ dialectum Syriacam, Mandæam, Neosyriacam amplectitur, quam quum antehac Aramaismum occidentalem appellaverint, nunc orientalem rectius dicimus. Quamquam inter illas formas haud sane magnum intercedit discrimen. — Lingua Syriaca antiqua in nonnullis vocibus, et quidem eisdem fere quibus cognatæ dialecti, nativum illud *w* servavit: velut in ܘܠܐ, ܘܵܠܹܐ conveniens, ܘܰܥܶܕ convocavit, ܘܰܥܕܳܐ congregatio, ܘܰܠܘܳܠܬܳܐ ululatus Arab. ولولة, ܘܰܪܘܳܪܬܳܐ æstus, et, quæ peregrinæ sunt, ܘܰܪܕܳܐ rosa, ܘܰܪܝܕܳܐ vena, ܘܺܠܳܐ velum, ܘܰܣܩܳܐ onus Arab. وَسْق, ܘܰܙܺܝܪܳܐ Arab. وزير, et inde ductum ܘܰܙܺܝܪܽܘܬܳܐ munus veziri, ܘܰܙܳܐ anser Arab. وَزّ, ܘܰܪܩܳܐ charta Arab. وَرَق, وَرَقَة; ܘܰܪܫܳܐ, ܘܰܪܫܳܢܳܐ columba Arab. ورش, ورشان. Nonnulla alia, quæ in lexicis leguntur, aut incerta sunt aut incertæ originis. Verbum subtivum quod est ܗܘܳܐ, quamvis postquam ܗ sublatum est, primam literam re vera habeat *w*, tamen huc non pertinet.

In hac quoque dialecto nonnulla verba primæ ålaf[8]) in similitudinem verborum primæ *w* abierunt; velut ܝܺܠܶܦ didicit (tamen ܐܰܠܶܦ docuit, ܡܰܠܦܳܢܳܐ docens) Arab. ألف, ܝܶܦܳܐ et ܐܶܦܳܐ coxit Hebr. אפה (cfr Arab. وفى?), ܝܺܪܰܟ et ܐܺܪܰܟ longus fuit Hebr. ארך Arab. أرك, ܝܽܘܟܰܡ et ܐܽܘܟܰܡ niger fuit.

Syllabam principalem *wa* rite mutatam hæc exempla habent: ܝܰܠܕܳܐ (contr. ܘܰܠܕܳܐ) filius, ܝܰܩܺܝܕ part. pass. incensus **waqîd*, ܝܰܩܕܳܢܳܐ exustio, ܝܰܬܺܝܪ abundans **wattîr*, ܝܰܒܶܠ duxit, ܝܳܗܶܒ dans, ܝܳܕܽܘܥܳܐ gnarus. Si linguæ Syriacæ consuetudo primæ syllabæ vocalem abjici jubet, sonus *j'* constanter in *i* abit, cujus mutationis jam in ceteris dialectis nonnulla exempla exstare vidimus. Quem sonum, si voces ܐܺܝܩܳܪܳܐ, ܐܺܝܩܰܕܬܳܐ, ܐܺܝܡܳܐ, ܐܺܝܡܰܡܳܐ, ܐܺܝܠܳܠܬܳܐ (ulatus Gen. 27. 34), ܐܺܝܫ (Hebr. יֵשׁ) excipias, non literis ܐܝ aut ܐ exprimunt, ut communis Semitarum orthographia ferebat, quam Syri etiam sequi solent (id quod in vocibus peregrinis scribendis ostendunt: ܐܝܣܰܓܘܓܺܝ εἰσαγωγή more Neohell. enunciatum, ܐܝܰܣܦܺܝܣ ἴασπις, ܐܝܣܪܳܐܝܶܠ Israël cet.), sed scribunt ܝܺܚܺܝܕ, ܝܺܠܶܕ, ܝܺܩܰܕ cet. Quæ scriptio haud dubie ex eo tempore propagata est, quum sonus *j'* nondum in *i* abiisset; ut sæpe scripturam quam os antiquitatis tenaciorem esse comperimus. Si igitur sciri possit, quo tempore Syri scribendi artem didicerint, id etiam ad ipsius linguæ historiam illustrandam in hac quidem re quodammodo valebit.

Consueta illa secundæ syllabæ cum prima assimilatione hæc verba vocalem *e* (h. e. **i*) habent: ܝܺܩܶܪ, ܝܺܩܶܕ, ܝܺܗܶܒ, ܝܺܪܶܬ (quamquam in hac radice vocalis *e* nativa

---

[8]) Merxius hoc primum literaturæ Syriacæ signum appellat *alef*, Amiræ et Abrahami Ecchellensis auctoritatem laudans, quorum ille sec. XVI, hic XVII grammaticam Syriacam conscripsit. At formam *ålaf* nostræ N. Test. editiones compluribus locis habent: Apoc. 1, 8. 21, 6. 22, 13.

forsitan sit, cfr Arab.), ܝܪܒ magnus fuit cfr רבב, ܝܠܦ didicit; quibus, opinor, addenda sunt ܝܨܦ sollicitus fuit et ܝܙܦ mutuatus est, etsi hås formas me videre non memini; ܝܢܩ, ܝܢܩ, ܝܠܠ huc non pertinent, quippe quorum *j* nativum sit. Gutturalis vim ostendunt ܝܗܒ, ܝܩܕ, ܝܩܪ, (ܝܩܘܪ v. p. 64). Tertiam radicalem debilem habent ܝܥܐ prodiit, germinavit Hebr. יצא, ܝܩܕܐ, ܝܡܐ juravit.

Vocalis *e* in omnibus formis manet, ubi radices quæ dicuntur firmæ habent *a:* ܝܠܦܬ didicisti, ܝܠܦܬܟ Hebr. יְלִדְתִּיךָ, ܝܩܕܘ combusti sunt (sed ܝܕܥܬܘܢܝܗܝ novistis eum, ܝܩܪܘ gravati erant); ubi autem illæ radices, secundæ syllabæ vocali intercidente, primam aut integram aut (quod in verbis fieri solet) in *e* mutatam tuentur, idem in nostris verbis eorumque derivatis usu venit; quà quidem re linguam Syriacam a Chaldaica discedere jam significavimus. Exempli gratia hæc affero: ܝܘܕܥܬܐ pl. vocis ܝܕܥܬܐ scientia (thema **wadaʿat*, pl. *wadaʿât*), ܝܘܙܦܐ pl. vocis ܝܙܦܐ mutuum, ܝܕܥܘܗܝ agnoverunt eum, ܝܬܒܬ sedit, ܝܠܕܬ genui.

De verbo ܝܗܒ dedit docent grammatici "literam ܗ per marhetânâ designatam non pronunciari in omnibus iis formis in quibus ܒ vocali non sit instructum, ut ܝܗܒܬ, ܝܗܒܬܘܢ, ubi vero ܒ vocali utatur, necessario ܗ pronunciari, itemque in part. ܝܗܝܒ, ܡܬܝܗܒ et tota conjugatione Ethpeel" [9]). Multo simplicius et hujus anomaliæ legem statuerent et ipsam causam indicarent, si juberent syllabam *iha* semper in *ja* contrahi, reliquas autem verbi formas legitime fingi. Apparet enim hujus vocis anomaliam ad easdem causas phoneticas esse revocandam, quæ valuerint quum ex ܡܗܝܡܢܐ fieret ܡܗܝܡܢܐ, ܡܗܝܡܢܐ, ex **qataltî-hu* ܩܛܠܬܝܗܝ vel ut Hebræi rectius eundem sonum scribunt, קְטַלְתִּיו; quam literæ *h* elisionem etiam habent Hebr. יו (=**jau)* ex יְהוּ (= יְהוּ־), pron. suff. 3 p. sing. Hebr. et Aeth. *-ô* ex *-a-hu*, pl. ־ָם, ־ָן ex ־ָהֶם, ־ָהֶן; פֹּה ita ex פָּהוּ [1]); Arab. vulg. مِنْ هَوْن ex مِنْ هَهُن, مَا فِيش ex مَا فِيهِ شَىْءٌ, موش ex مَا هُوَ شَىْءٌ, cet.

Syllabæ principalis *wi* nullum exemplum invenio. Ad syllabam *wu* referenda sunt ܝܘܩܪܐ onus, ܝܘܬܪܢܐ utilitas, ܝܘܪܬܢܐ hereditas. Vox ܝܘܩܢܐ imago ex forma quadam absoluta إِيقُن* Gr. εἰκών (ore Neohell. *ikôn)* ad analogiam nom. segolatorum (ܩܘܕܫ — ܩܘܕܫܐ cet.) ficta esse videtur. Chaldaice dicitur אִיקוֹנָא.

Solitam primæ radicalis imminutionem passæ sunt formæ impt. ܬܒ sede, ܗܒ

[9]) Merx, Gram. Syriaca p. 310.

[1]) Quæ explicatio Gesenii est (Thes. II p. 651). Repugnat tamen forma Aramaica פֵּה, ܦܐ. — Ascoli (Studj ârio-semitici I p. 3) adverbium quod est פֹּה hic simili modo ad formam principalem **pa-hu* Arab. فيه refert. Alii aliter.

scito, ܗܒ da. Contra ea verba quæ sunt ܝܩܪ, ܝܠܦ, ܝܩܕ habent impt. ܝܩܪ, ܝܠܦ, ܝܩܕ ad analogiam verborum intransitivorum ܕܚܠ (Arab. دحل), ܓܚܟ (ضحك) impt. ܕܚܠ, ܓܚܟ cet. Eodem modo ܝܥܐ facit impt. ܝܥܐ.

Formas nominales eodem pertinentes has reperi: ܝܨܦܐ cura, ܫܢܬܐ somnus, ܫܚܬܐ ardor (unde verbum ܫܚܢ succensuit), ܥܕܬܐ (h. e. *ʿittâ* pro ܥܕܬܐ) ecclesia, coetus (unde adj. ܥܕܬܢܝܐ ecclesiasticus), ܕܘܬܐ sudor (unde rad. ܕܘܬ sudavit) cfr Chald. דֵיעְתָא Hebr. זֵעָה. Vocalis *u* fortasse ex analogia vocis ܙܘܥܬܐ agitatio, tremor, metus (rad. ܙܘܥ) in hanc formam irrepsit.

Constat dialectum Mandæam literis multo magis quam sonis a Syriasmo antiquo esse diversam. Nihil enim ad ipsam linguam pertinet, quod Mandæi omnes vocales, sive longæ sunt sive breves, matribus, quæ dicuntur, lectionis scribere consueverunt. Hæ igitur formæ verborum primæ *w*, specie illæ quidem diversæ, tamen re vera ad linguam antiquam proxime accedunt: יאתיב emph. יאתבא Syr. ܝܬܒ, ܝܬܒܐ; יאדיתון novistis Syr. ܝܕܥܬܘܢ (= ܝܕܥܬܘܢ ܐܢܬܘܢ), יאדויא Syr. ܝܘܕܥܐ (ע = א in *j* mutatum est, velut Syri formam ܩܐܡ enunciant *qâjem)*; יאקירית illustris es, Chald. יְקִיר אַתְּ.

Pro syllaba *wa*, quæ postquam formas *ya, ja, je, j'* percurrit, lingua Syriaca tandem in *i* devenit, Mandæi scribunt ע; quo signo aut sonum *i* exprimunt, aut potius *e* (Peterm., Merx.). Exempli gratia affero: עתיב Syr. ܝܬܒ; עהאב Syr. ܝܗܒ [2]), c. suff. עהביכבון dedi vobis, 2 pers. sing. עהאבת dedisti; עליק Syr. ܝܠܦ; עדא Syr. ܝܕܥ (iisdem literis forma ܝܕܥܘ 3 p. pl. hujus verbi, et subst. ܐܝܕܐ manus scribuntur). Ex his exemplis etiam apparet secundæ syllabæ vocalem eandem esse atque in dialecto vetustiore. Quamquam hoc ad verbum עדאל non pertinet, quæ forma consonarum transpositione ex Syr. ܝܠܕ orta est, cfr Neosyr. ܝܠܕ. Verbum quod est עקאד Syr. ܝܩܕ Merxio auctore etiam in lingua Syriaca vocalem *a* interdum habet, ut consona emphatica ק sæpe ad gutturales prope accedere videtur [3]).

Formis Syriacis ܡܘܗܒܬܐ, ܡܘܠܕܐ, ceteris, quæ quum primæ syllabæ vocalem propter consonas collidentes tollere non possent, *a* in *e* depresserunt, in lingua Mandæa vulgo יא, nonnumquam ע respondet: יאהבאת Syr. ܡܘܗܒܬܐ, יאהבית Syr. ܡܘܗܒܬܐ, יאתבאת

---

[2]) Lingua Mandæa in hac voce flectenda formam principalem aut non ut Syriaca corrupit aut corruptam rursus ad ceterorum verborum analogiam restituit.

[3]) Merx, Gram. Syr. p. 286. — Quod Merxius (l. c. p. 312) ait, in lingua Mandæa "mutationem vocalis functionalis nostrorum verborum contrariam esse ei quæ in Syriasmo locum habeat, impf. enim accipere *a*, perf. *i*," lapsu quodam calami hæc tempora alterum pro altero posuisse videtur. Sed sola radice ע-אל excepta nihil equidem in iis exemplis quæ ab ipso et Noeldekio afferuntur invenio, quod linguæ Syriacæ consuetudini repugnet.

Syr. ܢܬܥܒ; sed contra נתביח (Sidra rabba 108. 22, Merx.) Syr. ܢܬܥܒ. In verbis firmis hujus generis formæ a Syriasmo non recedentes vocalem י habent: ניםקאת Syr. ܢܦܩܬ, סינדית Syr. ܣܓܕܬ.

In Syllabis *wi* et *wu* mutandis lingua Mandæa vix a lingua antiqua discessisse videtur. Instar omnium exemplorum sit יולפאנא doctrina Syr. ܡܠܦܢܘܬܐ.

Imperativus primam radicalem ex perfecti analogia restituere solet (cfr dial. Chr.-Pal.), velut dicitur עתיב, עדא pro ܬܒ, ܕܥ, cfr אתא pro ܬܐ veni, עזיל pro ܙܠ abi. Quamquam interdum abest: תיב (Sidra rabba 168. 17), האב (101. 13) et suffixo accedente הבאלאן. Vocalis illa, in lingua Mandæa omni analogia carens, quæ in hac forma inter ipsum verbum et suffixum interposita est, a Noeldekio cum ה ָ paragogico Hebræorum comparatur; Merxius autem, ut videtur, rectius per sonorum transpositionem eam explicat, ut inter formas האבלאן et הבאלאן eadem intercedat ratio atque inter *terhemûn* et *terehmûn* (cfr etiam formas ܠܡܘܡܣ, ܠܡܘܡܪ). Quam explicationem id commendat, quod vocalis prosthetica א nonnumquam huic formæ præmittitur: אהבאלאן; quocum conferas Mand. impt. אלבוש indue pro לבוש, אהואת erat pro ܗܘܬ sim. [4]).

Dialectus Neosyriaca, qua apud lacum Urmiam et in Curdistana loquuntur, etsi non linea directa ab antiqua lingua Syriaca oriunda est [5]) et in multis rebus ab ea valde degeneravit, tamen arctissimo gradu eam contingit. — Soni *w* initialis etiam hic rara vestigia apparent: ܘܥܕܢܐ tempus opportunum (Syr. ant. id.), ܘܠܘܠ ululavit (Syr. ant. subst. ܘܠܘܠܬܐ), ܘܘܘ susurravit (Arab. وسوس), ܘܫܘ id., ܘܫܘܫ et ܘܪܘܪ vagivit sus, ܘܥܘܥ latravit (Arab. وقوقة); ܘܪܩܐ charta ut Syr. ant. ܘܪܩܐ peregrinum est (Arab. وَرَق). In voce ܘܢܢܐ *wânâ* ovis, ubi litera ܥ inepto antiquitatis studio debetur, [6]) sonus ܘ ex ܥ = ا natus esse videtur, cujus mutationis exempla multa ex lingua Arab. jam attulimus. Hæc enim vox respondet antiquo ܥܢܐ Sam. עאנה (Hebr. צאן Arab. ضَأْن Assyr. *çin*). Vox demonstrativa ܘܝܠܗ *wêle* ecce eum [7]), utrum ex pronomine ܗܘ an aliunde ducta sit non liquet, sed utcunque est hæc vox principio non a litera ܘ incepit. Neque id magis ad nostram rem pertinet quod nonnullæ voces prima radicali sublata a con-

---

[4]) Nöldeke, Mandäer l. c. p. 118, 91, 92. — Merx, Gram. Syriaca p. 313, 267. — Literam א in voce אהבאלאן primæ radicalis vice fungi ne credideris; ea enim litera ע exprimi debebat, cfr et ceteras imperativi formas et perf. עתיב.

[5]) Nöldeke, Neusyr. Gram. p. XXXV.

[6]) Eodem modo in voce ܫܡܥܝܐ s'*mâjâ* auditus, postquam ܥ in *j* abiit, ambæ literæ scribuntur. Nöldeke, l. c. p. 62, 63.

[7]) l. c. p. 162.

sona *w* incipere videntur, velut verbum ܗܘܐ jam in lingua Syr. ant. literam ܗ abjecit, et litera ܥ abjecta est in nom. Neosyr. ܥܵܘܵܠܵܐ homo nefarius = עַוָּלָא, ܥܒܵܕܵܐ *wâdâ* actus, quod interdum scribitur ܘܵܕܵܐ [8]), itemque in formis ܥܒܘܼܕ (ܥܒܸܕ, ܘܘܼܕ) *wud* fac, ܘܥܘܼܪ intra, ingredere (Syr. ant. ܥܒܲܪ transi), aliis.

Ut jam in lingua Syriaca antiqua nonnulla verba primæ ܐ in nostrarum radicum similitudinem abiisse vidimus, ita hæc mutatio in lingua recentiore latius etiam serpsit. Velut formæ ܝܵܠܹܦ discit, ܝܵܠܸܨ urget, ܝܵܪܹܟ extensus est, pristinas formas ܐܠܦ, ܐܠܨ, ܐܪܟ omnino summoverunt, et apud Urmiam lacum (non in Curdistana), idem accidit verbis ܐܣܩ ascendit, ܐܣܪ colligat, ܐܦܐ coquit, ܐܩܪ refrigerat (cui voci Noeldekius confert ܥܩܘܪܬܐ frigus) itemque ܟܒܫ claudit, quod quamvis prave per consonam ܟ scribatur tamen ejusdem generis est: cfr Arab. أطم propr. constrinxit IV clausit, Hebr. אטם obturavit [9]). — Præter hæc verba lingua Neosyriaca sonum initialem *j* in his solis habere dicitur: ܝܕܥ (per transpositionem pro ܝܕܥ cfr Mand.), ܝܪܩ, ܝܩܕ, ܝܠܕ, ܝܗܒ, ܝܬܒ, quæ omnia ex lingua antiqua manent, et ܝܐܪ audet, ܝܠܐ festinat, quæ unde ducta sint non liquet.

Syllabæ principalis *wa* hæc exempla affero: ܝܲܪܚܵܐ mensis, ܝܲܩܕܵܐ ignis alimentum, (ܝܲܠܕܘܼܬܐ pro **jalzûϑ*), ܝܵܠܵܐ pro ܝܲܠܕܵܐ (v. supra p. 23) fem. ܝܲܠܕܬܵܐ, demin. ܝܲܠܘܼܕܬܵܐ; ܝܵܠܸܕ parit (animal), ܝܵܕܹܥ fem. ܝܕܥܵܐ scit, in quibus formis ܕ geminate enunciatur, vel apud Urmiam lacum fere ut ܬ sonat; etsi contra ea interdum in radice ܝܕܥ et litera ܕ et ܥ obscuratur atque adeo perit: ܡܘܼܕ ܝܵܕܹܥܢ, ܡܘܼܕ ܝܵܢ *mûd jân* quid sciam? ܝܕܝܠܝ novi eum = ܝܕܥܠܹܗ = ܝܕܥ ܠܹܗ (Protosem. fere **wâdiʿum ʾana lahu),* ܝܕܥܬܐ ܠܐ = ܠܐ ܝܕܥܬܘܼܬܐ cet.

Illud *i,* quod in lingua Syriaca sæpe ex syllaba principali *wa* natum esse vidimus, in dialecto Neosyriaca plane intercidere solet: ܝܬܒܵܐ sedet, ܝܕܥܵܐ *dîjâ,* ܝܕܥܬܝ c. suff. ܝܕܥܬܹܗ, ܝܕܥܬܝܼܢ (propr. notus, nota est mihi), ܝܕܥܬܐ cognitio Syr. ant. ܝܕܥܬܐ *(aʿ = ai = ê).* Quæ est scripturæ Neosyriacæ inconstantia, hæc vocalis nonnumquam litera *t*alqânata non indicatur: ܝܩܕܝܢ flagrabant (pro ܝܩܕܝܢ ܝܩܕ propr. incensus est ab iis), ܬܘܟܠܐ *tuχlê* [2]) pro ܬܘܟܠܢܐ in catechismo Roedigeriano. Vox ܐܝܩܪܐ gloria, quæ ab hac lege discedere videtur, non vere Neosyriaca est, sed ex Syriasmo antiquo tamquam ex lingua peregina recepta.

Sed quum ea sit indoles linguarum Semiticarum, quales quidem eas cog-

---

8) l. c. p. 60.

9) Eandem mutationem subiit subst. ܝܡܡܐ *jimmâ* mater pro antiquo ܐܡܐ. — Nöldeke l. c. p. 64.

1) l. c. p. 44, 246; cfr p. 20, 263.

2) De sono *uχ* ex *iv* vel potius *iu* (* *ib)* orto, vide l. c. p. 49.

noscere possumus, ut radices biliteras non facile patiantur, ea radicalis quæ in prima voce exterminata est, non raro in media voce quasi renascitur. Itaque quum modus infinitivus in hac dialecto formam ܦܪܳܩܳܐ habere consueverit, nomen actionis formam ܦܘܼܪܳܩܳܐ, nostra verba pro formis ܡܶܐܟܳܠܳܐ, ܡܶܐܟܰܠܳܐ, ܡܶܝܬܳܐ, ܡܰܘܬܳܐ, ܡܘܼܠܳܕܳܐ habent ܠܡܳܠܳܐ (ܡܰܡܠܳܐ), ܟܠܳܠܳܐ, ܝܳܠܳܐ, ܠܡܳܠܳܐ, ܝܠܳܕܳܐ; pariterque ܘܪܳܐ, ܘܪܳܬܳܐ, ܘܬܳܒܳܐ, ܘܬܳܒܬܳܐ pro ܬܳܒܳܐ cet. Quæ formæ si per sonorum transpositionem natæ sunt, ante exstitisse credendæ sunt, quam sonus initialis *i* sublatus esset. — Imo "in nonnullis vicis vel fortasse provinciis" hæc radicum quasi inversio latius etiam patet; velut dicitur ܝܳܠܶܦ, ܝܳܬܶܒ, ܝܳܬܶܒ, ܟܐܶܠܶܦ pro ܝܳܠܶܦ, ܝܳܬܶܒ cet. [3]). Lingua Mandæa etiam præter radicem ילף didicit habet formam לוף, unde derivantur לאבת didicisti, לאביח Neosyr. ܠܐܶܦܳܐ discis, לאובא doctrina, cet. [4]).

Imperativi formæ eo facilius in similitudinem verborum mediæ *w* abire possunt, quum primam radicalem jam inde ab antiquitate nonnullis horum verborum defuisse norimus. Nihil igitur aliud nisi vocalis mutata est, quum ex antiquo ܠܰܦ ductum est Neosyr. ܠܘܿܦ ad analogiam formarum ܩܘܿܡ, ܡܘܿܬ. Si quid ex forma ܐܺܠܰܦ [5]), quod Noeldekius unicum sui generis exemplum affert, concludere licet, in iis verbis, quæ in vetustiore Syriasmo primam radicalem retinuerunt, non verborum mediæ *w* sed verborum firmorum analogia valuit; cfr Neosyr. ܦܪܘܿܩ impt. ܦܪܘܿܩ. Quod si ita re vera est, hoc discrimen ante exstitit quam *j* initiale intercidit; postea enim illæ familiæ inter se distingui non potuissent. — Pluralis vocis ܠܘܿܦ est ܠܘܿܦܘܿܢ vel ܠܘܿܦܘܿܢ pro ܠܘܿܦܘܿܢ [6]). Ex verbis, quorum tertia radicalis debilis est hæ formæ derivantur: ܡܶܐ pl. ܡܶܐܡܘܿܢ jura, -te; ܕܰܥ pl. ܕܰܥܘܿܢ scito, -te (cfr impt. ܫܡܰܥ, ܫܡܰܥܘܿܢ; ܥ enim in hac dialecto litera debilis est).

Nomen verbale ad formam ܠܶܒܬܳܐ fictum lingua Neosyriaca nullum habet nisi ܫܶܢܬܳܐ somnus [7]).

Ut in ceteris dialectis Aramaicis ita etiam hic verbum quod est ܝܗܒ a communi declinandi ratione discedit. Nam ex duabus radicibus diversis ejus formæ fluxisse videntur, ܝܗܒ et ܗܒ, quarum Noeldekius illam iis formis subjectam esse ait, quæ literam ܗ cum vocali enuncient, ut ܝܳܗܶܒ, ܝܗܺܝܒ; hanc autem iis, in quibus litera ܗ

3) Eodem modo ܡܰܠܶܦ (= ܡܝܰܠܶܦ) pro ܡܰܠܶܦ (alterum hujus verbi participium ܡܰܠܦܳܢܳܐ, ܡܰܠܦܳܢܺܝܬܳܐ, ܝܘܼܠܦܳܢܳܐ). — Etiam verba פ״א nonnumquam similes formas habent, ut ܐܳܡܰܪ pro ܐܳܡܰܪ (Nöldeke p. 243).

4) Nöldeke, Die Mundart d. Mandäer p. 118.

5) Utrum primam radicalem scriptura ostendat necne nihil omnino referre manifestum est.

6) De terminatione imperativi ܘܿܢ v. Nöldeke p. 226.

7) l. c. p. 92.

vocali careat, ut ܝܗܒܠ, ܝܳܗܒ݂ܠܬܐ [8]). Quæ formarum varietas et anomalia quum temere exorta esse non possit, hoc fere modo eam explicare conatus sum. Verbum ܝܗܒ — ab illa enim forma, quippe antiquitus accepta, proficiscendum esse in promptu est — ex legibus phoneticis linguæ Neosyriacæ ܗ suum tueri non poterat, ubi hæc litera finem syllabæ tenebat. Pro ܝܳܗܒܢ igitur dicunt scribuntque ܝܳܗܶܒܢ *jâwin* (* *wâhibum ʾana*), pro ܝܗܒܐ autem ܝܗܘܐ *juwâ* [9]) datus, ex themate * *wuhhab* part. pass. Conj. II (cfr Hebr. לֻקַּח pro מְלֻקָּח), pro ܝܳܗܘܳܒܐ n. agentis ܝܗܘܒܐ vel quod discrepat literis, sono plane convenit ܝܳܗܘܳܐ (*ah* = *â* Noeld. p. 58). Eodem modo litera ܗ excidit, quum inter *i* et aliam vocalem interposita esset (cfr Syr. ܝܗܒ pro ܝܗܶܒ), velut ܝܗܘܐܠܗ *jiwâlî* dedi eam (propr. data est a me * *wahîbatum li),* ܝܗܘܒܠܗܘܢ dedisti eos, ܡܝܗܘܐ infin. pro ܡܝܗܒܐ. Quæ formæ si recte leguntur, non ad eas quæ linguæ Neosyriacæ legitimæ fuissent ܝܗܝܒ, ܡܝܗܒܐ (cfr ܫܩܝܠ, ܡܫܩܠܐ) referri debent, sed ad formas antiquas יְהִיבָא, יְהָבָא. Quum igitur litera *h* hoc modo in plurimis verbi formis sublata esset, in secundæ radicalis locum tertia facile successit; quo factum est ut radix ܝܗܒ non a media parte sed a fine manca esse videretur. Quærentibus igitur et ore loquentis et auribus audientium quasi quoddam ejus supplementum, occurrit radix ܝܗܠ, quæ significatione prorsus cum illa congruens jam in antiquo Syriasmo complures formas ei suppeditaverat. Ab hac igitur radice tertiam radicalem verbum ܝܗܒ sæpe mutuatum est, et id quidem præcipue in iis formis, ad quas fingendas ternis radicalibus maxime opus erat: eas dico, quæ vocali interposita tertiam radicalem a secunda sejungebant. Dicitur igitur ܝܳܗܒܠ *jâwil* perf. I, propr. part. (fem. autem ܝܳܗܒܐ *jâwâ*), ܝܳܗܒܠܬܐ *jâwaltâ* n. act., ܝܗܝܒܠܗ h. e. ܝܗܝܒܠ ܠܗ) part. pass. c. suff., ܝܗܝܒܠܬܐ fem. sing. emph, quæ forma nonnumquam ܝܳܗܒܠܬܐ *wiltâ* efferri videtur. Quoniam autem secunda radicalis tunc potissimum vocali prædita esse solet, quum tertia nuda est (cfr ܦܪܝܩ — ܦܪܩܐ), lex illa Noeldekiana, quam modo commemoravi, orta est. — Imperativus hujus verbi ܗܒܠ vel ܗܠ pl. ܗܒܠܘܢ (non ut exspectandum erat ܗܒܘܢ) e Syr. ant. ܗܒ per eandem radicis ܝܗܠ admixtionem fictus est, licet in hac forma litera ܒ, non ܗ, sublata sit, cujus rei causa in aperto est. Præter hanc formam sola forma ܝܗܒܠܗ consonam ܗ servavit, quamquam usitatior est illa quam supra attuli ܝܗܝܒܠܗ.

---

[8]) Ne radicem ܝܗܒܠ, pro qua interdum legitur ܝܗܒ, ܝܗܠ, cum rad. יבל conjungamus, Noeldekius eam potissimum ob causam vetat, quod ita ܝܒܠ (Conj. II) scribendum erat cum Qussâi; l. c. p. 255. Cfr etiam l. c. p. 58 et formam impt. ܗܠ.

[9]) Quamvis interdum *T*alqânâ desideretur, nihilo minus vox eodem modo semper enunciatur.

Emendanda et addenda:

In paginæ 3 *versu* 20 *scriptum est* nimis, *legendum est* magis
,, 12 ,, 24 ,, Quod? ,, Quid?
,, 15 ,, 4 ,, *was'a* III ,, *'awse'a* II
,, 34 ,, 26 ,, *Ϝϱόδον* ,, *ϱόδον*
,, 36 ,, 8 ,, وصبد, وصبد ,, وصبد, وصبدة
,, 38 ,, 4 ,, צֶאֱצָאִים ,, צֶאֱצָאִים
,, 39 ,, 2 *addendum est:* وَنْجِيلٌ autem ex وَنْجِيلٌ ut جِبْرِيلٌ, تِلْمِيذٌ ex Hebr. גַּבְרִיאֵל, תַּלְמִיד vocalium assimilatione ortum est.

In ejusd. pag. versu 13 *scriptum est* جُلَّر, *legendum est* جُلَّر
,, ,, 3 *ab imo* ,, طيب ,, طيّب
In paginæ 40 ,, 5 *addendum est:* Simile est نَاسٌ pro vetustiori أُنَاسٌ.
,, ,, ,, 11 *vocabulum quod est* hæc *tollendum est.*
,, ,, ,, *imo pro* Hisi'arsa' *legendum est* Hisi'arsa'
,, 45 ,, 22 *post* עִמְדוּ *addendum est* שָׁמְרֵנִי
,, 53 ,, 4 *ab imo scriptum est* * *φέϱειτι legendum est* * *φέϱεισι*
,, 63 ,, 5 *a summo* ,, ܡܟܐ ,, ܡܟܐ
,, ,, ,, 12 ,, ,, ܡܘܟܟܘܗ ,, ܡܘܟܟܘܗ

Præterea vocalium signa punctaque diacritica literarum Semiticarum nonnullis locis sub prelo fracta excidisse video; ut p. 3 v. 7 ab imo leg. est הִפְעִיל, הוֹלִיד*; p. 16 v. 6* יָחֵף*; p. 22 v. 18* יָקַע*; p. 33 v. 9* ־ֵ*; p. 40 v. 6 ab imo* قُلْ*; p. 41 v. 1* أتكلّم*; p. 46 v. 3* מִמֶּנּוּ*; p. 54 v. 9* יְשִׁיבָה*; p. 55 v. 12* רֵדָה*; p. 59 v. 10* ־ֵ*, v. 11* יִתְחַבְּרוּן *v. 16* יְדַעְיָת.

Några anmärkningar om den Svenske Domarens inamovibilitet.

af

GUSTAF BROOMÉ.

Man har med rätta bland den medborgerliga frihetens grundvalar räknat domarens oberoende, hans oafhängighet af andra bud och befallningar, än sådana, som äro uttalade i de gällande lagarne, hvilka af honom skola tillämpas och utgöra rättesnöret för hans görande eller låtande vid lagskipningen. Det säger sig sjelft, hvad värde, juridiskt att tala, alla ett fritt folks heligaste rättigheter, äfven om dessa vore än så väl i lagar beskrifna och försäkrade, skulle i verkligheten ega, om lagtillämparen vore en beroende, osjelfständig person, som icke *vågade* att döma rätt, eller en med godtycklig makt utrustad, sjelfrådig herre, som strafflöst kunde gifva vika för frestelser att icke *vilja* döma rätt. Uti domarens oberoende, rätt förstådt, måste fördenskull inbegripas äfven det, att han icke får sjelf stå öfver lagen. Han bör hvarken vara ställd *öfver* eller *utanför* lagen, utan *under* den och ingen annan. En känd författare *(Royer-Collard)* yttrar i detta afseende några ord, hvilka vi i fri öfversättning tillåta oss att återgifva. "Om regeringen, som å statens vägnar har uppdraget att "utnämna domaren, till detta embete kallar en medborgare, säger hon i och med "detsamma: lagens skipare vare lidelsefri som lagen sjelf. Passioner af alla slag skola "bestorma dig, men låt dem aldrig störa din själ. Om mina egna förvillelser, intryck, "hvilka tränga sig på mig och för hvilka man har svårt att taga sig till vara, förleda "mig till orättfärdiga befallningar, så lyd icke dessa befallningar, stå emot mina "lockelser, stå emot mina hotelser. Sätter du dig till doms, så låt icke fruktan, "icke hopp bo i ditt hjerta, Var lidelsefri som lagen." Domaren svarar: "Jag är blott "en svag menniska och du fordrar af mig det öfvermenskliga. Du är mäktig och "jag är blott alltför svag. Jag måste i denna olika strid ligga under. Du skall "misskänna mina grunder till ett motstånd, som du i dag gör till en lag för mig, "och du skall bestraffa detsamma. Jag kan icke höja mig öfver mig sjelf, om du "icke på samma gång skyddar mig mot mig sjelf såväl som mot dig. Kom då min

"svaghet till hjelp; befria mig från fruktan och hopp; tillförsäkra mig min domare-"plats tills jag blifver öfvertygad om att hafva varit en förrädare mot de pligter, du "pålägger mig." Statsmakten dröjer, det ligger i maktens natur att endast efter långt betänkande afhända sig något af sin förmåga att vid alla tillfällen sätta sin vilja igenom. Ändtligen, genom erfarenheten upplyst om sitt eget sanna intresse, säger han till domaren: "Du skall vara oafsättlig (inamovibel)." — Det är häri, i denna domarens *inamovibilitet,* det lagbundna samhället funnit den förnämsta garantien för lagskipningens samvetsgranna utöfning och domarens oberoende gentemot andra makter inom samhället, på samma gång man derjemte och såsom skydd mot ett domare-godtycke i allmänhet, framkalladt af hvilka bevekelsegrunder det än månde vara, ställt domaren under laga ansvar för det sätt, på hvilket han sköter sitt kall. Han måste kunna befordras till näpst, om han pröfvas af en eller annan orsak hafva brustit i uppfyllandet af sina pligter. Men äfven detta måste då ske inför och af oberoende och ansvariga domare och i laga ordning och efter gifven lag, det säger sig sjelft, om icke det högt värderade oberoendet på den vägen skall försvinna.

Det är en i vårt fädernesland från långliga tider tillbaka stadgad grundsats, att domaren skall vara inamovibel; den finnes erkänd här redan under femtonde århundradet, hvarom K. Christoffers försäkran 1441 och Calmare-Recess 1483 bära vittne, och man finner den alltjemt sedermera vidhållen. Domaren får icke afsättas, "med mindre han för rätta ifrån sitt embete lagligen dömd blifver," heter det t. ex. i K. Gustaf II:s försäkran, och vår gällande grundlag (R. F. §. 36) bjuder, som kändt är, att "de som bekläda domareembeten, så högre som lägre — — — kunna icke, utan medelst ransakning och dom, ifrån sina innehafvande sysslor af Konungen afsättas, ej heller, utan efter egna ansökningar, till andra tjenster befordras eller flyttas." Denna lag innehåller både, att domaren är i nyssnämnda mening *oberoende,* och att han är *ansvarig,* kan medelst ransakning och dom — men också endast dymedelst — ifrån sin innehafvande syssla afsättas: båda de momenter, hvilka vi nyss antydt såsom de hufvudsakligaste vid betraktande af domaremaktens ställning inom samhället [1]).

---

[1]) I förbigående vilja vi påpeka en mindre lyckad redaction af sjelfva lagbudet, hvilken brist väl icke är af någon särdeles betydelse, men ej borde finnas, då bokstaflig tolkning och tillämpning af grundlagen är så strängt stadgad. Det hade varit bättre, om *Konungen* der icke varit nämnd. Ännu har det dock icke fallit någon in att på allvar sätta ifråga en sådan tolkning af 36 §. R. F., att *andra* myndigheter än Konungen skulle enl. samma lagrum vara oförhindrade att extrajudicialiter behandla domaren. Men under den, någon gång hetsiga striden angående rätta tolkningen af 28 §. R. F. (i religionsfrihetsfrågan) saknades icke exempel på en liknande absurd juridisk exegetik. Representationens makt med afseende på domarens till- eller afsättande är vederbörligen stäckt genom 90 §. R. F.

Men der stadgas derjemte, att domare icke kunna, "utan efter egna ansökningar till andra tjenster befordras eller flyttas"; och innan vi öfvergå till de mera speciela anmärkningar vi funnit skäl nu framlägga mot inamovibilitetstheoriens genomförande i vårt fädernesland, vilja vi först med några ord vidröra en åsigt, hvilken inom den lärda verlden vunnit förespråkare, och hvilken i viss mon står i strid med sist citerade bud ur vår grundlag. Det är för hvar och en lätt iögonfallande, huru nära detta grundlagsbud sammanhänger med inamovibilitetens theori, sådan denna från gammalt uppfattats såväl i vårt land som i andra länder. Det är också icke från den sidan man angriper grundsatsen, att domaren icke mot sin vilja får befordras eller flyttas till annan tjenst. Man har angripit den såsom alltför inskränkt, otillfredsställande, om man nemligen vill af inamovibiliteten skörda alla dess goda frukter, vill göra den till en full sanning och en tillräcklig garanti mot konungamaktens obehöriga inverkan på domaremakten. *Inamovibilitet,* invänder man, såsom likbetydande med *oafsättlighet,* må väl erkännas vara en garanti för domaren mot den maktegande i så måtto, att domaren är försäkrad om att icke mot sin vilja, utan ransakning och dom mista den plats, han redan har, och de förmoner, dermed äro förenade, äfven om han skulle göra sig misshaglig för dem, som makten hafva. Men saken har äfven en annan sida, som icke får förbises. "Que le magistrat n'ait rien a craindre du pouvoir, c'est une grande garantie; mais les Anglais ne l'ont pas tronvé suffisante: ils veulent en outre que le magistrat n'en puisse rien espèrer. Les moeurs anglaises placent le juge dans une sphère superieure: ni la crainte ni l'espoir, les deux aiguillons de la vie humaine, ne peuvent atteindre jusqu' à lui. Une fois assis sur son siège il sait qu'il y mourra. Le problème a résoudre est d'assurer à la magistrature une indépendance suprême. Nulle influence politique ne doit entrer dans le sanctuaire. La justice ne relève que d'elle-mème; elle n'est pas une dépendance, mais une part de la souveraineté. L'assemblée constituante crut assurer la parfaite liberté du ponvoir judiciaire en décidant, que la justice serait rendue par des juges élus à temps par le penple. C'était un mauvais systéme. Pour échapper à influence royale on versait du côté opposé. On faisait du juge un serviteur du peuple et de l'opinion. En outre on oubliait que, dans une sociéte telle que la notre, juger est un état qui demande de longues études et une experience de toute la vie"; så yttrar sig *Laboulaye (Le parti liberal,* 5 ed. 1864) och *Benj. Constant (Commentaire sur Filangieri)* anser att "dès qu'il y a possibilitè d'avancement l'inamovibilité est illusoire." Det måste erkännas, att så länge regeringen har i sin hand makten att till höga, inbringande och ansedda platser befordra domare såväl som andra, har hon ock ett medel, som *kan* af henne missbrukas till

lockelse, tubbande och förförelse, och för hvilket vapen en karakterssvag, ärelysten eller vinningslysten domare kan falla offer, samt att följaktligen *en* frestelse mindre vore i en sådan domares väg, om han en gång för alla vore förhindrad att kunna komma i åtnjutande af dylika förföriska belöningar för sin medgörlighet. Men vi kunna för öfrigt icke instämma i de åsigter, hvilka nyssanförda författare hylla. Det är omöjligt att undanrödja alla frestelser till fall för den menskliga svagheten. Att vilja betaga regeringen alla medel att för sig och sina önskningar vinna undersåter, vore, synes oss, nära nog detsamma som att vilja betaga henne all makt, att göra henne svagare än som kan stå väl tillsammans med de fordringar, samhället har och bör hafva på henne i olika riktningar.

Det synes oss vara en alltför långt sträckt omsorg för bevarandet af domarens moralitet, när man vill på *det* sättet hindra honom att taga mutor, att man söker hindra andra — här regeringen —, som möjligen vilja muta honom, att ega och besitta något, hvilket skulle kunna blifva en frestelse för domaren. Det är dessutom att alltför ensidigt betrakta saken, när man blott fäster sig vid den fara för domarens heder, som förmenas ligga deri, att han vet sig kunna af regeringen söka och erhålla en bättre eller mera framstående plats i samhället än den han engång erhållit. Från en annan sida sedt, kan man med all rätt sätta i fråga, om icke en dylik inamovibilitet skulle kunna verka menligt i så fall, att derigenom lades hinder i vägen för regeringen att till öfverordnade domareplatser eller andra embeten kalla och befordra den mera framstående, bepröfvade skickligheten och erfarenheten. Och huru skulle dessutom på ett tillfredsställande sätt i allmänhet dugligheten för de högre domareplatserna ådagaläggas, om icke på lägre domareplatser? Och om man, såsom i England, låter regeringen *inom domareplatsernas* område behålla detta förment farliga vapen, makten att befordra eller utnämna från lägre till högre tjenster, då är ju i alla fall sjelfständigheten, domareoberoendet i fara, enligt förutsättningen för systemet. Likaledes vore det helt visst oklokt att låta fruktan för möjligt missbruk aflysa ett bruk, som i många vigtiga afseenden torde böra betraktas som ett godt, det nemligen att genom hopp om och möjligheten af befordran, utmärkelse, belöning framkalla håg och lust hos dugligheten att vilja göra sig bemärkt genom nit och ådagalagd förmåga. *Laboulaye,* som emellertid sjelf talar om *"la crainte"* och *"l'espoir"* såsom *"les deux aiguillons de la vie humaine,"* tycks likväl här endast tänka på dem såsom en drifkraft till det onda, glömmande dessa häfstängers *magna vis in utramque partem.* Är domaren samvetsgrann och duglig, har staten gjort nog för att försäkra sig om att han skall skipa rättvisa efter bästa förstånd, när den skyddar honom för allt slags hämnd från de dömdes eller intresserades sida, hvilket här vill

säga: gör honom oberoende af regeringens eller folkets maktspråk. Är åter domaren mindre nogräknad om medlen för att vinna något bisyfte, nog har då regeringen oräkneliga utvägar att locka en sådan från pligtens väg, äfven utan den, som anses ligga i dess rätt att befordra domaren till högre eller bättre sysslor. Vår Svenska domarecorps har hittills vetat att försvara och bevara sitt anseende för omutlig rättrådighet, oaktadt regeringen egt och eger rätt och makt att befordra domaren "efter hans egen ansökning." I England, der dock ifrågavarande åsigt om inamovibiliteten är i ganska stor utsträckning hyllad och inom lagstiftningen gällande med afseende på de i sträng mening s. k. *Judges*, vet man åter att omtala exempel på dess otillräcklighet för det afsedda målet, *(Hallam. Const. Hist. III. 262 f.)* Man har annars, efter vanligt sätt att se, i England väl sörjt derför, att domarena i de högsta domstolarne skola vara ställda utom all inverkan från regeringens sida. Den från gammalt erkända uppfattningen af alla embetsmäns makt såsom utgående från Konungen och dem sjelfva såsom beroende af Konungen, har, åtminstone nominelt, låtit deras makt upphöra med en Konungs död och fordra ny bekräftelse af efterträdaren på thronen, om den derefter skulle anses fortfara; men sedan *Georg III:s* tid har detta upphört att vara tillämpligt på domare, hvilka icke behöfva få sitt commissorium förnyadt vid sådana tillfällen [2]). Ingen orden, ingen titel, som icke är förbunden med embetet, skulle få utdelas till de högsta domarena (i *Queens Bench, Court of Common pleas* och *Court of Exchequer)* och, om man får tro ordspråket, begifva de sig endast en gång i lifvet till hofvet, nemligen för att tacka för utnämningen. Det är på dessa domares inamovibilitet *Laboulayes* förut citerade yttrande egentligen syftar. (Ett visst slag af befordran står dock öppen äfven för de underordnade bland dessa: till resp. *Chiefs)*. För öfrigt är, som vi redan antydt, intet lagligt hinder för underordnade domare att avancera till platser inom de högre domarekretsarne. Det är med dessa inskränkningar man får läsa och förstå yttrandet om den engelske domaren, att *"une fois assis sur son siège il sait qu'il y mourra."*

Vår grundlag har, som vi sett, lemnat regeringen i händer detta, efter nysscitерade åsigter, farliga vapen till undergräfvande af domarecorpsens sjelfständighet och oberoende. Faran har här icke visat sig stor. Domarens sjelfständighet gentemot

---

[2]) Alla statens tjenare, med undantag af domare, äro i England, enligt författningen, vid regentens död skiljda från sina tjenster, och behöfva — hvad de ock i regel få — nytt commissorium. Nominelt äro de i detta afseende beroende af hvarje parti- och dermed sammanhängande minister-vexling. Men i verkligheten får denna amovibilitet visserligen helt andra gränser. En brefbärares afsättning framkallade en gång en respectabel massa (2160 sidor in folio) bevisacter inför Parlamentet. ' (Gneist).

regeringen synes oss vara tillräckligt betryggad, när hans ställning är sådan, att han från det hållet icke har någon godtycklig behandling att frukta, äfven om han skulle någon gång blifva tvungen att tillämpa lagen i strid med regeringens önskan för tillfället. Skulle någon domare förgäta sin pligt ända derhän, att han "för slem vinnings skull" (befordran, utmärkelse m. m.) ville döma orätt, har vår lagstiftning, enligt vårt förmenande, tillräckligt sörjt för verkande medel deremot genom det allmänna budet om hans lagförande och bestraffande för fulltygadt missbruk af domaremakten. Härvid bör icke heller förbises de allmänna constitutionela garantier mot en konungs missbruk af makten att befordra, hvilka vår författning uppställer.

Men om vi, af här anförda skäl, icke finna oss manade att instämma med dem, som anse domareoberoendet otillräckligt så länge det endast är stadgadt i den utsträckning, som vår svenska lagstiftning i allmänhet hyllat, kunna vi deremot icke undgå att finna i mer än ett afseende betänkliga vissa undantag från sjelfva den här antagna grundsatsen, hvilka fått plats och bibehållit sig inom vår rätt. Vi tänka härvid först på den domstol, som hos oss dömer öfver äfven landets Högsta Domstol i vissa mål, jemte det att den fungerar, när någon, några eller alla ledamöterna af Statsrådet ställas inför rätta för politiska brott. Vi mena Riksrätten. Vår svenska Riksrätt är af så egendomlig beskaffenhet, att den i viss mening kan sägas stå ensam i sitt slag. Enligt §§. 101 och 102 R. F. tillkommer det denna Rätt att döma, när antingen hela Konungens Högsta Domstol eller af dess ledamöter en eller flera finnas hafva af *egennytta*, *vrångvisa* eller *försumlighet* så orätt dömt, att derigenom någon, mot tydlig lag och sakens utredda och behörigen styrkta förhållande, *mistat eller kunnat mista lif, personlig frihet, ära och egendom.* (Man kan anmärka, att här icke särskildt nämnes *embete* eller *tjenst).* Enligt §. 106 R. F. skall denna Rätt döma, när Constitutions-Utskottet finner, att någon Statsrådsledamot, eller någon för tillfället förordnad föredragande eller den embetsman, som i Commandomål Konungen råd gifvit, uppenbarligen handlat emot Rikets grundlag eller allmän lag, eller tillstyrkt någon öfverträdelse deraf, eller underlåtit att göra föreställningar emot sådan öfverträdelse eller den vållat och befrämjat genom uppsåtligt fördöljande af någon upplysning, eller att den föredragande underlåtit att, i de fall, som 38 § R. F. förutsätter, sin contrasignation å ett Konungens beslut vägra. Constit.-Utskottet skall då ställa en sådan under tilltal af Justitiæ-Ombudsmannen inför Riksrätt. — Vi finna af det anförda, att Riksrätten kan såsom domstol framkallas och sättas i verksamhet antingen af Just.-Cancelleren eller af Just.-Ombudsmannen; och såväl den ene som den andre af dessa åklagare kan dervid uppträda antingen af egen drift eller på befallning af högre myndighet. Just.-Cancelleren kan nemligen antingen sjelfmant

finna anledning att anklaga Just.-Råd, eller göra det på Konungens befallning; och Just.-Ombudsmannen kan likaledes antingen sjelfmant finna sin pligt fordra att åtala Just.-Råd, eller enligt uppdrag af Const.-Utskottet blifva tvungen att åtala Stats-Råd. Dessa äro de fall, då Riksrätt kan påkallas och blifva skyldig att döma. Att Konungen genom sin Just.-Canceller kan låta åtala Just.-Råd, när han behagar, deri ligger visserligen icke något, som för sig kan sägas göra Just.-Råden såsom domare beroende af Konungen. Men i sammanhang med det beroende af Konungen, hvari en ganska stor del af *Riksrättens* ledamöter står, saknar denna omständighet icke en viss betydelse. Det är dock i sjelfva Riksrätten vi finna ett anmärkningsvärdt exempel på domare, som äro personligen beroende af Konungen och i den meningen osjelfständiga.

Af hvad vi redan anfört finnes, att Riksrätten såsom domstol uppträder under två ganska olika skepnader. I ena fallet skulle man kunna säga, att den är hvarken mer eller mindre än en endast för tillfället constituerad brottmålsdomstol; i andra fallet, då äfven fråga är att döma om brott, är dess karakter dock väsentligen politisk, d. v. s. den är en politisk domstol, som står på det närmaste i samband med ministeransvarigheten enligt vår constitution. Dessa båda omständigheter hafva ett icke ovigtigt inflytande på dess organisation och till följd deraf på storleken af det i samma domstol ingående beroende element, om vi så få uttrycka oss. Riksrätten består i *förra* fallet af följande personer: Presidenten i Svea Hofrätt såsom ordförande, Presidenterna i alla Rikets Collegier, Fyra de äldsta Statsråd, Högste befälhafvaren öfver de i hufvudstaden tjenstgörande trupper, Högste närvarande befälhafvaren för den vid hufvudstaden förlagde escadern af arméens flotta, tvenne de äldsta Råd i Svea Hofrätt och det äldsta Råd i hvarje af Rikets Collegier. I *senare* fallet, eller då Riksrätten har karakteren af politisk domstol, stadgar §. 106 R. F. den förändring i dess sammansättning, att då skola fyra de äldsta Just.-Råd der ingå i stället för de fyra äldsta Statsråden — för öfrigt lika. Är Presidenten i Svea Hofrätt hindrad af förfall eller jäf, intages hans ställe af den äldste i tjenst varande Presidenten; men om en eller flera af de öfriga ledamöterna äro hindrade af förfall eller jäf, är domstolen ändå domför, om tolf deri sitta. Hela antalet domare i denna Rätt är således i båda fallen 21. Af dessa äro förtroende-embetsmän, utan dom och ransakning afsättliga: 1:o) *När anklagelsen gäller Högsta Domstolens ledamöter:* Presidenterna i Commerce-, Krigs- och Kammar-Collegium samt Statskontoret och Chefen för Förvaltningen af sjöärendena; vidare de fyra Statsråden och (vi antaga) de båda Militärbefälhafvarne. Det har blifvit satt i fråga, om icke Presidenten i Kammarrätten äfven vore att hänföra till de amovibla embetsmännen; men vi måste för vår del räkna honom till

de enligt § 36 R. F. inamovibla. Man kan äfven tänka sig, att de båda militär-befälhafvarne skulle kunna vara inamovibla embetsmän, ehuru det, så vidt vi känna, icke så inträffat och troligen icke inträffar. Någon sådan titel, som dessa hafva i §. 102 R. F. finnes visserligen icke upptagen i §. 35 R. F. bland de der uppräknade förtroende-embetsmännen; men detta torde, för den fråga vi här behandla, icke vederlägga vår uppfattning. Alltså äro bland Riksrättens 21 medlemmar i detta fall 11 förtroende-embetsmän, d. v. s. mer än hälften af alla ledamöterna i direct beroende af Konungen. Ännu svagare kunde det oberoende elementet inom Riksrätten blifva, om man toge grundlagen efter orden, ty då kunde svårligen den äldste ledamoten af Sjöförvaltningen och icke heller den äldste Statscommissarien ingå i den Rätten. Just.-Ombudsmannen väckte fråga härom vid Riksrätten år 1818, men vann ej gehör, och 1823 års Const.-Utskott synes gilla Just.-Ombudsmannens åsigt, hvilken dock ej af Riksrätten blifvit antagen, ehuru äfven då samma anmärkning gjordes. Vi hafva ett annat exempel på att man vid Riksrättens sammansättning icke bokstafligen följt grundlagen. Från Sundhets-Collegium har hvarken ordföranden eller det äldsta Rådet någon gång hittills inkallats i denna Rätt. Ordföranden benämnes visserligen icke President, men denna omständighet har icke hindrat t. ex. Chefen för Sjöförvaltningen att bli inkallad och godkänd; och äldsta Medicinalrådet har alla anspråk på en sådan plats, om man blott ser på grundlagens ord, särdeles då man besinnar att t. ex. äldste Statscommissarien inkallats utan att benämnas *Råd.* Vi vilja icke vidare härmed uppehålla oss, utan hafva endast velat påpeka dessa mot grundlagens ord stridande förhållanden. (Jfr om dessa frågor: *Svedelius. Om Statsrådets ansvarighet.)* I afseende på den fråga, vi här närmast afse, hafva vi tillräcklig anledning af Riksrättens sammansättning, sådan den verkligen egt rum, att anmärka det mot inamovibilitetsgrundsatsen stridande förhållande, att mer än hälften af domareantalet utgöres af amovibla embetsmän. Tillfälliga vacancer, laga förfall eller jäf kunna dessutom äfven komma att göra sitt till i ifrågavarande afseende, helst man från en annan sida håller så strängt på bokstafven (hvilket är rätt), att, om den ordinarie ledamoten är hindrad, träder icke den i stället fungerande in i Riksrätten. Härpå finnas præjudicat, ja t. o. m. ett, som är betecknande nog äfven i annat afseende. Det är från 1818 års Riksrätt. Högste befälhafvaren för de i hufvudstaden förlagde trupper anmälde nemligen, att han af Kgl. M:t blifvit befalld att resa i särskildt uppdrag till Norge och derföre icke längre kunde i Riksrätten deltaga. Hans plats fick på denna grund stå tom.

Annorledes gestaltar sig Riksrätten, när 2:o) *anklagelsen gäller Statsråd.* Då sitta i denna Rätt fyra Justitiæråd i st. f. fyra Statsråd. Detta är således en stor

förstärkning åt den oberoende sidan, ehuru icke tillräckligt att freda domstolens sammansättning äfven då från grundade anmärkningar, särskildt om man betänker, att denna Rätt är den hållhake, hvarpå den juridiska ministeransvarigheten ytterst så väsentligen hänger. Politiska domstolar äro i olika länder mycket olika beskaffade; antingen dömer en del af nationalrepresentationen, eller har man i dylika frågor låtit rikets ordinarie Högsta Domstol döma, eller constitueras en tillfällig domstol, såsom hos oss. Vår politiska domstol är emellertid ensam i sitt slag; ty äfven om andra finnas af tillfällig beskaffenhet (som t. ex. i Norge eller Danmark), finnes dock ingen, som är så helt och hållet sammansatt af embetsmän, som vår svenska. Den består af embetsmän och endast af sådana, af den mest olika beskaffenhet och från de mest skiljda områden. Vi vilja icke här för öfrigt inlåta oss på en kritik af Riksrätten. Förslag till förändrad organisation af denna Rätt väcktes af Const.-Utskottet år 1840, men föll; öfverläggningarne derom äro af mycket intresse, men vårt nu till behandling tagna ämne fordrar icke och det begränsade utrymmet tillåter icke att vi vidare uppehålla oss vid denna sak.

En hithörande fråga har blifvit framkastad såsom obestämd i grundlagen: om nemligen både Just.-Råd och Statsråd äro anklagade för samma sak eller Just.-Råd för hvad de felat såsom ledamöter i Statsrådet (§. 26 R. F.), huru bör då Riksrätten vara sammansatt. Öfvervägande skäl synas tala för att Rätten för detta fall sammansättes så som stadgas för dom öfver Statsråd. Ordalydelsen i §. 101 R. F. gifver oförtydbart vid handen, att Just.-Råd, som "så orätt *dömt*, att" etc., skall ställas under Riksrätt, så sammansatt, som §. 102 bestämmes; hvaremot §. 26 R. F. ställer Just.-Råd, hvilka haft plats i Statsrådet,' under samma lag och skyldighet, som Statsråd enligt §. 9 R. F. Innan vi lemna frågan om Riksrättsledamöternas beroende af Konungen, i den mon vi här antydt, vilja vi i förbigående anmärka den egendomliga dager, hvari detta beroende framträder, om man tänker sig konungamakten utöfvas för tillfället af Statsrådet eller den s. k. interimsregeringen. [3]).

Vi hafva nu påvisat ett, men ett högst betydelsefullt undantag från reglen, att svenska domare äro oberoende af Konungen. Ett annat kan anmärkas i § 20 R. F., enligt hvilken *"tvenne militärpersoner af högre grad, dem Konungen härtill utser och förordnar, böra med domare jäf och ansvar"* — — vissa mål *"i högsta domstolen öfvervara och deröfver rösta"* — —. Det sägs visserligen icke, att dessa högre militärer skola tagas bland de amovibla embetsmännen; men möjligen,

[3]) *Just.-Rådens* beroende af Riksdagen vilja vi närmare belysa, när vi lite längre fram komma att beröra opinionsnämnden och *Högsta Domstolen.* Vi förbigå fördenskull detta beroende här vid framställningen af *Riksrätten.*

ja troligen ofta blifva de så beskaffade. Före 1815 års förändring af grundlagen stadgades, att dessa tillfälliga ledamöter i Högsta Domstolen skulle vara militära ledamöter af Statsrådet. Grunden till detta undantagsstadgande ligger nära tillhands i så måtto, att man vid första ögonkastet inser, det lagstiftaren velat försäkra H. Domstolen om tillgång på nödiga fackkunskaper för bedömandet af vissa mål. Men man kan emellertid sätta ifråga, om icke detta lika väl kunnat vinnas utan att låta dessa fackmän för tillfället träda in och rösta som Just.-Råd. Om man ock skulle vilja anse här anmärkta förhållande mindre vigtigt, såsom undantag betraktadt, får det dock sin betydelse, i samma mon man lägger vigt vid genomförandet af den grundsatsen, att domstolarne böra, så vidt ske kan, vara ordinära och sjelfständiga. I sammanhang härmed vilja vi äfven anmärka Krigs-Hofrättens sammansättning såsom erbjudande exempel på undantag från inamovibilitetsgrundsatsen. Men då anmärkningarne för detta fall väsentligen sammanhänga med den åsigt, man hyser om lämpligheten af militära specialdomstolar i allmänhet, och då vi här icke vilja inlåta oss på en kritik af de mot dylika domstolar ej sällan anförda skäl, inskränka vi oss till att endast såhär omnämna förhållandet.

Men vi hafva att anteckna ett annat undantag från inamovibilitetsgrundsatsen, hvilket vi anse i alla afseenden särdeles betänkligt, och detta så mycket mera, som lagstiftaren sjelf för det fallet påbjudit, att vissa för öfrigt inamovibla domare skola ställas under en ostracism, som vi icke kunna annat än önska med det aldra första afskaffad. Vi tänka tydligtvis på §. 103 R. F. Detta lagrum bjuder, att "lagtima riksdag skall hvart tredje år, på sätt Riksdagsordningen stadgar, tillsätta en nämnd, som ege att döma, huruvida Högsta Domstolens samtliga ledamöter gjort sig förtjenta att i deras vigtiga kall bibehållas, eller om visse af dem, utan bevisligen begångna fel och brott, hvarom föregående §. handlar, likväl kunde anses böra från utöfningen af Konungens domsrätt skiljas. Beslutar denna nämnd — — — att någon eller några af Högsta Domstolens ledamöter skola anses vara ifrån Riksdagens förtroende uteslutne, blifve han eller de — — ifrån embetet skiljde — —." I Riksdagsordningen §. 69 lemnas icke allenast närmare föreskrifter om sjelfva nämndens constituerande och omröstningsprocedur, utan bestämmes derjemte, att högst tre Justitiæ-Råd hvarje gång få af denna s. k. opinionsnämnd utvoteras, d. v. s. utan ransakning och dom, utan att vara bevisligen skyldiga till fel eller brott, från embetet skiljas, endast och allenast emedan de, enligt 1809 års Const.-Utskotts yttrande, fällas *"af allmänna opinionen, utan att densamma behöfver stödjas på bevisliga fel och brott."* Frågan, hvarföre antalet inskränktes till *tre,* äfven om denna souverän, som benämndes *opinionen,* skulle finna flera än tre misshagliga, besvarade samma Ut-

skott sålunda: *"man lärer nästan ej kunna föreställa sig möjligheten af ett större antal."* Man kan till en början ånyo fråga: hvarföre icke? Är det rätt och klokt att låta allmänna opinionen godtyckligt handskas med misshagliga domare, nog kan man tänka sig möjligheten af att flera, ja alla kunna blifva henne misshagliga; och utminuteringssystemet kan då endast hvila på den mot sjelfva grundsatsen stridande åsigt, att innan eller vid nästa sammanträde opinionen skall blåsa från annat håll, d. v. s. att de, som den ena gången ansågos odugliga, ovärdiga o. v. s., men icke fingo, för antalets skull, afskedas, nästa gång annorlunda anses. I annat fall hafva ju dessa odugliga, ovärdiga domare, till det allmännas skada, fått sitta qvar längre än tillbörligt varit och blifva då i sin ordning afsatta. Men sjelfva grundsatsen, hvarpå lagen hvilar, det är den, som vi icke kunna inse vara riktig, icke heller hafva vi derom kunnat öfvertygas af de skäl, som för densamma blifvit framlagda. Const.-Utskottet år 1809 ansåg *"den allmänna säkerheten och egendomsrätten fordra, att den, som kunde anses hafva förverkat det allmänna förtroendet, utan att lagligt tilltal egde rum, borde ock kunna af Riksens Ständer från embetet skiljas."* Hvad innebär då detta skäl? Förmycket eller förlitet. Det låter använda sig lika väl för *alla* domares beroende af allmänna opinionen, som för Justitiæ-Rådens. Eller anser man det måhända vara af ingen eller mindre betydelse, om "allmänna säkerheten och egendomsrätten" på juridiskt oåtkomligt sätt missvårdas eller kränkas af rikets öfriga domare? Vi förutse den invändning såsom möjlig från något håll, att deras domar kunna öfverklagas och slutligen af Högsta Domstolen ändras, hvilket icke kan ske med denna domstols beslut. Härvid bör dock påaktas, att det här icke är fråga om ett sätt att upphäfva eller godtgöra en begången orättvisa, utan om en åtgärd till förekommande deraf, att en oduglig, ovärdig m. m. domare vidare skall fortfara att utöfva embetet. Genom opinionsnämndens omröstning ändras ingenting af Högsta Domstolens domar. Har ett Justitiæ-Råd genom oskickligt eller ovärdigt utöfvande af domareembetet kränkt "allmänna säkerheten eller egendomsrätten," finnes en domstol, som i laglig ordning eger att derom döma enligt gifven lag och ordning, alldeles såsom om en annan domare sålunda förgått sig. Att *utan* sådana skäl, eller på misstanka att så kan komma att ske, afsätta den ene eller andre, det är och blir godtycke. Och att anse, det allmänna opinionens målsmän bättre förstå bedöma och uppskatta möjligen begångna fel eller brott, än vederbörlig domstol det förstår, sådant är att angripa all lagskipnings grundvalar och gäller eller måste conseqvent gälla lika om alla våra domstolar, Riksrätten icke undantagen. Hvardera af dem bör, för att vara riktigt pålitlig, hafva vid sidan af sig en opinionsnämnd. I en Kgl. proposition vid 1812 års Riksdag framhålles denna

opinionsdomstols svaga sidor på ett så slående sätt, att vi vilja anföra dess ord, förvissade, att de lika litet nu som då kunna vederläggas. ”Då denna grundlags hela syftning,” heter det, ”ådagalägger, att domaremakten bör af allt yttre inflytande vara oberoende; då lagen är den enda makt, för hvilken lagskiparen behöfver hysa någon farhåga, har Kongl. Maj:t ej med dessa grundsatser kunnat förena den omröstning öfver Högsta Domstolens ledamöter, som, törhända i den redliges inbillning tillfredsställande, likväl svårligen i verkställigheten kan annat än hänföras till en af de tvenne ytterligheter, antingen tom ordformel, eller ock ett öppet förtryck. Är det väl möjligt att, inom ett inskränkt antal personer, finna nationens allmänna röst uppenbarad, och kan ej oftast äfven kännedomen deraf blifva för den tillintetgjorda förhoppningen, för det enskilda agget, en mindre kraftig ledare, än tillfället att, under mökrets och kanske äfven den förmenta patriotismens täckmantel, beqvämligen kunna hämnas? Månne ej farhågan för denna orättvisa snarare kunde missleda Högsta Domstolens ledamöter än förmånligen verka på deras tänkesätt och handlingar? Och böra ej lagens bud, i anseende till dem, anses lika tillräckliga, som för rikets öfriga invånare, utan att någon tillflykt behöfver tagas åt den egenmäktiga pröfningsrätten?” Const.-Utskottets svar härpå är synnerligen svagt. Utskottet *fruktar*, att om denna nämnd afskaffas, domaremakten skall uppresa sig ”till en stat i staten;” Utskottet *tror*, ”att möjligheten att undvika dessa olägenheter och att ändock bibehålla Högsta Domstolens ledamöter uti ett skäligt oberoende, gåfves endast uti en inrättning, som satte dem blott i farhåga för allmänna omdömet,” och att det skulle ”för Högsta Domstolens ledamöter icke gifvas något säkrare medel, att bevara sig för omröstningens följder, än att göra alla rätt och att således lagen skulle finna det kraftigaste stöd uti en inrättning, som icke skulle medgifva enskilda orättvisor” o. s. v. Alla dessa vackra fraser visa sig vid närmare granskning toma och intet bevisande. Äfven om Högsta Domstolen gjort alla rätt, är det icke säkert, att de förlorande, de dömde sjelfva *tycka* så; och de tongifvande inom *allmänna opinionen* kunna just härpå bygga hvarjehanda planer, särdeles om Domstolen eller vissa dess ledamöter — hvilket Utskottet icke tager i beräkning — råka göra sig misshagliga för ett inom Riksdagen herrskande parti genom en rättvis behandling af lagförslag, som äro för ett sådant parti behagliga, ehuru i sig sjelfva omogna eller farliga experiment; eller om Justitiæ-Råd såsom domare i Riksrätten döma öfver Statsråd annorlunda, än partiet önskat. I alla händelser skyddar åtminstone denna inrättning icke Justitiæ-Råden för ”orättvisor.” Hela ”inrättningen,” ett utbrutet stycke af den parlamentariska omnipotensens system, har hittills egentligen stannat vid att vara, som Kgl. Maj:t karakteriserade den, en *”tom ordformel,”* men borde icke stå qvar i lagen,

der den antingen står såsom ett bud, hvilket ej bör tillämpas och derföre bör aflysas, eller ock kan anses som ett medel till *"öppet förtryck."* Vi vilja sluta denna punkt med att på opinionsnämnden tillämpa *Laboulaye's* förut citerade omdöme om den uppfattning af domaremaktens oberoende, som *L'Assemblée Constituante* hyllade: "C'etait un mauvais système. — — On faisait du juge un serviteur du peuple et de l'opinion," så vidt nemligen det berodde på lagstiftaren sjelf. Andra krafter hafva hittills lyckligtvis gjort lagen oskadlig.

Om grundade anmärkningar, enligt hvad vi visat, kunna göras mot det sätt, hvarpå vår lagstiftning i vissa punkter genomfört grundsatsen om domarens oberoende, har den dock på ett berömvärdt sätt vetat att akta sig för den — vi skulle vilja säga — lågt materialistiska uppfattning af detta oberoende, på hvilken en eller annan främmande författning (t. ex. *Bayerns)* lemnat exempel. Domarens oberoende har betraktats der såsom tillräckligt skyddadt, då han är tillförsäkrad de med embetet förenade inkomster och förmoner för öfrigt så länge han icke i laga ordning blifvit afskedad eller sjelfvilligt afgått; men det har lemnats i regeringens makt att, när den så för godt finner, försätta honom ur tjenstgöring, ("in Ruhestand") eller förflytta honom till andra verkningskretsar ("Versetzung"), allenast derigenom icke förorsakas honom någon minskning i inkomst eller värdighet [1]). Det säger sig sjelft, att härigenom är åt regeringen lemnad en makt, som lätt låter använda sig på ett för en sjelfständig domare innerligt kränkande sätt. I flera tyska författningar finner man emellertid en förändring till ett bättre hafva kommit till stånd, sedan *die Reichsverfassung* 1849 proclamerat domarens oberoende äfven i här omnämnda afseende.

Innan vi lemna dessa frågor, vilja vi egna några ord åt en med dem i nära sammanhang stående praxis, hvilken har rätt gamla anor, i förhållande till gällande grundlag, och är känd under benämningen *tillsvidaresystemet.* Konungens rättighet att utnämna embetsmän, enl. R. F. 28 §., jemförd med 36 §. i samma grundlag, måste uppfattas så, att den motsvaras af en *pligt* att icke under obestämd tid eller längre än behöfligt dröja med utnämningen, och låta embetena förvaltas af endast *tillförordnade*, hvilka äro när som helst amovibla, derest icke tvingande omständigheter någon gång föranleda ett sådant tillsvidare-förordnande. Mot denna uppfattning af grundlagen strider både den praxis, att *obefordrade* personer *tillsvidare* förordnas att sköta embeten, hvilka enligt grundlag böra skötas af inamovibla embetsmän, och att redan *befordrade* embetsmän ryckas från sina egentligen innehafvande

[1]) Hvad beträffar domarens försättande *in Ruhestand,* s. k: *Quiescirung,* bör detta ej förvexlas med *suspension* i den betydelse detta ord vanligen tages. För öfrigt är icke alltig *hela* inkomsten tillförsäkrad en "Quiescerande" domare.

tjenster och *tillsvidare* på förordnande sköta andra. Härigenom skapas embetsledigheter, hvilka i sin ordning fordra vicariat, på samma gång de *icke* äro lediga för tillsättning. När t. ex. en inamovibel embetsman, domare eller annan, på tillsvidareförordnande förflyttas — tydligtvis med eget begifvande — till annat, vanligen fördelaktigare embete än det han har, uppstår härigenom i dubbelt hänseende en rubbning af det förhållande lagen föreskrifvit såsom det för samhället helsosammaste. Den förflyttade *inamovible* embetsmannen blir på sin nya post *amovibel* och det embete han lemnat måste i sin ordning skötas af en annan, en *tillsvidareinnehafvare,* som följaktligen också är amovibel, o. s. v. så långt kedjan sträcker sig inom de härigenom framkallade *tillsvidareförordnandenas* s. k. system.

Härigenom uppkomma förhållanden, som icke låta sig väl förena med inamovibilitetsgrundsatsen. Ja, detta system erbjuder äfven en svag sida med afseende på det tillfälle det öppnar att för understundom ganska lång tid suspendera befordringslagarne. Tänker man sig t. ex. en underdomare på landet uppflyttad på tillsvidareförordnande till någon högre post, med reserverad rätt, att domsagan för honom skall vara att återtaga om och när han ej längre vill eller får behålla sitt tillfälliga förordnande; oeh om man vidare besinnar, att dels tillfälliga skäl i allmänhet, dels hans egen önskan, vanligen gaska väsentligt bestämma hvem som skall vara hans vicarie, inses lätt, att han på två håll rubbat befordringslagarnes ordentliga tillämpning. På sådant sätt kan, om tillståndet länge får fortfara, den jemförelsevis ringa meriterade vicarien komma att framför andra mera meriterade skörda stora fördelar, på samma gång de resp. platserna möjligen stå så länge stängda för de från början mest meriterade aspiranterna, att dessa hinna bli öfveråriga eller af andra skäl få stå tillbaka för yngre krafter, när ändtligen den definitiva tillsättningen sker.

Const. Utskottet vid 1840 års Riksdag anmärkte mot Konungens rådgifvare, att dessa "oaktadt redan 1823 års Constitutions-Utskott, i sitt den 10 Juni s. å. afgifna utlåtande, såsom betänkligt anmärkt det förhållande, att åtskilliga högre beställningar längre tid varit innehafda af endast tillförordnade embetsmän, stillatigande eller tillstyrkande låtit detta system af de högre civila embetenas förvaltande genom tillförordnade embetsmän, mer än en gång från helt andra verk, fortfara och utbilda sig. De hafva dervid," säger Utskottet, "förbisett den förderfliga inflytelse, som den sålunda åtadkomna minskning både i säkerhet och i juridisk, kanske ock i moralisk ansvarighet måste utöfva på embetsmannen vid hans embetsförvaltning och den icke mindre vådliga, som den större lättheten af ombyte kan vid tjensternas tillsättande ega på Styrelsen." Vid samma Riksdag blef till grundlagsenlig behandling hvilande och vid Riksdagen 1844—5 definitivt antagen den förändring af §. 34

R. F., enligt hvilken det embete, som en person innehafver, när han utnämnes till Statsråd, kan med Konungens tillåtelse stå ledigt och han till detsamma sedermera återgå, utan att likväl ega rätt att under den tid han är Statsråd det förra embetet utöfva eller inkomst deraf uppbära. Men om det, *för detta fall*, blifvit af lagstiftaren pröfvadt ändamålsenligt att så stadga, torde detta skarpt bestämda undantag ytterligare styrka reglen, att endast i högsta nödfall bör ett dylikt afvikande från densamma ega rum. Man kan invända, att, om en inamovibel embetsman endast på tillsvidareförordnande öfvertager en förtroendetjenst, han såsom sådan på den platsen är mera oberoende än en definitivt utnämnd innehafvare skulle vara. Detta må medgifvas, men torde svårligen vara tillräckligt att uppväga de olägenheter och oformligheter förfogandet för med sig; och det kan sättas i fråga, om icke den förutnämnda engelska uppfattningen af domarens inamobilitet för dylika fall har stort skäl för sig. Inom andra länders lagstiftning saknas icke exempel på förbud för domaren att med sin domareplats förena annan tjenst, särdeles af dylik beroende beskaffenhet. Man har fruktat att på sådant sätt försvaga det oberoende, man velat hafva domaren tillförsäkradt genom de öfriga hithörande bestämmelserna. I Preussen har man i detta afseende vacklat fram och tillbaka. I Danmark åter, hvars grundlag i hufvudsakligen samma grad som vår svenska grundlag stadgar domarens inamovibilitet, finnes emellertid ännu qvar en amovibilitet med afseende på underdomarne, hvilken stadgas såsom gifven följd just deraf, att dessa jemte domaretjensten innehafva dermed förenade andra befattningar. Om man således med en viss sanning kan invända, enligt hvad vi här förut nämnt, att en inamovibel embetsman, som på tillsvidareförordnande innehar ett s. k. förtroendeembete, på den platsen är mera sjelfständig, än en definitivt utnämnd amovibel embetsman, så kan å andra sidan anmärkas, att domareoberoendet lätt derigenom skulle kunna förminskas. Under alla förhållanden inträffar detta, om hans domareplats under tiden måste skötas af en tillsvidare-innehafvare, hvilken ju är såsom sådan amovibel. En välkänd författare inom Statsrätten *(Zoepfl)* går så långt, att han yttrar: ”nach einigen Verfassungsgesetzen sind die *Anstellungen* und *Beförderungen* der Justitzbeamten sofort *definitiv*, während die der anderen Beamten regelmässig gewisse Jahre hindurch nur provisorisch zu sein pflegen. — — Wo diese Bestimmung in die Verfassung aufgenommen worden ist, muss eine von einem nicht definitiv angestellten Richter gepflogene gerichtliche Verhandlung oder gefälltes Urtheil für *nichtig* erkannt werden.” Han tillägger dock försigtigtvis: ”Für gemeinrechtlich oder selbstverständlich ist dies jedoch nicht zu erachten,” och från svensk synpunkt torde aldraminst en så ytterlig consequens kunna dragas ur den äfven hos oss i författningen inrymda

grundsatsen, att domaren bör vara ordentligt tillsatt och inamovibel och icke provisoriskt tillförordnad. Det är icke mot sådana provisoriska förordnanden, hvilka *måste* tillgripas under tjensternas normala vacanser eller under de ordinarie innehafvarnes verkliga laga hinder, man har att göra de nyss anförda anmärkningarne; utan det är mot en sådan uppfattning af Regeringsformens bud i 36 §. att dermed skulle kunna vara förenligt att låta det bero på Regeringsmakten, att förvandla sådana tjenster, som enligt grundlagen böra besättas med inamovibla embetsmän, till förtroendetjenster i den meningen, att innehafvarne kunna när som helst från dem skiljas. Och detta tillsvidaresystem träffas lika af R. F. 36 §. vare sig det directe utgår från Regeringen eller från någon annan myndighet. Vår tanke ledes härvid på ett ämne, som är i hög grad förtjent af uppmärksamhet. Det har i vårt fädernesland, särdeles på senare tider, framträdt ett behof, en önskan eller hur man vill uttrycka det, att embetsverken, statens tjenster i allmänhet måtte omorganiseras och på tidsenligare och i andra afseenden lämpligare sätt inrättas. Denna önskan har understundom framträdt i förening med en annan, den nemligen, att intilldess sjelfva saken blifvit undersökt och reglerad, skulle inga definitiva utnämningar till de resp. platserna ega rum.

Om man ock erkänner, att ett sådant förfaringssätt under många förhållanden kan, ur lämplighetens synpunkt, vara att föredraga framför andra, torde dock ur grundlagsenlig synpunkt stora betänkligheter emot detsamma vara lätt påvisliga. Grundlagen stadgar, att vissa tjenster skola tillsättas med och skötas af inamovibla embetsmän. Vill man hafva detta respecteradt, lärer man svårligen kunna godkänna en tillämpning deraf, enligt hvilken icke allenast tjensterna besättas, för längre, oviss tid, med amovibla embetsmän, utan ock i representationens händer lägges en makt att mer eller mindre direct gripa in i "frågor om embets- och tjenstemäns till- och afsättande" hvilken makt ej heller väl stämmer öfverens med grundlagens ord och anda (R. F. §. 90). Vill man, såsom af behofvet påkallad, hafva en sådan procedur lagligt medgifven, bör man först genomföra i laglig ordning en ändring af grundlagen i samma syftning. Vid närmare granskning och utredning af ett förslag till en sådan ändring skulle helt visst visa sig, att *detta* slags *tillsvidaresystem* innebär ganska stora vådor. Om dessa också skulle befinnas vara olika stora med afseende på olika tjenster, men hvilka tjenster ännu äro lika deri, att de samtliga falla under §. 36 R. F., blifver detta ytterligare ett skäl för vår här yttrade åsigt, Sistnämnda lagrum ställer sig nemligen lika starkt som hinder mot systemets införande på t. ex. Kammar-Collegii område som om frågan gäller Domstolarne i riket. Vi tro förvisso, att hvarje upplyst lagstiftare skulle utan tvekan förkasta en hemställan derom, att

samtliga våra domstolar borde endast tillsvidare besättas med beroende domare, under afvaktan af en reorganisation af domstolsväsenet i allmänhet. Är detta oförenligt med grundlagen, är det lika bevändt med systemets tillämpning på andra områden. Vi anse alla skäl vara förhanden att väl taga vara på de grundsatser, vår grundlag i detta som flera lika vigtiga afseenden innehåller. En till farlig ytterlighet utvecklad parlamentarism skulle lätt kunna i en sådan praxis att tillämpa eller, rättare, kringgå grundlagen, som den anmärkta, finna medel att störta samhället i oberäkneliga vådor. Det är allmänt kändt, att embets- och tjenstemännens ställning i Nordamerikas Förenta Stater blifvit så beskaffad, att den offentliga moralen deraf på det djupaste kränkes. Ett litet frö bär ofta till verlden ett träd, hvars grenar sträcka sig vida. Det öfverklagade onda i Amerika, om hvars tillvaro och dåliga verkningar nu mera ingen motsägelse finnes, har från början utvecklat sig ur en sådan afvikelse från constitutionens grundsatser. Åtminstone försöka nu — och redan en längre tid härförinnan — dess vetenskaps- och statsmän att bevisa, det den der uppkomna praxis och derpå rotade maximen om embetsmännens beroende och tillfälliga ställning icke ega den ringaste grund i sjelfva constitutionen, såsom den, rätt förstådd, velat bestämma öfver dessa ämnen. Och alla, utom de sämsta, enskildt mest intresserade personligheterna, önska en återgång till det bättre och se häri enda räddningen. En år 1835 nedsatt committé säger i sitt utlåtande: "It is easy to see that the certain, direct and inevitable tendency of this practice is to convert the entire body of those in office into corrupt and supple instruments of power, and to raise up a host of hungry, greedy and subservient partisans, ready for every service, however base and corrupt. Were a premium offered for the best means of extending to the utmost the power of patronage; to destroy the love of country, and substitute a spirit of subserviency and man-worship; to encourage vice and to discourage virtue, and in a word, to prepare for the subversion of liberty and the establishment of despotism, no scheme more perfect could be devised. The disease is daily becoming more aggravated and dangerous — —. The question now is not how or where, or with hom it originated, but how it is to be arrested" [5]). "Sjukdomen" har sedan dess fortfarit och tilltagit; och man har under senaste åren framkommit med lagförslag för att stäfja smittan. Men om dylika frågor gäller måhända mera än om de flesta andra: *principiis obsta; sero medicina paratur.* Det torde vara stora skäl att här se sig väl före, innan man beträder en väg, som lätt kan leda till olycka. Hvarje

[5]) Jfr *Tiffany. On Government and Const. Low. American Theory. Albany 1867.* pp. 250—1.
Carey. Bref till Unionens President ang. Nordam. Politik. (Sv. öfvers. 1860) sid. 37 o. f.

förakt för grundlagens bud, äfven om det endast i en ringa ting framstår, bör afvisas såsom ett gift. Ett blomstrande tillsvidaresystem, framkalladt af hvilken orsak som helst, i strid med grundlagens anda och bokstaf, är en mask, som gnager på constitutionens hjertrötter. Företrädesvis med afseende på grundlagarne kan man tillämpa ett yttrande af en forntiden filosof (Heraklit): att ett folk bör strida för sina lagar såsom för sina murar.

En skildrare af svenska sederna under en förfluten tid *(Lanærus)* påbörda den tidens svenskar en viss särskild smak för vicariat; "näppeligen," säger han, "finnes någon syssla så makelig, som ej tarfvar vicarier." Äfven från den synpunkten är ifrågavarande system icke att recommendera.

Vi nämnde i början, att domarens oberoende, rätt förstådt, innefattade, att han sjelf skulle stå under lagen. *Ett* undantag från *denna* regel erbjudes uti vår lagstiftning, som icke allenast låter *Konungen* utöfva domareembetet, utan gör honom till *ledamot* af Högsta Domstolen. Detta märkliga undantag torde vi månända vid annat tillfälle få anledning att utförligare framhålla. Det begränsade utrymme, ett program erbjuder, manar oss att uppskjuta denna framställning och öfvergå till en redogörelse för anledningen till den academiska act, hvartill vi med detta program skolat inbjuda.

Sedan professionen i Grekiska språket och Litteraturen vid härvarande Universitet blifvit ledig derigenom, att förre innehafvaren, Professoren och Ordensledamoten m. m. D:r C. W. Linder den 21 Augusti 1868 utnämndes till Domprost i Westerås, har Kgl. Maj:t den 7 Maj 1869 i Nåder behagat utnämna Adjuncten i samma ämnen vid Upsala Universitet Philosophiæ Doctor CARL AUGUST WALBERG till innehafvare af nämnda profession. Professor Walbergs redan förvärfvade anseende såsom lärare och vetenskapsman är för oss en välgrundad anledning att af honom vänta ett fruktbärande och välsignelserikt arbete i vårt Universitets tjenst. Vi helsa honom välkommen.

Professor Walberg kommer att i morgon tillträda sitt embete med en föreläsning *om Rhythm med särskildt afseende på den Grekiska poesien.*

Universitetet kan icke hysa något hopp att vid detta tillfälle se närvarande sin högt vördade *Canceller, En af Rikets Herrar, f. d. Justitiæ-Stats-Ministern, Riksmarskalken, Riddaren och Commendören af Kgl. Maj:ts Orden m. m. m. m.*

Juris Utriusque Doctorn Herr Grefve GUSTAF ADOLF SPARRE. Vördsamt anhåller jag, att Universitetets *Pro-Canceller, Biskopen i Lunds Stift, Commendören af Kongl. Nordstjerneorden, Theologiæ och Philosophiæ Doctorn Herr* WILHELM FLENSBURG ville öfvervara och leda denna academiska act, till hvilken jag härmed inbjuder Universitetets Lärare, Embets- och Tjenstemän, den Studerande Ungdomen samt alla öfriga i Staden närvarande vetenskapernas Beskyddare, Gynnare och Idkare.

Samlingen sker i Consistorii Sessionsrum kl. 10 $^{3}/_{4}$ f. m.

Lund den 9 Maj 1870.

GUSTAF BROOMÉ.

Inbjudnings-Program

till

Rectorsombytet den 1 Juni 1870

af

G. BROOMÉ.

Då jag, efter häfdvunnen sed, går att lemna en kortfattad öfversigt af hvad vid Lunds Universitet sig tilldragit under det år jag varit dess Rector, kan jag börja denna redogörelse med det hugnelserika tillkännagifvande, att Universitetet, under vår Allernådigste Konungs och vår högt vördade Cancellers upplysta omvårdnad, hela denna tid fått ostördt arbeta för uppfyllande af sin för fosterlandet vigtiga uppgift. Lärare och öfrige embets- och tjenstemän hafva med nit och trohet uppfyllt sina pligter; lärjungarne hafva, till de många förut vunna, lemnat ytterligare bevis på den goda anda, som på sednare tider, under en följd af år, städse utmärkt studentcorpsen vid detta Universitet. Allt detta sammanlagdt har gjort det lätt för Universitetets styrelse här på platsen att leda dess angelägenheter.

Efter att härmed hafva uttalat ett tacksamt erkännande af dessa förhållanden, öfvergår jag till en närmare redogörelse för de särskilda tilldragelser, hvilka under året timat och hvilka i större eller mindre mon berört universitetslifvet och dess intressen.

I främsta rummet har jag att nämna den för hela Skandinaviska Norden vigtiga och förhoppningsrika förbindelse mellan dess båda Konungahus, hvilken vann sin fullbordan, när *Danmarks Kronprins* och *Sveriges-Norges Prinsessa* den 28 Juli 1869 firade sin förmälning. Den glädje, som vid detta tillfälle förspordes öfver hela Norden, måste kännas icke minst varm och innerlig vid det Universitet, som vågar sjelft förkunna sig såsom en af de första och förnämsta föreningslänkarne mellan brödrafolken på båda sidor om Öresund. Medlemmar af Universitetet och staden Lund voro, på inbjudning af studentcorpsen, samlade för att gemensamt i enkelhet fira denna minnesvärda dag.

De nordiska studentmötenas betydelse för den broderliga förening mellan Nordens trenne folk, hvilken numera fast består, är för väl känd och insedd för att behöfva ytterligare framhållas. Under förra sommaren egde ett sådant möte rum i Christiania. Färden till detta möte företogo de från Lund inbjudna Studenterna gemensamt med de från Köpenhamn inbjudna. Af denna anledning hade de sistnämnda,

med den förekommande välvilja och vänlighet, hvarpå Köpenhamns Studenter städse gifvit oss prof, tagit vägen öfver Lund, för att i sina led upptaga reskamraterna härifrån. Den 13 Juni gästade de vår stad och båda studentsångföreningarne gåfvo samma dag en gemensam concert.

På uppdrag af H. Ex. Lunds Universitets Canceller har Professorn och Riddaren J. Nellemann från Köpenhamn, sedan början af Mars månad detta år, här vid Universitetet offentligen föreläst öfver *Hovedgrundsætningerne for den danske Rettergangsmaade.*

Universitetet har under detta academiska år icke förlorat genom döden någon af sina ordinarie lärare eller tjenstemän.

Inom kretsen af dem, hvilka vid Universitetet blifvit såsom e. o. tjenstemän anställda, har döden skördat en ung man, som redan hade hunnit i mer än vanlig grad ådraga sig sina förmäns uppmärksamhet och tillvinna sig deras aktning. E. o. Amanuensen vid biblioteket, Philos. Doctor Johan Albert Anton Ringius dog den 23 December 1869 vid 27 års ålder.

Fyra Studenter hafva under året aflidit: Medicinæ Candidaten Johan August Romberg dog d. 10 Februari 1870; Medicinæ Studeranden Jöns Törjesson dog d. 22 Februari 1870, och Philosophiæ Studeranden Olof Petré dog d. 21 April 1870. Dessa tre tillhörde den Skånska Nationen. Juris Studeranden af Wermlands Nation Carl Dahl dog d. 24 Maj 1870. Alla hade de, hvar på sin bana, efter menskligt sätt att se, för sig en god framtid, som förtidigt afbröts genom döden.

Professor emeritus, Commendören m. m. D:r Carl Georg Brunius afled d. 12 November 1869 i en ålder af nära 78 år. Professor Brunius, en i flera afseenden utmärkt och rikt begåfvad personlighet, hade redan länge sedan upphört att arbeta i Universitetets och den stränga vetenskapens tjenst och i stället egnat sin rastlösa verksamhet åt annat håll. Universitetet känner dock till fullo, att det med Professor Brunius förlorat en af de få, det egde qvar af dem, hvilka före oss buro dess börda och bland hvilka flera intaga utmärkta rum i dess och vetenskapens historia.

Vid universitetet hafva följande erhållit anställning: Philosophiæ doctor G. R. Schlyter såsom Docent i latinska språket (Canc. br. d. 26 Juni 1869); Philosophiæ doctor Iwar Lyttkens såsom Docent i zoologi (Canc. br. d. 25 Januari 1870); Philosophiæ doctor A. Falck och Studeranden N. E Lovén såsom e. o. Amanuenser vid universitetsbiblioteket (Cons. Maj. prot. d. 20 nov. 1869 och 4 maj 1870).

Professorn i Grekiska språket och Litteraturen D:r C. A. Walberg, som d. 7 Maj 1869 till professor utnämndes, tillträdde sitt embete den 1 och blef i samma embete inställd den 10 i denna månad.

Följande lärare hafva erhållit befordran utom universitetet: Docenten P. Olsson till Lector vid h. elementarläroverket i Östersund; Docenten C. W. G. Nylander till andre Bataljonsläkare vid Husarregementet Carl XV; Docenten S. H. B. Svensson till adjunct vid h. elementarläroverket i Christianstad. Docenten Darin utnämndes till Lector i Franska och Engelska språken vid Kalmar h. elementarläroverk den 18 Maj 1870.

Docenten Hallbäck har, på egen begäran, erhållit afsked från sin befattning såsom e. o. Amanuens vid univers. biblioteket.

Professorn i Grekiska språket och Litteraturen, Ordensledamoten D:r C. W. Linder, som d. 21 Augusti 1868 utnämndes till Domprost i Westerås, tillträdde detta embete d. 1 Maj detta år.

Tjenstledighet har åtnjutits under hela läseåret af professor C. J. Schlyter för vetenskapligt arbete (Canc. br. d. 14 Dec. 1869); af professor A. W. Ekelund för ögonsjukdom (K. br. d. 20 Aug. 1869): af professor N. H. Lovén, i anseende till försvagad helsa (Canc. br. d. 9 Sept. 1869 och 25 Januari 1870); af domprosten H. M. Melin för deltagande i bibelkommissionens arbeten (K. br. d. 23 Juli 1869; af professor A. Nyblæus för utgifvande af ett vetenskapligt arbete (K. br. d. Juni 1869); af adjunct W. E. Lidforss såsom innehafvare af riksstatens resestipendium; af adjuncten Th. Norlin på grund af sjuklighet (Canc. br. d. 22 Juli 1869); af docenten W. P. Sturtzenbecker dels till företagande af en utrikes resa, dels för tjenstgöring vid riksdagens andra kammares cancelli (Canc. br. d. 14 Sept. 1869 och d. 23 Febr. 1870).

För kortare tid än hela läseåret har tjenstledighet åtnjutits: af professor C. W. Linder från d. 15 Aug. till d. 15 Okt. 1869 såsom statsrevisor, och ifrån d. 1 Febr. 1870 för enskilda angelägenheter (Canc. br. d. 8 Juni och 30 Nov. 1869); af adjunct F. W. C. Areschoug från den 26 Juni 1869 till slutet af nämde år för utrikes resa (Canc. br. d. 26 Juni 1869); af professor G. Ljunggren från d. 20 Nov. 1869 till den 20 dennes för begagnandet af det honom tilldelade riksstatens mindre resestipendium (Canc. br. d. 18 Nov. 1869); af professor Hill för vårterminen (Canc. br. d. 18 Jan. 1870); af professor J. G. Agardh under vårterminen såsom ledamot af Riksdagens andra kammare; af adjunct J. Lang under Februari och Mars månader, dels för fullgörande af ett offentligt uppdrag dels på grund af sjukdom (Canc. br. d. 25 Januari och 2 Mars 1870); af e. o. prof. O. Torell från offentliga föreläsningar med anledning af offentligt uppdrag (Canc. br. d. 23 Febr 1870).

Professorerna Möller och Walberg samt adjuncterna Holmgren, v. Zeipel och Odhner hafva under större delen af innevarande månad varit från Universitetet frånvarande såsom censorer vid afgångsexamina från elementarläroverken; professor Hill

har under höstterminen åtnjutit befrielse från consistoriela och facultetsgöromål (Canc. br. d. 14 Sept. 1869).

För kortare tider har derjemte tjenstledighet varit åtskilliga lärare och tjenstemän af Universitetets Herr Procanceller samt af Rector beviljad.

Följande lärare hafva, på grund af vederbörligt förordnande, bestridt nedannämnde vicariat: adjuncten Assarsson föreläsningar och examina i criminalrätt (Canc. br. d. 29 Sept. 1868); adjuncten Sjöberg professionen i stats- och processrätt under hela läseåret (Canc. br. d. 8 Juni 1869); docenten S. E. Melander grekiska professionen från d. 15 Augusti till d. 15 October 1869 och från d. 1 Febr. d. å. till dess prof. Walberg embetet tillträdde (Canc. br. d. 8 Juni och d. 30 Nov. 1869); adjuncten P. J. M. Leander professionen i practisk philosophi under hela läseåret (Canc. br. d. 14 Juli 1869); adjuncten M. V. Odenius professionen i theoretisk och forensisk medicin under hela läseåret (Canc. br. d. 9 Sept. 1869 och 25 Januari 1870); adjuncten M. G. Rosenius professionen i exegetisk theologi under hela läseåret (Canc. br. d. 6 Sept. 1869); adjuncten K. A. Holmgren physiska professionen under hela läseåret (Canc. br. d. 10 sept 1869); docenten H. Hallbäck estetiska professionen från den 20 Nov. 1869 till slutet af vårterminen 1870 (Canc. br. d. 18 Nov. 1869); adjuncten E. V. v. Zeipel matematiska professionen under vårterminen (Canc. br. d. 18 Januari 1870); adjuncten F. W. C. Areschoug professionen i botanik under vårterminen (Canc. br. d. 18 Januari 1870); docenten Hj. Lindgren anatomiæ prosectorsbefattningen hela läseåret (Canc. br. d. 30 Januari 1869 och 25 Januari 1870). Professor Humbla har fortfarande föreläst och examinerat i laghistoria under hela läseåret.

Under den tid professorerne Möller och Walberg samt adjuncterne Holmgren och v. Zeipel varit frånvarande såsom censorer, enligt hvad förut är anmärkt, hafva professionerna i astronomi och physik uppehållits af adjuncten Dunér, professionen i matematik af docenten Bäcklund och den i grekiska språket af docenten Melander.

Universitetets lärarepersonal utgöres af 28 ord. professorer, 1 e. o. professor, 19 adjuncter, 20 docenter och 3 exercitiemästare.

Professionen i criminalrätt saknar fortfarande ordinarie innehafvare. Med detta undantag, är icke någon af Universitetets ordinarie befattningar för närvarande ledig. Med afseende på professionen i medicinsk och physiologisk chemi har den *tillsvidare-anordning* fortfarit, hvilken i Rectorsprogrammet för året 1864—5 är anmärkt.

Följande utmärkelser hafva under läseåret tillfallit nedannämnde lärare:

Professorerna Tengberg och Lysander hafva erhållit Kongl. Nordstjerne-Orden den 29 Juli 1869.

E. O. Professor O. Torell har blifvit kallad till "corresponding member of the

Geological Society of London" och af "the Geological Society of Edinburgh," samt till Ledamot af K. Svenska Vetenskaps-Academien.

Kongl. Maj:t har af allmänna medel täckts bevilja följande anslag: ett tusen tvåhundra rdr att, enligt H. Ex. Cancellerens disposition, användas till honorarium åt någon vetenskapsman från Norge eller Danmark, som vore villig att vid Lunds Universitet hålla offentliga föreläsningar, företrädesvis inom området af sådana förhållanden, som äro egendomliga för hans fädernesland. Detta honorarium har uppburits af Juris Professorn från Köpenhamn J. Nellemann, som, enligt hvad förut är nämndt, här hållit offentliga föreläsningar;

ett tusen tvåhundra rdr för fortsatt utgifvande af Universitetets Årsskrift. (K. br. d. 10 Dec. 1869).

Sedan allmänna kyrkomötet gjort framställning derom, att det måtte varda theologiæ-studerande, hvilken undergått den theologico-philosophiska examen, medgifvet att inför theologisk facultet aflägga theologiæ-candidatexamen, har Kongl. Maj:t, efter Cancellers-Embetets och de academiska consistoriernas hörande, i nåder bifallit kyrkomötets ofvanberörde framställning och förordnat att 133 §. af de academiska statuterna skulle erhålla en häremot svarande förändrad lydelse. (K. br. d. 17 December 1869).

Med upphäfvande af K. Br. d. 23 Mars 1813 och K. Br. d. 18 Mars 1862, angående tillåtelse för beväringsskyldige studerande vid Rikets begge Universitet att få vid sjelfva lärosätena undergå föreskrifven vapenöfning, har Kongl. Maj:t i Bref af d. 17 December 1869 i nåder befallt, att studerande beväringsskyldige vid universiteten i Upsala och Lund skola undergå vapenöfning gemensamt med det öfriga beväringsmanskapet inom de beväringsområden, till hvilka städerna Upsala och Lund höra; dock att beväringsskyldig studerande, som önskar före vapenöfningarnes början från lärosätet sig aflägsna, må på sätt och under det förbehåll, som i nådiga brefvet den 18 Mars 1862 stadgas, ega att i sin blifvande vistelseort vapenöfvas tillsammans med vederbörande klass af ortens öfriga beväringsskyldige.

Universitetets tvänne resestipendier hafva för detta år blifvit i nåder tilldelade, det större, adjuncten A. Sjöberg, och det mindre, adjuncten W. E. Lidforss. (K. Br. d. 31 Dec. 1869).

Uppå Consistorii Majoris derom gjorda hemställan har Kammarrätten, under d. 9 November 1869, beslutat afskrifning ur Universitetets räkenskaper af en del sedan många år tillbaka balancerade fordringar, utgörande tillhopa 11,318 rdr 13 sk.

Följande anslag hafva af Cancellers-Embetet blifvit beviljade att från reservfonden utgå: tre hundra rdr till pathologiskt-anatomiska institutionen (Canc. br. d. 31 Aug. 1869); två tusen fem hundra rdr till afhjelpande af brister å Universitetets bygg-

nader (Canc. br. d. 6 Sept. 1869); fyra hundra rdr såsom arvode åt adjuncten Holmgren för bestridande af physiska professionen under innevarande läseår (Canc. br. d. 10 Sept. 1869); tvåhundraelfva rdr till möblering af philologiska seminarii local (Canc. br. d. 14 Sept. 1869); tvåhundra tjugofem rdr årligen tills ny utgiftsstat varder fastställd, såsom hyresersättning åt conservatorn Roth, jemte ett belopp af 75 rdr för en gång såsom flyttningshjelp (Canc. br. d. 14 Sept. 1869); fyrahundra rdr åt studeranden C. G. v. Sydow såsom ledare af de studerandes sångöfningar (Canc. br. d. 14 Dec. 1869); trehundra rdr till betäckande af erforderliga utgifter för de studerandes skjutöfningar (Canc. br. d. 25 April 1870); fyrahundra rdr till pathologiskt-anatomiska institutionen, för inköp af glaskärl och andra utensilier (Canc. br. d. 16 Maj 1870).

Cancellers-Embetet har derjemte af astronomiska institutionens besparingar beviljat amanuensen F. Andersson ett extra arvode af ett hundrafemtio rdr för år 1869. (Canc. br. d. 31 Januari 1870).

Sedan ett årligt anslag af ett tusen rdr af riksdagen beviljats till geologiska museum att utgå från 1871 års början, har Cancellers-Embetet, uppå e. o. professoren Torells derom gjorda och af Consistorium Minus förordade anhållan, tillåtit att nämnde belopp finge redan under nu löpande år af Universitetets medel förskottsvis utbetalas till bemälde professor emot behörig redovisningsskyldighet och med vilkor att en tredjedel under hvarje af åren 1871—1873 från årsanslaget återbetalas. (Canc. br. d. 19 April 1870).

Det till understöd åt yngre academiska lärare bestämda anslag af 750 rdr har för sistlidet år blifvit fördeladt sålunda, att adjuncten Odenius erhållit 350, adjuncten A. Sjöberg 100, docenten S. E. Melander 100 och docenten Hj. Lindgren 200 rdr. (Canc. br. d. 18 Januari 1870).

Med föranledande af Consistorii Majoris derom gjorda hemställan, har Cancellers-Embetet, under den 31 sistlidne Januari, medgifvit förhöjning i maximibeloppet för flera stipendiers förenande i en hand och sålunda föreskrifvit, att "accumulation af flera små stipendier i samma studerandes hand må till ett sammanlagdt belopp af ett hundra femtio rdr riksmynt kunna ega rum, såvida detta ej strider mot de vilkor och förbehåll, som af stipendiernas stiftare blifvit för desammas åtnjutande fästade."

Universitetet har äfven under detta år af enskilda personer fått röna prof på varmt intresse och stor frikostighet. Gåfvor till understöd och uppmuntran för de här studerande och till riktande af Universitetets vetenskapliga samlingar hafva derom burit glädjande vittnesbörd och jag tillåter mig att å Universitetets vägnar här uttala ett tacksamt erkännande deraf.

En gifvare som, som vill vara okänd, har till Myntkabinettet skänkt fyrahundra Rdr till inköp af ett skåp.

Sedan Grefve C. Beck-Friis och hans söner Friherrarne C. A. Beck-Friis, J. Beck-Friis och Lave Beck-Friis, medelst gåfvobref af d. 27 Maj 1868, med anledning af Universitetets secularfest samma år, till Universitetet donerat en summa af ett tusen sex hundra Rdr att utgöra fond för ett stipendium för en studerande af Skånska Nationen, har nämnde belopp, jemte ränta, i slutet af sistl. år blifvit till Universitetet öfverlemnadt; och har Cancellers-Embetet under den 18 Januari d. å. fastställt reglemente för sagda stipendium.

Jemväl i slutet af år 1869 har Universitetet fått emottaga den stora gåfvan af femton tusen Rdr, som framl. grosshandlanden i Göteborg S. Renström, genom testamente den 27 Maj 1867, anslagit till fond för två stipendier vid Universitetet; och har Cancellers-Embetet under den 24 sistlidne Mars meddelat stadfästelse å ett af Consistorium uppgjordt förslag till reglemente för dessa stipendier.

Den okände grundläggaren af den s. k. Småländska jubelstiftelsen har nyligen ökat de förbindelser, Universitetet eger till honom, genom att ytterligare öfverlemna en summa af fem hundra Rdr till fonden för stiftelsen.

Sedan Prosten P. Jönsson i Stoby och hans fru L. F. Jönsson, född Lindschoug, under den 28 Mars 1868, med anledning af Universitetets då stundande secularfest anslagit ett kapital af Ett Tusen sexhundra (1,600) riksdaler riksmynt, med bestämmelse att, sedan detsamma genom räntebesparingar ökats till tvåtusen (2000) riksdaler, räntan af sistnämnda summa skulle utgå såsom stipendium till en studerande af Skånska nationen, hafva donatorerne, med ändring af sitt ofvannämnda förordnande, uti ett sednare stadgande den 13 Maj 1869 förklarat, att med förvaltandet af stipendiimedlen och sättet för stipendiets bortgifvande skall så förhållas, att capitalet ställes under Universitetsstyrelsens förvaltning och stipendiet bortgifves i enlighet med föreskrifterna i §§. 2, 3, 4 af Reglementet för Skånska Nationens jubelstipendium, dock med undantag af tiden för bortgifvandet, hvilken tid blifvit bestämd att vara den 24 April. Under den 14 Juli 1869 har Cancellers-Embetet lemnat bifall till nämnda medels emottagande.

Philosophiæ Doctor *Ludvig Löfvenskiöld* på Bergatorp i Westergötland har å egna och tre Syskons vägnar den 15 i denna månad till Universitetet gifvit dels ett, af gifvarnes framlidne broder, Philosophiæ Doctorn *Gustaf Löfvenskiöld* samladt rikt *herbarium,* för att förvaras *oförändradt* i academiens botaniska museum, dels *Tretusen Riksdaler Riksmynt,* hvilka skola bilda en fond under namn af *Gustaf Löfvenskiölds Stipendiifond,* hvaraf räntan, enligt i gåfvobrefvet gifna bestämmelser, skall

såsom stipendium tilldelas en studerande af Westgöta Nation i Lund. Företräde till erhållande af detta stipendium tillerkännes studerande, som har håg och fallenhet för *botanik* eller *zoologi* eller *lefvande språk och ästetik.*

Om denna särdeles värdefulla donation har för några dagar sedan underrättelse ingått jemte capitalet: Tretusen Riksdaler och herbariet.

Redan för flera år sedan erhöll Universitetet underrättelse derom, att Philosophiæ Doctorn J. Andersson, bördig från Westergötland, hade genom testamente stiftat ett stipendium för en studerande af Götiska Nationen i Lund. En efter Testators död uppkommen tvist om hans qvarlåtenskap och dispositioner har länge hindrat förverkligandet af hans ädla afsigt. I dessa dagar har en af testamentsexsecutorerna, med dels contanta penningar dels skuldebref, lemnat redovisning för ifrågavarande donation. Den redovisade summan uppgår till 4609 R:dr 92 öre R:mt.

Behållningen af den förut nämnda concert, hvilken den 13 Juni 1869 gafs gemensamt af Köpenhamns och Lunds studentsångföreningar, anslogs till en fond för ett *Oehlenschläger-Tegnérskt stipendium.* För samma ändamål hafva de båda sångföreningarna, under loppet af denna månad, gemensamt gifvit concerter i Köpenhamn och Lund. Stipendiets syfte är att skiftevis bereda en studerande vid Köpenhamns och en vid Lunds Universitet tillfälle att studera vid annat nordiskt Universitet och inom annat land än det han sjelf tillhör. Stipendiet, hvars fond blifvit riktad med bidrag af Deras Majestäter Konungen och Drottningen af Danmark och af Deras Kongl. Högheter Kronprinsen och Kronprinsessan af Danmark och förvaltas af Academiska Föreningen härstädes samt f. n. uppgår till omkring 3800 rdr, tillsättes, sedan capitalet vuxit till ett belopp om 600 rdrs ränta, ena året i Lund och det andra i Köpenhamn.

Docentstipendierna innehafvas f. n.: N:o 1 af Docenten S. Berggren, N:o 2 af Docenten H. Hallbäck, N:o 3 af Docenten K. Södervall, N:o 4 af Docenten C. Schmidt, N:o 5 af Docenten S. A. B. Lundgren, N:o 6 af Docenten A. W. Quennerstedt.

Om Universitetets institutioner och samlingar, deras verksamhet och tillvext under året, hafva resp. föreståndare lemnat följande uppgifter:

Anatomiska Samlingen. 1. Nitton (19) st. vaxpræparater öfver hönsäggets utveckling, af D:r A. Ziegler, inköpte.

2. Två cranier af Troglodytes niger d:o.

3. Skeletter af: Thylacinus cynocephalus } d:o.
Phascolaretos cinereus }

Skelett af Catarrhactes papuensis } inköpte.
4. Heterodontus Philippi }
5. Strix Tengmalmi, skänkt af Prof. Fr. Wahlgren.
6. Åtskilliga menniskoben funna uti en stengrift och skänkte af kyrkoh:n L. Bååth.

Under läsåret 1869—70 hafva 41 lik blifvit dissekerade å Anatomisalen af 11 dissekanter.

Astronomiska Institutionen. Observationerna hafva under förlidet år fortgått efter samma plan som förut; enligt densamma har hufvudsakligen föreståndaren med den stora refraktorn bestämt 162 planet- och komet-positioner, samt Observatorn med samma instrument anställt 654 observationer på dubbelstjernor. Dessutom har Observatorn närmare bestämt värdet af en revolution af mikrometerskrufven samt, för att kontrollera sina observationer af dubbelstjernor, observerat artificiela dubbelstjernor. Professor Lindhagen från Stockholm har under Augusti och September månader anslutit Observatoriet till det svenska triangelnätet samt från detsamma observerat azimuten för en af signalpunkterna; hvarjemte han på särskild begäran bestämt afståndet från refraktorns objektiv till den tafla på Upåkra kyrka, på hvilken de artificiela dubbelstjernorna varit anbragta.

Af instrumenter har under året endast blifvit inköpt en elektrisk registrer-apparat af Mayer & Wolf i Wien; af böcker har Observatoriet erhållit värdefulla gåfvor från Observatorierna i Pulkowa, Greenwich, Oxford, Washington och Wien, från Meteorologiska Institutet i Christiania, Smithsonian Institution i Washington, United States Coast Survey och Association scientifique de France, samt från Professor Edlund i Stockholm och Ingeniör Pihl i Christiania. Dessutom har föreståndaren till Observatoriets bibliothek öfverlemnat en samling böcker och afhandlingar af astronomiskt innehåll.

Universitets-Biblioteket. Den betydligaste gåfva Biblioteket under året fått emottaga och en bland de värdefullaste som allt hitintills tillfallit Biblioteket, är den skänk Prof. och Kommendören Schlyter under den 29 sistl. Januari till detsamma gjort af hela det osålda lagret af Sveriges gamla Lagar, II—XII banden, uppgående till ett bokhandelspris af mer än 50,000 rdr. — Derjemte har Biblioteket erhållit gåfvor af H. Maj:t Konungen, H. K. H. Prins Oscar Fredrik, Kommissionen för utgifvande af Correspondance de Napoléon I i Paris, The Geological Survey of the Government i London, The Department of Education i Washington, The U. S. Sanitary Commission i NewYork, Kommissionen för det Arne-Magnæanska Legatet i Köpenhamn, Finlands Statistiska Byrå i Helsingfors, Riks-Arkivarien M. G. Birkeland i Christiania, Kongl. Bibliotekarien Chr. Bruun i Köpenhamn, Öfver-Intendenten Chr. Holst i Christiania, Cand. Mag. Yngwar Nielsen dersammastädes, Ingeniör O. A. L.

Pihl dersammastädes, Prof. A. Quetelet i Brüssel, Grefve P. Riant, General Edv. Sabine i London, Öfverläraren Schiller i Schwerin, Prof. Jap. Steenstrup i Köpenhamn, Byrån för Sveriges geologiska undersökning, Statistiska central-Byrån, Kongl. topografiska Korpsens Chefs-embete, Lektor G. Billing, 2:dre Bibl. Aman. Fr.Braune, Kammarherren Frih. G. Ehrenborg, Grosshandl. Sv. Holm, Doc. B. Lundgren, Prosten G. H. Mellin, 1:ste Bibl. Aman. Aug. Palm, Frih. Jules v. Schverin, Regements-Läkaren A. R. Åberg. — Biblioteket har utbytt skrifter med omkring 90 särskilda lärda samfund och institutioner. Specifikation så väl å gåfvorna som å de i den literära bytesförbindelsen erhållna skrifterna förekommer i den årligen utgifna accessions-katalogen.

Botaniska Institutionen. Antalet af de i trädgården odlade vextarterne har äfven under detta år ökats dels genom byte, dels genom gåfvor af frön från flera af utlandets större trädgårdar. Herbarierna hafva erhållit en värdefull tillökning genom El. Fries' *Herbarium normale,* skänkt af arfvingarna efter afl. Baron N. C. Gyllenstjerna på Krapperup, samt af ett Svenskt Herbarium, öfverlemnadt till Institutionen af afl. Ph. D:r Lötvenskiölds arfvingar.

Den *Chemiska Institutionen* har under året ej undergått några mera genomgripande förändringar, men åtskilliga smärre anordningar och förbättringar vidtagits. Apparater för filtrering under ökadt tryck med dertill hörande rörledningar för af- och tillförande af vatten hafva i trenne af arbetsrummen blifvit å passande platser anbragta, och i sammanhang dermed anskaffats 2:ne nya arbetsbord med särskilt afseende på dylik filtrering. Konstanta vattenbad för afdunstning vid 100°, jemte dermed förenade värmetrattar, hafva ock för de särskilta rummen anordnats efter en af Amanuensen Johansson föreslagen, särdeles ändamålsenlig konstruktion. Golfvet till klorrummet och på samma gång taket till källaren har undergått en fullständig reparation. Hvad beträffar *Mineralsamlingen* hafva tvenne nya mineralskåp anskaffats för inrymmande af den fullständigare bergartssamling, som under detta och föregående år erhållits, hvarjemte samlingen ökats dels genom köp, såsom af en mindre enskilt samling på 160 ex., dels genom gåfvor såsom af Apothekare Anderberg Gadolinit och andra mineralier, af Bergsingeniör J. Andersson Vallariat, af Stud. Holst en större Quartsstuff m. m.

Chirurgiska Instrumentsamlingen har under året blifvit förökad med flera apparater för behandling af ledsjukdomar äfvensom med åtskilliga instrumenter för verkställandet af ovariotomi.

Geologiska Institutionen. Universitetets äldre geologiska samlingar utgjordes hufvudsakligen af försteningar som förvarades i dess zoologiska museum. Under de sednare åren ökades dessa betydligt genom gåfvor från olika personer och utvidgades

derjemte till geologiens öfriga afdelningar. Till följe häraf blef en fullständig skilsmessa emellan de zoologiska och geologiska samlingarne alltmera nödvändig och en särskild geologisk institution inrättades derföre 1868. Ett extra anslag af 800 Rdr Rmt af universitetets medel för 1867 och ett dylikt af 250 Rdr Rmt för 1868 beviljades till anskaffande af skåp och annan nödig inredning för samlingarnes uppställning. Två rum uti museibyggnaden, hvilka förut tillhört den kemiska institutionen, inreddes sålunda till geologiskt museum.

Ett årligt anslag till bestridande af de för denna institutions vidmakthållande och förkofran nödvändiga utgifterna saknades emellertid alltjemt, äfvenledes var den upplåtna lokalen långtifrån tillräcklig för de redan förhandenvarande samlingarne. Med anledning af dessa behof gjorde Consistorium Academicum Majus, häri understödt af Universitetets Canceller, underdånig ansökan hos Kongl Maj:t om proposition till innevarande års riksdag om ett årsanslag till den geologiska institutionen af 1000 Rdr Rmt. Kongl. Maj:ts på grund häraf framställda proposition beviljades af riksdagen och härigenom betryggades denna institutions bestånd och framtida utveckling i öfverensstämmelse med nutidens fordringar på en sådan. Enär den geologiska institutionen har varit i saknad af anslag allt sedan 1868, så har Universitetets Canceller medgifvit, att 1000 Rdr Rmt, mot successiv afbetalning under 3 år, få lyftas, så snart Kongl. Maj:t delgifvit Universitetet riksdagens beslut. Derigenom blir det möjligt att redan i år ordna och uppställa vigtiga delar af samlingarna, hvilka i annat fall af brist på skåp och annan materiel skulle förblifvit magasinerade.

Nära nog lika känbart som behofvet af ett årsanslag var det af ökadt utrymme. Äfven denna olägenhet har i år blifvit väsentligen afhjelpt genom de academiska myndigheternas medverkan och tillmötesgående af den zoologiska institutionens föreståndare, på det sätt att conservatorns boställsrum afstodos för institutionernas räkning. Två oinredda rum i omedelbar förbindelse med de redan iordningställda blefvo härigenom tillgänglige för det geologiska museet och medel beviljades till deras inredning. Först härigenom möjliggöres ordnandet af ett någorlunda fullständigt geologiskt museum i en sammanhängande lokal på det sätt, att i två af museets rum uppställas efter tidföljden försteningar från de olika formationerna, i ett tredje de för geologien vigtigaste mineralierna samt den systematiska och topografiska bergartssamlingen och i det fjerde rummet samlingarna för ekonomisk geologi. Föremål som belysa bergbyggnadsläran få uppställas här och hvar i mån af utrymme. Uppställningen och ordnandet af samlingarne hafva under året mycket förhindrats genom den betydliga omflyttning, som blef nödvändig till följe af lokalens utvidgning. Det första och det tredje rummet blifva emedlertid i dagarna iordningställda, till det andra äro nya skåp

anskaffade. Vid arbetena i museum hafva biträdt i främsta rummet docenten B. Lundgren, äfvensom docenten L. P. Holmström, herrar A. G. Nathorst och W. Leche.

Endast i ringa mån har museum ökats genom inköp, sålunda af försteningar från Andrarum och Ystad, men desto mera genom gåfvor från enskida personer. Såsom de förnämsta af dessa kunna antecknas:

En stor samling försteningar från Gröningen i Holland, omkring 250 nummer, skänkt af Borgmästaren derstädes Herr W. de Sitter, hvilka försteningar hafva ett alldeles särskildt vetenskapligt värde för ett nordiskt museum.

Två meteorstenar från meteorstenfallet vid Hessle, skänkta af Generalmajoren m. m. Grefve G. von Essen. Ensamt den större af dessa värderas till nära 300 Rdr Rmt.

En samling af omkr. 300 stuffer och bergarter ifrån norrländska kusten från Gefle till Haparanda samt från Öland, skänkt af docenten L. P. Holmström.

Genom gåfvor af herrar Bruksbokhållaren G. von Schmalensée, stud. A. Nathorst docenten B. Lundgren och föreståndaren har samlingen af primordialfaunans försteningar från Skåne, Westergötland och Bornholm ökats till en af de största som finnas i något geologiskt museum. Äfven af flera andra personer har museum fått emottaga föräringar såsom

Af Apothekare Herr W. Anderberg: Kopparmalm med jökelrepor.
„ Adjunkt G. Brunius, Landskrona: Bernsten från Landskrona.
„ N. G. Bruzelius, Ystad: Block med tertiära försteningar från Ystad.
„ Adjunkt B. Fernqvist, Örebro: Ett stycke kalkspat med vackra bergkristaller.
„ Lector C. Hartmann, Örebro: Försteningar från Böhmens primordialfauna.
„ Professor H. Holmgren, Stockholm: Försteningar från Jemtland.
„ Studeranden O. Holst: En Radiolites från Ifö.
„ Amanuensen A. J. Johansson: Väl kristalliserade kemiska preparater (för kristallformernas skull).
„ Herr Kullgren, Warberg: Ett stort granitblock från Malmön i Bohuslän med glidningsytor ("sleeking sides").
„ D:r A. Kunth, Berlin: Erratiska block med tertiära försteningar från norra Tyskland.
„ Stud. W. Leche: Erratiska block från Holstein.
„ Friherre A. Lejonhufvud, Höganäs: Sandsten med vägsvall från Höganäs.
„ Stud. J. Lindahl: Försteningar och bergarter från flera formationer, hufvudsakligen från sydöstra Skåne.
„ Docenten B. Lundgren: Försteningar och bergarter från sydöstra Skåne, Bornholm och Höganästrakten, betydande samlingar till Skånes ekonomiska geologi.
„ Ingeniör E. W. Olbers: Bergarter från Halland.

Af Stud. H. SANTESSON: Samlingar upplysande de geologiska förhållandena från Lille Hammar till Dovre.

„ Adjunkt J. A. WALLIN, Christianstad: En större samling af försteningar och bergarter från Westergötland.

„ Föreståndaren: Samlingar från Eophyton sandstenens och Primordialfaunans lager i Skåne och Westergötland.

Under året har museet inledt bytesförbindelser med flera utländska museer och egare af enskilda samlingar. Sålunda hafva remisser afsändts till M:r Th. Balt, Nort Wales, Professor Giovanni Capellini , Bologna, Professor Harkness i Cork, Sir Charles Lyell i London, D:r A. Schlüter i Bonn och Professor J. Vilanora y Piera i Madrid.

Äfven från flera andra museiföreståndare hafva bytesanbud ingått.

Historiska Museum har under läsåret 1869—70 erhållit gåfvor enligt följande förteckning: af musikläraren Th. Göransson: tvenne flintbilor, den ena slipad, den andra rått tillhuggen och funnen vid Månstorps ruiner: af Kyrkoherden L. BÅÅTH: en $3^1/_2$ t. lång slipad flintbila med särdeles väl bibehållen egg, funnen i en åker i Skytts härad; af Regementsläkaren d:r A. R. ÅBERG, en s. k. hästbenformig slipsten med 6 slipytor, väl bibehållen; af skolynglingen C. SYLVAN: en damascerad Ungersk sabelklinga; af Amanuensen ELOF TEGNÉR: ett fragment af en romersk basrelief i stuck, funnen vid Livias villa i närheten af Rom; af onämnd gifvare genom prof. C. NAUMANN: ett instrument af elfenben, begagnadt till utvärtes medicinskt bruk; af Kammarherren baron G. EHRENBORG: tvenne knifvar från Nubien; ett radband från Nubien; ett byggnadsfragment från en egyptisk graf; ett stycke af det s. k. jungfru Marias träd i Matarieh vid Cairo; en flugvift från öfra Egypten; tvenne kinesiska etuier med knifvar och elfenbenspinnar; det slag fjell, hvaraf Sandriac beredes; flinta från Marathon och marmor från Egypten; snäckor från Röda hafvets strand vid Suez (öfverlemnade till Univ. naturhistoriska samlingar); af H:r COLLIN: ett beslag af messing funnet i jorden vid Glimåkra; af stud. HYGRELL: en något skadad, slipad flintbila. Derjemte hafva till Museum från Mynt- och Medaljkabinettet blifvit öfverlemnade följande föremål: 9 guldbracteater och en silfverbracteat; en briljanterad medaljong af guld med konung Gustaf III:s bröstbild och vidhängande guldkedja; tvenne skåp, innehållande afgjutningar af antika gemmer.

Universitetets *Myntkabinett* har under det nu förflutna Akademiska året erhållit en betydlig tillvext dels genom frikostiga gåfvor dels genom inköp och byte: *Kongl. Vetenskaps-Akademien, Kongl. Svenska Akademien,* Enkefru EL. WULFCRONA, H:r Kammarherren Frih. G. EHRENBORG, Hr Akad. Adjuncten LIDFORSS och Riksdagsmannen PER NILSSON i Espö hafva gifvit mer och mindre betydande skänker.

Men framför alla bör den gåfva nämnas, som enligt framl. Brukspatron Östbergs testamentariska förordnande, genom Kongl. Vitterhets-, Historie- och Antiqvitets-Akademien kommit kabinettet till godo. Den bestod af icke mindre än 340 mynt, af hvilka 47 i guld, 235 i silfver och 78 i koppar jemte 57 svenska kopparpoletter. Af dessa voro *Svenska:* 24 i guld, 29 i silfver och 3 i koppar. Resten bestod af utländska mynt från *Danmark, England, Frankrike, Belgien* och *Holland, Tyska Stater, Schweitz, Spanien, Portugal, Italien, Polen, Ryssland* och *America.* Genom köp har Kabinettet erhållit omkring 400 *Grekiska mynt* på auktionen af afl. Conference-Rådet Thomsens myntsamling. Tillvexten uppgår under året till omkring 850 mynt och medaljer.

Pathologiska Institutionen. Antalet af pathologiska sectioner har under läsåret uppgått till 70, hvaraf 1 i medicolegal form. Härtill komma 12 medicolegala sectioner, tillsamman 82.

Arbetet med Institutionens samlingar har under arbetsåret oafbrutet fortgått, så att 113 nya præparater (under 107 N:r) kunnat uppställas, hvarjemte en mängd præparater för vidare bearbetning tillvaratagits. För denna ganska ansenliga tillvext har Institutionen till stor del att tacka de många och värdefulla gåfvor, hvilka densamma äfven detta år fått emottaga af personer så utom som inom Universitetet. Bland dessa må i främsta rummet nämnas H:rr föreståndare för de chirurgiska klinikerna Prof. Ask och Adj. Löwegren; vidarr Hr D:r Aug. Falk i Malmö, som fortfarande ihågkommit Institutionen med rikliga skänker, H:rr Prof. Naumann, DDrr Gadde, Lindgren, A. Hartelius, Fick, Luc. Andersson, Nylander, L. Sjöström, Adj. Pehrsson på Alnarp samt Anat. vaktm. Cato. Genom t. f. föreståndaren, som förrättat eller ledt samtliga sectionerna, och Amanuensen Cand. H. Flygare hafva dessutom alla vid dessa anträffade sjukligt förändrade delar, som för undervisningen och Institutionens samlingar kunnat vara af vigt, så vidt tillgångarne medgifvit, tagits till vara.

Physiska Institutionens instrumentsamling har under det tilländagångna läsåret icke erhållit någon nämnvärd tillökning. Enligt inlupen underrättelse äro dock dagligen att förvänta åtskilliga apparater, bland hvilka Favre's Calorimeter, Regnaults Hygrometer och Hofmanns Spectroskop må nämnas. Under läsåret hafva sex studerande deltagit uti de practiska öfningarna i Institutionens arbetsrum.

Zoologiska Institutionens samlingar hafva äfven under detta år förkofrats dels genom gåfvor och byten dels genom inköp. Bland dessa sednare torde förtjena nämnas: ett nära fullständigt skelett af en Ur-oxe, funnet vid torfskärning i Hammarlöfs socken, ett skelett af Bison-oxe från Lithauen. en Felis maracaya från Brasilien,

en svart Hare från Småland, en Megapodius tumulus från Australien. Beträffande de talrika och ofta mycket värdefulla gåfvor hvarmed institutionen under året hugnats hänvises till den förteckning, som vid hvarje års början införes i Lunds Weckoblad. Till gifvarena och alla dem, som både nu och under en lång följd af år på hvarjehanda sätt visat denna institution deltagande och frikostig välvilja, frambäres Universitetets varma tacksamhet. — För beredande af ökadt utrymme för den geologiska institutionen och en deraf följande ersättning till den zoologiska, har H. Ex. Cancelleren medgifvit att Conservatorns bostad finge för sagda ändamål änvändas, jemte det Conservatorn på annat sätt erhölle hushyreersättning. — Under de timmar zoologiska museum hålles öppet för allmänheten, har det under året varit besökt af något mer än 3000 personer, hvarjemte Elementarläroverkets alumner af sin lärare mycket ofta erhållit undervisning i museum.

Philologiska Seminarium. Egen ständig local har under året blifvit inredd åt Seminariet. För den klassiska afdelningen af Philologiska Seminarium började öfningarne samtidigt med de offentliga föreläsningarne och fortforo till den 21 Maj. Uti latinet föredrogs h.-t. Cicero, De Finibus, lib. I, h.-t. Catullus, Carmen LXIV, uti grekiskan h.-t. Euripides, Hecuba, v.-t. Herodotus, lib. II. Under höstterminen voro de ordinarie medlemmarne fulltaliga. Dessutom bevistades Seminarii öfningar af 7 ständiga åhörare Vid terminens slut utträdde ur inrättningen 3 medlemmar, af hvilka två erhöllo betyg. Efter föregående prof antogs en åhörare till medlem och en till exspectant. Under vårterminen funnos 3 ordinarie medlemmar, 1 exspectant och 4 ständiga åhörare. De sistnämnde hafva under läsåret mer eller mindre deltagit i förhandlingarne. Vid slutet af terminen blefvo, efter nöjaktigt aflagda prof, 1 medlem och 1 exspectant antagna. — Då uti de föregående programmen de afhandlingar icke äro upptagna, som blifvit ventilerade inom den klassiska afdelningen af seminarium, följer här en förteckning på desamme.

Af S. E. Melander, Sm. De rebus, quæ Romanorum antiquissimæ traduntur. P. I. H. T. 1866. P. II. V. T. 1867. De anacoluthis Herodoteis. H. T. 1867.

Af P. G. Eklund, Sc. De verbis *interest* et *refert* brevis disputatio. H. T. 1866. Argumentationum quarundam Socraticarum expositio. V. T. 1567.

Af V. P. Jung, Gb. De ultimo capite Cyropædiæ Xenophontis. V. T. 1867. De Horati Flacci Carm. XXVIII, libri I. H. T. 1867. Adversaria in Aristotelis περὶ ποιητικῆς librum. V. T. 1868. De clade a Quinctilio Varo anno nono p. Ch. n. accepta commentatio. H. T. 1868.

Af. N. W. A. Jönsson, Sc. De primis quattuor Aeneidos versibus V. T. 1867. De iis Iliadis locis, in quibus brevis syllaba in arsi producta invenitur. H. T. 1867.

De Gerundio et Gerundivo Latinorum V. T. 1868. De grammatica Constantini Lascaris Græca. H. T. 1868.

Af P. J. Oséen, Sm. Cand. Phil. De enuntiationibus temporalibus et causalibus, quæ in Odyssea per *ἐπεί, ὅτι, ἕως, ὄφρα* iisque propinquas particulas inferuntur. V. T. 1867. Nonnulla, quæ de sermone Taciteo, qui in annalibus est, animadvertenda videntur. H. T. 1867.

Af S. J. Cavallin, Sc. De particulis *en* et *ecce* observationes nonnullæ. H. T. 1867. De forma mediali apud Homerum V, T. 1868. De prolepsi adjectivi apud Vergilium. H. T. 1868. De versibus 1485—1581 fabulæ illius, quæ Phoenissæ inscribitur, recte constituendis. V. T. 1869.

Af A. M. Malmström, Sc. De Cebete ejusque Tabula. V. T. 1868. De casibus latinis. H. T. 1868. De genetivo nominum secundæ declinationis apud Homerum. V. T. 1869. Punica Plautina explicavit. H. T. 1869.

Af C. M. Zander, Sm. De poetis epicis Romanorum. V. T. 1868. De Xenophontis Oeconomico. H. T. 1868. De anacoluthis, quæ sunt in Ciceronis de Finibus libris. V. T. 1869. De epanalepsi Homerica. H. T. 1869.

Af F. Laurell, Gb. De enunciationibus explicativis apud Homerum. V. T. 1869. De genetivo apud Horatium. Pars prior, quæ est De origine singulorum casus genetivi usuum apud Latinos. H. T. 1869.

Af J. L. Hellerström, Sm. Forma Lucretiana (lib. I, vs. 70) *inritat* præsens an perfectum sit habenda, quæritur. V. T. 1869. De verbis contractis apud Homerum. H. T. 1869. De vita Claudii Cæsaris. V. T. 1870.

Af H. Horn, Calm. De vita moribusque veterum Romanorum, ut Pompejis eos cognoscere possumus, observationes nonnullæ. I: Funus. H. T. 1869. Tyrtæi *Ὑποθήκη* I latinis versibus reddita annotationibusque instructa. V. T. 1870.

Af P. Johnsson, Sc. De Satura Menippea. V. T. 1870

Philol. Seminariets Afdelning för Nordiska Språk har sammanträdt under föreläsningstiden Måndagar kl. 5—7 e. m.

Öfningarna hafva bevistats af 3 ordinarie medlemmar och 6 åhörare.

De kritiskt-exegetiska öfningarna ha omfattat:

Norna Gests Saga, Hálfs Saga och en del af *Ynglinga Sagan.*

Följande afhandlingar hafva under året ventilerats:

'Om Verbet i Westgötamålet,' af Cand. Å. Belfrage, Westg.

Om de sammansatta præpositionerna i Isländskan, af G. Hammar, Skån.

Om substantivet i den äldsta Svenskan, af N. Hainer, Skån.

Om stroforrdningen i Völuspá, af S. J. Cavallin, Skån.

Om Folkspråket i Frosta härad, I, af P. B. Regnér, Skån.

Om Egil Skallagrimsson och hans dikt Sonartorrek, af A. Falkman, Skån.

Physiographiska sällskapet och Universitetets öfriga vetenskapliga föreningar hafva med samma framgång som förr fortsatt sin gagnande verksamhet.

Såsom ledamöter i Consistorium Minus hafva, utom rector och prorector, tjenstgjort professorerne HAMILTON, SKARSTEDT, BORELIUS och WARHOLM. Decanatsbefattningarna hafva blitvit bestridda, i den Theologiska faculteten af professor WARHOLM, i den Juridiska af professor HAMILTON, i den Medicinska af professor NAUMANN och i den Philosophiska af professor MÖLLER.

Såsom studenter hafva blifvit inskrifne höstterminen 99 och vårterminen 20, summa 119. De vid Universitetet närvarande studerandes antal har utgjort: höstterminen 450, och vårterminen 432.

Nedannämnde examina hafva blifvit aflagda af följande antal studerande: practisk theologisk examen af 8; theoretisk theologisk examen af 7; examen till Rättegångsverken af 10; medicinæ-licentiat-examen af 6; medicinæ-candidatexamen af 1; philosophiæ candidat-examen af 7; theologico-philosophisk examen af 3; medico-philosophisk examen af 1; juridico-philosophisk preliminär-examen af 9; examen stili pro gradu philosophico af 25; examen stili pro examine theologico-philosophico af 4; examen stili pro gradu medico af 5.

Premier för flit och framsteg i studier hafva blifvit tilldelade: inom theologiska faculteten Studeranderne C. G. HERLIN, Calm., P. HÅKANSSON, Sk. och L. ANDERSSON Sk.; inom den Juridiska Studeranderne A. E. CH. E. STENFELT, Sm. och J. A. LUNDAHL, Sk.; inom den Medicinska Medicinæ-Licentiaten A. FEHRLUND, Sk., Medicinæ-Candidaten A. ROMBERG, Sk.; samt inom den Philosophiska Philosophiæ-Candidaterna A. BELFRAGE, Westg., J. E. M. LEANDER, Sm., och AXEL TRÄGÅRDH, Sk.

Utom 1869 års årgång af Universitetets årsskrift hafva följande afhandlingar blifvit vid Universitetet utgifna:

Höstterminen 1869.

"Öfversigt af samhällstillståndet i Frankrike under tiden närmast före Ludvig XIII:s tronbestigning" af A. SAHLÉN, 38 s. 8:o.

"Bidrag till kännedomen af crustaceernas anatomi. II, III. Skelettet och muskulaturen hos Lithodes Maja (L.) Leach och Carcinus Moenas (L.) Leach" af I. A. LYTTKENS, 111 s. 4:o, m. pl.

Vårterminen 1870.

"Om Pharyngo-Rhinoskopien" af A. LILJENROTH, 68 s. 8:o, m. pl.

Särskildt vill jag nämna, att under detta läseår har Consistorium Minus, jemlikt föreskriften i Mom. 10 af K. Br. d. 4 October 1861 och på anmodan af Consistorium Majus, skolat utarbeta förslag till de rättelser och jemkningar i Universitetets Stat, hvilka kunna af omständigheterna påkallas. I och för denna angelägenhet har åt Academi-Räntmästaren Uggla och mig, med H. Exc. Cancellerens goda minne och på Consistorii Minoris uppdrag, beredts ett af oss högt värderadt tillfälle att med Hans Excellens personligen få öfverlägga om Universitetets ekonomiska förhållanden. Vid detta tillfälle fingo vi röna förnyade prof på det varma intresse, den aldrig tröttnande omvårdnad och den stora välvilja, hvarmed Hans Excellens fortfarande omfattar vårt Universitet.

Sedan jag nu gjort en kort anteckning af de bidrag, det förflutna läseåret lemnat till vårt Universitets statistik och historia, återstår för mig att tillägga några ord om de academiska högtidligheter, hvilka i morgon skola ega rum.

I Bref af d. 24 Maj detta år har H. Exc. Universitetets Canceller meddelat härvarande Juridiska Facultet tillåtelse att före Rectorsombytet anställa offentlig promotion, för att dervid till *Juris Utriusque Jubel-Doctor* promovera *Professoren i Laghistoria vid Lunds Universitet, Commendören af Kongl. Nordstjerne-Orden och af Kongl. Danska Dannebrogs-Ordens första Grad, Ledamoten af Kongl. Wetenskaps-, Witterhets- Historie- och Antiqvitets- samt Musikaliska Academierna, Juris Utriusque Doctorn och Philosophiæ Jubel-Doctorn Herr* CARL JOHAN SCHLYTER. Före denna promotion hafva, under Lunds Universitets något mer än tvåhundraåriga tillvaro, endast fyra Juris-Doctorspromotioner vid detta Universitet anställts. Den *första* egde rum vid Universitetets Jubelfest år 1768; den *andra* år 1772 [1]; den *tredje* år 1820 [2] och den *fjerde* vid Universitetets andra Secularfest 1868. Den enda bland dessa, som blifvit anställd på grund af fullgjorda lärdomsprof, är 1820 års promotion, då två Juris Utriusque Licentiater erhöllo Doctorsvärdigheten. Den ene [3] af dessa två var:

Carl Johan Schlyter, som är född den 29 Januari 1795, blef student i Lund

---

[1]) Denna *promotion* torde endast i oegentlig mening böra så benämnas. Den ende promoverade, *Eloqu. & Poes. Rom. Professorn* A. E. Stobæus, erhöll "vederbörligt diplom af Decano Facultatis expedieradt i terminens början genom anslag på Akademiens svarta tafla."

[2]) Vid slutet af det *Academiska* året (d. 22 Juni).

[3]) Den andre var: Hans Samuel Collin, e. o. Adjunct i Jurisprudentia Oeconomica och Cameralis vid Lunds Universitet när han promoverades. Han dog den 30 Mars 1833 efter att hafva år 1820 blifvit ordinarie Adjunct vid Upsala Universitet.

d. 4 Sept. 1807. Undergick Cameralexamen h. t. 1811, examen till rättegångsverken h. t. 1812, Cancelliexamen v. t. och juridico-philologisk examen h. t. 1813. Erhöll philosophiska graden 1814. Blef Juris Docens i Lund d. 16 Aug. 1816. Undergick Juris Candidat-examen d. 20 Juni 1818 och Licentiat-examen d. 12 April 1820. Promoverades till Juris Utriusque Doctor d. 22 Juni 1820. Tjenstgjorde derefter på den practiska embetsbanan tills han utnämndes till Juris Adjunct i Lund d. 23 Sept. 1822. Erhöll sistnämnde år, jemte Juris Adjuncten i Upsala D:r H. S. Collin, nådigt uppdrag att utgifva en samling af Sveriges gamla lagar, hvilket arbete Schlyter, efter Collins 1833 inträffade död, ensam fortsatt och år 1869 fullbordat. Erhöll Professors namn, heder och värdighet, jemte förordnande att förestå en tillämnad profession i laghistoria vid Upsala Universitet d. 10 Jan. 1835. Utnämndes till Professor i Allmänna Lagfarenheten vid Lunds Universitet d. 28 Oct. 1838. Var Universitetets Rector 1839—40. Förordnades att föreläsa och examinera i laghistorien med befrielse från gällande allmänna lagfarenheten d. 8 Sept. 1840, och bibehölls vid förstnämnda läroämne genom Kongl. Br. d. 26 Nov. 1842. Kallades till ledamot af Lagberedningen d. 20 Maj 1844, och till ledamot af den sedermera förordnade nya Lagberedningen d. 31 Jan. 1845. Erhöll, på underd. ansökan, entledigande från sistnämnda uppdrag d. 19 Sept. 1849. Befriades från Consistorii Academici göromål och munera ambulatoria d. 27 Oct. 1848. Företog en resa till Tyskland, Holland, Belgien och Frankrike för arbetet med utgifvande af Sveriges gamla lagar, 1850, och för samma ändamål besöktes åtskilliga Tyska bibliotheker de två nästföljande åren. Erhöll tjenstledighet för två år genom K. Br. d. 23 Nov. 1852 och sedermera tillsvidare genom K. Br. d. 16 Nov. 1854, hvilken tjenstledighet af Schlyter fortfarande begagnas för utarbetande af ett gemensamt lexicon till den 1869 fullbordade samlingen af Sveriges gamla lagar. Kallades till arbetande ledamot af Kongl. Vitterhets- Historie- och Antiqvitets-Academien d. 3 Oct. 1837. Ledamot af Kongl. Samfundet för utgifvande af handskrifter rörande Skandinaviens historia d. 1 Mars 1842, af Kongl. Svenska Vetenskaps-Academien d. 10 Dec. 1856, af Kongl. Musikaliska Academien d. 22 Jan. 1869, och af de Maatschapij der Nederlandsche Letterkunde i Lejden d. 10 Aug. 1854. Erhöll af Svenska Academien det af Konung Carl Johan stiftade pris för förtjenster om litteraturen och språket d. 26 Jan. 1838, och af K. Vetenskaps-Academien "Letterstedtska belöningen för utmärkt arbete" d. 10 Febr. 1864. Promoverades till Jubelmagister af Philosophiska Faculteten i Lund d. 7 Juni 1865. Riddare af Kongl. Nordstjerne-Orden d. 27 Nov. 1848, och Commendör af af samma Orden d. 5 Maj. 1860. Commendör af Kongl. Dannebrogs-Ordens Första

Grad d. 28 Juli 1868. Var Promotor vid den Juris Utriusque Doctorspromotion, som med anledning af Lunds Universitets andra Secularfest egde rum d. 28 Maj 1868.

Af trycket har Professor Schlyter utgifvit (förutom Academiska afhandlingar och smärre skrifter, med afseende på hvilka hänvisas till *Lunds Universitets Historia,* 2:a Del. utg. af M. Weibull och E. Tegnér 1868, s. 124 samt till *Lunds Universitets Andra Secularfest Maj 1868.* Lund 1868. I Afd. s. 38 o. f., och II Afd.): *Samling af Sveriges gamla Lagar*, 12 band i stor 4:o, första och andra banden i förening med H. S. Collin, Stockholm 1827, 1830, och de öfriga banden ensam, nemligen 3:dje bandet Stockholm 1834 och 4—12 banden Lund 1838—69. *Om laghistoriens studium, och dess förhållande till rättsvetenskapens öfriga delar.* Stockholm 1835. *Om Sveriges äldsta indelning i landskap, och landskapslagarnes upkomst.* Upsala 1835. *Juridiska afhandlingar,* 1 häft, Upsala 1836.

Vid en blick på denna biographi och med kännedom om beskaffenheten af Professor Schlyters verksamhet tvekar man, om man bör i främsta rummet lyckönska *Professor* Schlyter, som af Försynens Nåd fått sig förunnad gåfvan icke blott af en lång lefnad utan ock af sällsynta krafter för utförande af ett stort värf, eller *dem* som fått och få skörda frukterna af detta arbete. Särskildt det verk, som Professor Schlyter tagit till sin lefnads förnämsta arbetsmål: *Utgifvandet af samlingen af Sveriges gamla Lagar,* skall för alla tider låta hans namn lefva i ovanskelig ära.

Juridiska Faculteten, inom hvilken två Professor Schlyters fordne lärjungar hafva plats, har icke velat låta tillfället gå sig ur händerna att betyga den frejdade vetenskapsmannen och den åldrige läraren sin vördnad vid denna tidpunkt, då ett halft sekel förflutit efter det Han först förvärfvade sig Facultetens högsta lärdomsvärdighet. Mig har särskildt vederfarits den hedern att af H. Exc. Cancelleren blifva utsedd till promotor vid denna promotion och att såsom sådan få till Professorn och Commendören Schlyter öfverlemna Diplomet på Juris Utriusque Jubel-Doctorsvärdigheten.

Efter denna promotion kommer Medicinska Facultetens Decanus att, med H. Exc. Cancellerens tillstånd och i föreskrifven ordning, till Medicinæ Doctor utnämna *Medicinæ Licentiaten, Andre Bataljonsläkaren vid Kongl. Nerikes Regemente,* ADOLPH LILJENROTH, som om sina lefnadsförhållanden meddelat följande:

Jag ADOLF LILJENROTH är född i Kristianstad d. 27 Febr. 1836. Fadren v. Häradshöfding J. G. Liljenroth lefver; modren Sophia Hallström är död. Undergick Studentexamen i Lund d. 27 Maj och 12 Dec. 1854. Med. Fil. Kandidatexamen i Lund d. 30 Jan. 1858. Med. Kandidatexamen i Lund d. 6 Sept. 1861. Undergick efter slutad tjenstgöring å Kliniken i Stockholm Med. Lic. examen derstädes d. 19 Maj 1866. Blef Stipendiat i Fältläkarecorpsen d. 26 Juni 1862. Var Läkarestipendiat i Flottan från d. 23 Maj 1863, i tre år. Andre läkare vid Barnsjukhuset i Stockholm d. 22 Aug. 1866 till den 28 Jan. 1867. Blef Andre Bataljonsläkare vid Nerikes Regemente d. 22 Jan. 1867, hvilken tjenst ännu innehafves med boningsplats i Örebro. Var biträdande läkare på ångfregatten "Vanadis" å expeditionen till Medelhafvet 1863—64. Uppbördsläkare på samma fartyg å expedition till Nord-Amerika och West-Indien 1864—65. Uppbördsläkare å Monitoren "John Ericsson" under dess första expedition Okt.—

Dec. 1865. Företog på egen bekostnad en vetenskaplig resa i Tyskland år 1869. Har för vinnande af Med. Doktorsgraden utgifvit en afhandling "Om pharyngo-rhinoskopien," hvilken ventilerades d. 7 Maj 1870 i Lund.

Slutligen och näst efter nu nämnda acter kommer Rectors-Embetet att af mig med sedvanlig högtidlighet öfverlemnas åt min vederbörligen utsedde efterträdare, *Professorn i Ny-europeisk Linguistik och Modern Litteratur, Riddaren af Kongl. Nordstjerne-Orden, Norska S:t Olafs-Orden, Hert. Sachsiska Ernestiner-Orden, Ärekors af Furstl. Hohenzoller Hus-Orden, Philosophiæ Doctorn Herr* EMANUEL MATHIAS OLDE. Det föredrag, jag vid detta tillfälle, enligt sedvanligt bruk, kommer att hålla, skall lemna *"bidrag till besvarande af frågan, huruvida statens tjenare, såsom sådana, böra anses icke lämpliga att väljas till riksdagsmän."*

Universitetet kan icke hysa något hopp att vid detta tillfälle se närvarande sin högt vördade *Canceller, En af Rikets Herrar, f. d. Justitiæ-Stats-Ministern, Riksmarskalken, Riddaren och Commendören af Kongl. Maj:ts Orden m. m. m. m. Juris Utriusque Doctorn Herr Grefve* **GUSTAF ADOLF SPARRE.** Vördsamt anhåller jag, att Universitetets *Pro-Canceller, Biskopen i Lunds Stift, Commendören af Kongl. Nordstjerne-Orden, Theologiæ och Philosophiæ Doctorn Herr* **WILHELM FLENSBURG** täcktes icke blott genom sin närvaro hedra dessa Academiska Acter, utan äfven leda dem och, enligt af H. Exc. Cancelleren lemnadt uppdrag, offentligen meddela mig den öfliga *venia promovendi.*

Vördsamt inbjuder jag till dessa Academiska Högtidligheter äfven Universitetets Lärare, Embets- och Tjenstemän, den Studerande ungdomen samt alla öfriga i staden närvarande Vetenskapernas Beskyddare, Gynnare, Idkare och Vänner.

Samlingen sker i Consistorii Academici Sessionsrum kl. 10³/₄ f. m. och processionen afgår derifrån kl. 11 f. m. till Academiska Föreningens Festsal, som kl. 10¹/₄ f. m. öppnas för de Damer, hvilka med sin närvaro vilja skänka förhöjd glans åt dessa högtidligheter. Universitetets stora Auditorium blir öppnadt till samlingsrum för Studentcorpsen.

Lund den 31 Maj 1870.

GUSTAF BROOMÉ.

FÖRELÄSNINGAR

OCH

ÖFNINGAR

VID

CAROLINSKA UNIVERSITETET I LUND

VÅR-TERMINEN

1870.

CANCELLER

Grefve **GUSTAF ADOLF SPARRE,**

J. U. D.

En af Rikets Herrar, f. d. Justitiæ-Stats-Minister, Riks-Marskalk,

R. och K. af K. M. O., Storkors af K. N. St. O. O.,

R. af K. D. Elefanter-Orden.

PRO-CANCELLER

WILHELM FLENSBURG,

Th. och Ph. Doktor, Biskop öfver Lunds Stift,

K. K. N. O.

REKTOR

GUSTAF BROOMÉ,

J. U. och Ph. D., Professor i Stats- och Process-Rätt, R. K. N. O.

Theologiska Fakulteten.

Professorer

HANS MAGNUS MELIN. *Th. och Ph. D., Professor i Exegetisk Theologi, Förste Theologiæ Professor och Domprost, En af de Aderton i Svenska Akademien, K. K. N. O., L. K. V. A., Decanus,* åtnjuter tjenstledighet såsom medarbetare i Bibelkommissionen.

CARL OLBERS, *Th. och Ph. D., Professor i Kyrkohistoria och Symbolik, Prost och Kyrkoherde i Hellestad, Dalby och Bonderup, L. K. N. O.,* framställer offentligen den Lutherska Kyrkans historia från syncretismens början å lärosalen N:o 2 kl. 11 f. m.

CARL WILHELM SKARSTEDT, *Th. och Ph. D., Professor i Praktisk Theologi, Prost och Kyrkoherde i Uppåkra, f. d. Kontraktsprost,* föreläser offentligen å lärosalen N:r 2 kl. 9 f. m. Månd. och Tisd. öfver Perikoperna, företrädesvis de nyare, samt Torsd. och Fred. öfver theorien om Kyrkoordningen och leder homiletiska, katechetiska och liturgiska öfningar.

CLAS WARHOLM, *Th. och Ph. D., Professor i Dogmatik och Moraltheologi, Kyrkoherde i Husie och Skreflinge, Fakultetens n. v. Pro-Decanus,* föreläser offentligen å lärosalen N:o 2 kl. 10 f. m., Dogmatik från och med läran om änglarne.

Adjunkter

THEODOR VALENTIN ARNOLD NORLIN, *Ph. D., Th. K., Adjunkt i Theologi, Kyrkoherde i Kärrstorp och Glostorp,* tjenstledig.

MARTIN GABRIEL ROSENIUS, *Ph. D., Th. K., Adjunkt i Theologi, Kyrkoherde i Wallkärra och Stångby, förestår professionen i Exegetisk Theologi,* föreläser offentligen å lärosalen N:o 3 kl. 3 e. m. Månd. och Tisd. Exegetik, hvarunder till behandling företages först Prof. Hosea med flere bland Prophetæ Minores, sedan fortsättes med utläggning af Ebräer Brefvet. Torsd. och Fred.: Isagogik, hvarunder först fortsättes med N. Testamentets och sedan öfvergång sker till G. Testamentets Isagogik.

Docenter

AXEL GOTTFRID LEONARD BILLING, *Ph. D., Docent i Praktisk Theologi, Th. Lektor,* biträder Professoren i praktisk theologi vid de katechetiska och liturgiska öfningarna, meddelar dessutom enskild undervisning uti predikoskrifning samt uti Liturgik åt dem, som sådant önska.

CARL MAGNUS SCHMIDT, *Ph. D., Docent i Dogmatik,* börjar den 15 nästk. Februari en privat kurs i Kyrkohistoria. Meddelar dessutom enskild undervisning i Dogmatik och Moraltheologi åt dem, som sådant önska.

Juridiska Fakulteten.

Professorer

CARL JOHAN SCHLYTER, *J. U. D., Ph. Jubel-doktor, Professor i Laghistoria, K. K. N. O., K. K. D. D. O. I. Gr., L. K. V. A., L. K. W. H. A. A., L. K. M. A.,* åtnjuter tjenstledighet för utarbetandet af ett lexicon till Sveriges gamla lagar.

GUSTAF KNUT HAMILTON, *Grefve, J. U. D., Professor i Administrativrätt och Nationalœkonomi, R. K. N. O., n. v. Decanus,* föreläser offentligen på Chemiska lärosalen kl. 9 f. m. Administrativrätt.

PHILIBERT HUMBLA, *J. U. D., Professor i Civilrätt, Romersk Rätt och Juridisk Encyklopædi, förestår dessutom tills vidare professionen i Laghistoria,* föreläser offentligen å lärosalen N:r 3 kl. 8 f. m. Månd., Tisd. och Torsd. öfver Jordabalken i nu gällande lag och kommer Fred. att i sammanhang dermed anställa laghistoriska undersökningar eller, när tillfälle ej dertill erbjuder sig, att förklara Uplandslagens Jordabalk.

Adjunkter

ALFRED THEODOR NAPOLEON SJÖBERG, *Ph. D., J. U. K., Adjunkt i Administrativrätt och Nationalœkonomi,* förordnad att förestå professionen i Stats- och Process-Rätt, föreläser å lärosalen N:o 3 kl. 10 f. m. Kriminal-processen.

PEHR ASSARSSON, *Ph. D., J. U. K., Adjunkt i Allmän Lagfarenhet,* föreläser å lärosalen N:o 2 kl. 12 f. m. Månd. och Thorsd. Kriminalrättens Allmänna läror.

Medicinska Fakulteten.

Professorer

NILS HENRIK LOVÉN, *M. och Ph. D., Professor i Theoretisk och Rättsmedicin, R. K. N. O., L. K. V. A.,* åtnjuter tjenstledighet.

NILS JOHAN BERLIN, *M. och Ph. D., General-Direktör, Professor i Medicinsk och Physiologisk Chemi, t. f. Ordförande i K. Sundhets-Kollegium, K. K. N. O., R. K. N. S:t O. O., K. K. D. D. O. I Gr., R. K. R. S:t Wl. O. 4:e klass, L. K. V. A.,* åtnjuter tjenstledighet såsom t. f. Ordförande i Sundhets-Kollegium.

PEHR ERIK GELLERSTEDT, *M. D., Ch. M., Professor i Praktisk Medicin, Föreståndare för den Med. Kliniken, R. K. N. O., L. K. V. A.,* håller kliniska föreläsningar öfver de Invertes Sjukdomarne på Lazarettet eller å Anat. lärosalen kl. 9 f. m. och leder de studerandes öfningar på den Med. kliniska afdelningen.

CARL FREDRIK NAUMANN, *M. och Ph. D., Ch. M., Professor i Anatomi, R. K. N. O., n. v. Decanus,* framställer offentligen å Anatom. lärosalen kl. 12 midd. Speciel Physiologi omvexlande med Menniskans Anatomi, när objecta demonstrationis förefinnas.

CARL JACOB ASK, *M. och Ph. D., Ch. M., Professor i Chirurgi och Obstetrik, Föreståndare för den Chirurgiska och Obstetriska Kliniken, R. K. N. O.,* håller Månd. och Thorsd. offentligen kl. 8 f. m. på Lazarettet Chirurgiska och Obstetriska Kliniska föreläsningar samt framställer Obstetrikens physiologiska del Tisd. och Fred. på samma tid och ställe.

Adjunkter

GUSTAF SVEN TRÄGÅRDH, *M. D., Adjunkt i Theoretisk och Praktisk Medicin, förestår jemte Adjunkten i Chemi Professionen i Med. Chemi,* föreläser å Anatom. lärosalen kl. 8 f. m. Onsd. öfver 7:de Editionen af Svenska pharmacopeen; och Lörd. Pharmakodynamik.

MAXIMILIAN VICTOR ODENIUS, *M. och Ph. D., Adjunkt i Anatomi och Prosektor, förestår professionen i Theoretisk- och Rätts-medicin,* föreläser offentligen 2:ne dagar i veckan å Anatomiska lärosalen kl. 11 f. m. öfver Svulsterna, samt håller 2:ne dagar i veckan vid samma tid Pathologiska demonstrationer eller, då tillfälle erbjuder sig, rättsmedicinska sectioner. Ger dessutom enskildt å patholog. anstalten handledning i pathologisk histologi.

MICHAËL KOLMODIN LÖWEGREN, *M. D., Adjunkt i Chirurgi och Obstetrik,* håller kliniska föreläsningar öfver ögonsjukdomar å Lazarettet Onsd. och Lörd. kl. 11 f. m.

Docent

HJALMAR OSSIAN LINDGREN, *M. D., Docent i Anatomi,* förestår Anatomiska prosektorstjensten och leder de studerandes arbeten på Anatomisalen.

Philosophiska Fakulteten.

Professorer

CARL JOHAN DANIELSSON HILL, *Philos. Jubel-doktor, Professor i Mathematik, R. K. N. O., L. K. V. A., L. U. V. S.,* tjenstledig.

ADAM WILHELM EKELUND, *Ph. D., Professor i Physik, R. K. N. O., L. K. V. A.,* åtnjuter tjenstledighet på grund af sjukdom.

CARL JOHAN TORNBERG, *Ph. D., Th. K., Professor i Österländska språken, R. K. N. O., L. K. W. H. A. A.,* föreläser offentligen å lärosalen N:r 3 kl. 12 midd. Månd. och Tisd. Ordspråksboken och efter afslutandet af detta ämne Jesaiæ Prophetior, samt Torsd. och Fred. Hebreiska Antiquiteter.

JACOB GEORG AGARDH, *Ph. D., Professor i Botanik, R. K. N. O., L. K. V. A.,* tjenstledig såsom ledamot af Riksdagens Andra kammare.

AXEL NYBLÆUS, *Ph. D., Professor i Praktisk Philosophi, R. K. N. O.,* tjenstledig.

FREDRIK AUGUST WAHLGREN, *Ph. och M. D., Ch. M., Professor i Zoologi, R. K. N. O.*, föreläser offentligen å Physiska lärosalen kl. 10 f. m. Månd., Tisd. och Torsd. Ornithologi samt Fred. Histologi.

GUSTAF LJUNGGREN, *Ph. D., Professor i Æsthetik, Literatur- och Konsthistoria, En af de Aderton i Sv. Akademien, R. K. N. O., K. K. D. D. O. II Gr.*, åtnjuter, såsom Riksstatens Stipendiat, tjenstledighet för utrikes vetenskaplig resa.

CARL WILHELM LINDER, *Ph. D., Professor i Grekiska språket och Literaturen, utn. Domprost i Westerås, L. K. N. O.*, tjenstledig.

EMANUEL MATTHIAS OLDE, *Ph. D., Norbergsk Professor i Ny-Europeisk Lingvistik och Modern Literatur, R. K. N. O., R. K. N. St. O. O., R. H. Sachs. Ernestiner Ord., Ärekors af Furst. Hohenzoll. Hus-Ord. 3:e klass*, föreläser kl. 11 å lärosalen N:o 3 valda stycken af den fornprovençaliska literaturen, omvexlande med Dante's Inferno.

CHRISTIAN WILHELM BLOMSTRAND, *Ph. D., Professor i Chemi, R. K. N. O., L. K. V. A.*, föreläser offentligen å Chemiska lärosalen kl. 11 f. m. Oorganisk Chemi.

DIDRIK MAGNUS AXEL MÖLLER, *Ph. D., Professor i Astronomi, R. K. N. O., L. K. V. A., Decanus*, föredrager offentligen å lärosalen N:r 2 kl. 4 e. m. Theoretisk Astronomi.

NIKLAS AUGUST TENGBERG, *Ph. D., Professor i Historia, R. K. N. O.*, framställer offentligen å lärosalen N:o 1 kl. 9 f. m. Förenta Staternas Historia.

ALBERT THEODOR LYSANDER, *Ph. D., Professor i Romersk Vältalighet och Poesi, R. K. N. O.*, föreläser offentligen i lärosalen N:o 1 kl. 4 e. m., Ovidii Fasti samt leder i Philologiska Seminarium, Fred. kl. 6—8 e. m., tolkningen af Catulli carmen LXIIII (nuptiae Pelei et Thetidos).

THEODOR WISÉN, *Ph. D., Professor i Nordiska Språken*, tolkar offentligen å lärosalen N:r 2 kl. 8 f. m. Valda Isländska Sagor Månd. och Tisd. samt sånger ur äldre Eddan Torsd. och Fred.; leder dessutom i Philologiska Seminariet Månd. kl. 5—7 e. m. tolkningen af Hálfssaga.

JOHAN JACOB BORELIUS, *Ph. D., Professor i Theoretisk Philosophi*, föreläser offentligen å lärosalen N:o 1. kl. 11 f. m. Psychologi.

CARL AUGUST WALBERG, *Ph. D., Professor i Grekiska Språket och Literaturen,* skall, när han tillträdt sitt ämbete, tillkännagifva ämnet för sina föreläsningar.

OTTO MARTIN TORELL, *Ph. D., M. K., E. O. Professor i Zoologi och Geologi, R. K. N. O.,* tillsvidare tjenstledig på grund af offentligt uppdrag.

Adjunkter

MATTHIAS NATHANAËL CEDERSCHIÖLD, *Ph. D., Adjunkt i Grekiska Språket,* tolkar offentligen å lärosalen N:r 3 kl. 9 f. m. Onsd. och Lörd. Demosthenes' Olynthiska Tal.

MAGNUS FREDRIK BRAG, *Ph. D., Adjunkt i Österländska Språken,* föreläser offentligen å lärosalen N:r 3 kl. 10 f. m. Onsd. och Lörd. Arabiska.

FREDRIK WILHELM CHRISTIAN ARESCHOUG, *Ph. D., Adjunkt i Botanik och Demonstrator, förestår Professionen i Botanik,* föreläser å Bot. lärosalen kl. 12, växternas Anatomi och Physiologi.

CARL ALBERT HOLMGREN, *Ph. D., Adjunkt i Physik, förestår Professionen i Physik,* föreläser offentligen å Physiska lärosalen kl. 9 f. m. först electricitetsläran derefter Mekaniska Värmetheorien.

EVALD VICTOR EHRENHOLD VON ZEIPEL, *Ph. D., Adjunkt i Mathematik, förestår Professionen i Mathematik,* föreläser offentligen å lärosalen N:o 3 kl. 9 f. m., Månd., Tisd. och Thorsd., Differentialkalkyl, Fred. Algebraisk Analys.

PEHR JOHAN HERMAN LEANDER, *Ph. D., Adjunkt i Theoretisk och Praktisk Philosophi, förestår profesionen i praktisk filosofi,* föreläser kl. 10 f. m. å lärosalen N:o 1 Den praktiska filosofiens propædeutik.

JOHAN LANG, *Ph. D., Adjunkt i Chemi, förestår jemte Adjunkten i Theoretisk och Praktisk Medicin Professionen i Med. Chemi,* föreläser offentligen å Chemiska lärosalen kl. 2 e. m. Tisd. och Fred. Physiologisk Chemi och leder öfningarna på Chemiska laboratoriet. (Tjenstledig under Februari, på grund af offentligt uppdrag.)

NILS CHRISTOFER DUNÉR, *Ph. D., Adjunkt i Astronomi,* är befriad från offentliga föreläsningar.

CHRISTIAN CAVALLIN, *Ph. D., Adjunkt i Latinska språket och Literaturen,* föreläser Onsd. och Lörd. kl. 8 f. m. å lärosalen N:o 3 Plauti Miles Gloriosus.

CARL GUSTAF THOMSSON, *Ph. D., Adjunkt i Entomologi,* föreläser offentligen å Physiska lärosalen kl. 10 f. m. Onsd. och Lörd. Hymenoptera.

CLAS THEODOR ODHNER, *Ph. D., Adjunkt i Historia,* framställer offentligen å lärosalen N:o 2 kl. 12 midd. Onsd. och Lörd. en Öfversigt af Svenska statsförfattningens historia.

WOLTER EDVARD LIDFORSS, *Ph. D., Adjunkt i Ny-Europeisk Lingvistik,* åtnjuter, såsom Riksstatens Stipendiat, tjenstledighet för utrikes vetenskaplig resa.

MARTIN JOHAN JULIUS WEIBULL, *Ph. D., Adjunkt i Allmän Historia,* föreläser offentligen å lärosalen N:o 2 kl. 4 e. m. Onsd. och Lörd. Europas historia efter den westfaliska freden.

Docenter

CLAS WILHELM GABRIEL NYLANDER, *Ph. D., M. K., Docent i Chemi,* meddelar enskild undervisning i Chemi.

HERMAN EMANUEL YLLANDER, *Ph. D., V. D. M., Docent i Hebreiska språket,* lemnar enskild undervisning i Hebreiska.

SVEN HERMAN BENJAMIN SVENSSON, *Ph. D., Docent i Nordiska Språken,* utnämnd Adjunkt vid högre elem. läroverket i Christianstad.

CARL EHRENFRIED VON DER LANCKEN, *Ph. D., J. U. K., Docent i Fäderneslandets Historia,* icke vid Universitetet närvarande, tjenstgör såsom tillförordnad domare.

AUGUST WILHELM QUENNERSTEDT, *Ph. D., Docent i Zoologi,* meddelar enskild undervisning.

ESAIAS HENRIK WILHELM TEGNÉR, *Ph. D., Docent i de Semitiska Språken,* lemnar enskild undervisning i dessa språk.

KNUT FREDRIK SÖDERVALL, *Ph. D., Docent i Nordiska Språken, E. O. Bibliotheks-Amanuens,* lemnar handledning i Fornsvenska och Isländska språkens Grammatik.

SVEN BERGGREN, *Ph. D., Docent i Botanik,* meddelar enskild undervisning i Botanik.

BENGT GÖRANSSON, *Ph. D., Docent i Physik,* meddelar enskild undervisning.

HANS HENRIK HALLBÄCK, *Ph. D., Docent i Æsthetik, E. O. Bibliotheks-Amanuens, förordnad att förestå professionen i Æsthetik,* föreläser offent-

ligen å lärosalen N:o 1 kl. 8 f. m., Danmarks vitterhet sedan Holbergs död.

SVEN ANDREAS BERNHARD LUNDGREN, *Ph. D., Docent i Palæontologi*, meddelar enskild undervisning.

LEONARD PONTUS HOLMSTRÖM, *Ph. D., Docent i Geognosi*, tjenstledig såsom föreståndare för Bara folkhögskola.

EMIL FINNEVE GUSTRIN, *Ph. D., Docent i Praktisk Philosophi*, föreläser enskildt å Aud. N:r 3 kl. 5 e. m. alla dagar Filosofiens historia under nyare tiden samt kl. 12 midd. å Fysiska Aud., Månd., Tisd., Onsd., Thorsd. och Fred., Filosofisk statslära.

ALBERT VICTOR BÄCKLUND, *Ph. D., Docent i Geometri*, meddelar enskild undervisning.

WILHELM THEODOR PATRIK STURZEN-BECKER, *Ph. D., Docent i Engelska Språket*, tjenstgör vid Riksdagens andra kammares cancelli.

ROBERT ERIK LEONARD DARIN, *Ph. D., Docent i Franska Språket och Literaturen, Adjunkt vid h. elementarläroverket i Lund*, meddelar enskild undervisning.

SAMUEL EDVARD MELANDER, *Ph. D., Docent i Grekiska Språket och Literaturen, förordnad att förestå professionen uti Grekiska Språket och Literaturen till den 1 Maj*, föreläser å auditoriet N:o 1 kl. 3 e. m. öfver Hesiodi Theogoni. Leder tolkningen af Herodotus (bok 2) uti Filologiska Seminariet Tisd. kl. 5 e. m. Meddelar enskild handledning i Grekiska Språkets Skrifvande.

MAC BERLIN, *Ph. D., Docent i Geometri*, meddelar enskild undervisning i Mathematik.

GUSTAF RAGNAR SCHLYTER, *Ph. D., Docent i Latinska Språket*, fortfar att enskildt föreläsa öfver Cicero's första bok de oratore och gifva undervisning i Latinsk stil- och krieskrifning Onsd. och Lörd. kl. 3 e. m. å aud. N:r I.; leder Latinska samtalsöfningar Onsd. kl. 11 f. m. å audit. N:r III.

IVAR ADOLF LYTTKENS, *Ph. D., Docent i Zoologi, Adjunkt vid h. elementarläroverket i Lund*, meddelar enskild undervisning.

Sedan Kgl. Maj:t i nåder funnit godt till H. Ex. Cancellerens disposition ställa ett anslag af allmänna medel att användas till honorarium åt någon vetenskapsman från Norge eller Danmark, som vore villig att vid Lunds Universitet hålla offentliga föreläsningar, företrädesvis inom området af sådana förhållanden, som äro egendomliga för hans fädernesland, har H. Ex. Cancelleren lemnat detta uppdrag åt *Juris Professorn vid Kjöbenhavns Universitet* J. NELLEMANN, som under innevarande termin, från och med Mars månad, å lärosalen N:o 1, *Thorsdagar* kl. 5 e. m. och *Fredagar* kl. 12 midd. kommer att offentligen föreläsa öfver: Hovedgrundsætningerne for den danske Rettergangsmaade.

Exercitii-Mästare

WILHELM THEODOR GNOSSPELIUS, *Kapellmästare, R. K. V. O., L. K. M. A.*, leder de Musikaliska öfningarna på Kapellsalen Onsd. och Lörd. kl. 3—5 e. m.

BROR ADOLF GEORG RIDDERBORG, *t. f. Fäktmästare och Gymnastiklärare, Löjtnant vid Kongl. Norra Skånska Infant.-Regm:t*, leder Gymnastik- och Fäktöfningar på Carolinska Elementarläroverkets gymnastiklokal Tisd. och Fred. kl. 6 e. m.

AXEL HJALMAR LINDQVIST, *Ritmästare*, undervisar i Ritkonst i sin bostad kl. 3 e. m. Onsd. och Lörd.

Universitetets Bibliothek hålles öppet alla helgfria dagar kl. 3—4 e. m.

Universitetets Cancelli hålles öppet Månd., Tisd., Thorsd. och Fred. kl. 11—12 f. m.

Universitetets Räntekammare hålles öppen Månd., Tisd., Thorsd. och Fred. kl. 11—12 f. m.

Öfriga Universitetets Institutioner hållas för de studerande tillgängliga, då anhållan derom göres hos Institutionsföreståndarne.

Tabell öfver de offentliga föreläsningarne och öfningarne vid Lunds Universitet, Vårterminen 1870.

Kl.	Lärosal.	Föreläsningar.	Dagar.
f. m.			
8.	I.	**Hallbäck:** Danmarks Vitterhet.	Månd., Tisd., Thorsd., Fred.
	II.	**Wisén:** Isländska sagor.	Månd., Tisd.
	,,	,, Äldre Eddan.	Thorsd., Fred.
	III.	**Humbla:** Jordabalken i gällande lag.	Månd., Tisd., Thorsd.
	,,	,, Jordabalken i Upl.-Lagen.	Fred.
	,,	**Cavallin:** Plauti Miles glor.	Onsd., Lörd.
	Lazarettet.	**Ask:** Chir. Obst. Klinik och Obst. Physiol.	Månd., Tisd., Thorsd., Fred.
	Phys.	**Holmgren:** Electric.; mek. Värmetheori.	,, ,, ,, ,,
	Anat.	**Trägårdh:** Sv. Pharmacopeen, 7 ed.	Onsd.
	,,	,, Pharmakodynamik.	Lörd.
9.	I.	**Tengberg:** Förenta Staternas historia.	Månd., Tisd., Thorsd., Fred.
	II.	**Skarstedt:** Perikoperna.	Månd., Tisd.
	,,	,, Kyrkoordningen.	Thorsd., Fred.
	III.	**Zeipel:** Different. kalkyl.	Månd., Tisd., Thorsd.
	,,	,, Algebr. Analys.	Fred.
	,,	**Cederschiöld:** Demosthenes Olynth. Tal.	Onsd., Lörd.
	Chem.	**Hamilton:** Administ. Rätt.	Månd., Tisd., Thorsd., Fred.
	Laz. el. Anat.	**Gellerstedt:** Inv. Sjukdomarne.	,, ,, ,, ,,
10.	I.	**Leander:** Prakt. Filos. propæd.	Månd., Tisd., Thorsd., Fred.
	II.	**Warholm:** Dogmatik.	,, ,, ,, ,,
	III.	**Sjöberg:** Kriminalprocess.	,, ,, ,, ,,
	,,	**Brag:** Arabiska.	Onsd., Lörd.
	Phys.	**Wahlgren:** Ornithologi.	Månd., Tisd., Thorsd.
	,,	,, Histologi.	Fred.
	,,	**Thomson:** Hymenoptera.	Onsd., Lörd.
11.	I.	**Borelius:** Psychologi.	Månd., Tisd., Thorsd., Fred.
	II.	**Olbers:** Kyrkohistoria.	,, ,, ,, ,,
	III.	**Olde:** Fornprov. Litter.; Dante's Inferno.	,, ,, ,, ,,
	Chem.	**Blomstrand:** Oorg. Chemi.	,, ,, ,, ,,
	Anat.	**Odenius:** Svulsterna; pathol. demonstr.	,, ,, ,, ,,
	Lazarettet.	**Löwegren:** Ögonsjukdomarne.	Onsd., Lörd.
12.	I.	**Nellemann:** Dansk Rettergangsmaade.	Fred.
	II.	**Assarsson:** Kriminalrätt.	Månd., Thorsd.
	,,	**Odhner:** Sv. Statsförf:s Historia.	Onsd., Lörd.
	III.	**Tornberg:** Ordspråksb.; Jes. Prophet.	Månd., Tisd.
	,,	,, Hebreiska Antiquit.	Thorsd., Fred.
	Anatom.	**Naumann:** Physiologi; Anatomi.	Månd., Tisd., Thorsd., Fred.
	Botan.	**Areschoug:** Växt:s Anatomi och Physiol.	,, ,, ,, ,,
e. m.			
2.	Chem.	**Lang:** Physiol. Chemi.	Tisd., Fred.
3.	I.	**Melander:** Hesiodi Theogoni.	Månd., Tisd., Thorsd., Fred.
	III.	**Rosenius:** Exegetik.	Månd., Tisd.
	,,	,, Isagogik.	Thorsd., Fred.
	Hemma.	**Lindqvist:** Ritkonst.	Onsd., Lörd.
	Kapellsalen.	**Gnosspelius:** Musik.	,, ,,
4.	I.	**Lysander:** Ovidii Fasti.	Månd., Tisd., Thorsd., Fred.
	II.	**Möller:** Theoret. Astronomi.	,, ,, ,, ,,
	,,	**Weibull:** Eur. Historia.	Onsd., Lörd.
5.	I.	**Nellemann:** Dansk Rettergangsmaade.	Thorsd.
	Philol. Sem.	**Melander:** Herodot.	Tisd.
	,, ,,	**Wisén:** Hálfssaga.	Månd.
6.	Gymnast.	**Ridderborg:** Gymnastik.	Tisd., Fred.
	Philol. Sem.	**Lysander:** Catullus.	Fred.

ACTA UNIVERSITATIS LUNDENSIS.

LUNDS UNIVERSITETS ÅRS-SKRIFT.

FÖR ÅR 1869.

LUND, 1869—70.
BERLINGSKA BOKTRYCKERIET.
DISTRIBUERAS GENOM C. W. K. GLEERUPS SORTIMENT I LUND.

LUNDS UNIVERSITETS ÅRS-SKRIFT

FÖR ÅR 1869.

II.

AFDELNINGEN FÖR MATHEMATIK OCH NATURVETENSKAP.

(UTGIFVEN MED BITRÄDE AF PHYSIOGRAPHISKA SÄLLSKAPET I LUND).

Innehåll:

I. Sur une forme générale de developpement et sur les Intégrales définies. (Suite) par C. J. Hill (Sid. 1—26).

II. Några satser om plana algebraiska kurvors Normaler, af A. V. Bäcklund (Sid. 1—38).

III. Om Monominal- och Fakultetskoefficienter. Af Viktor von Zeipel (Sid. 1—57).

IV. Planet- och Komet-Observationer anställde år 1869 på Lunds Observatorium, utgifne af Axel Möller (Sid. 1—100).

V. Svafvelsyrliga salter med kopparoxidul och silfveroxid. Af N. Svensson (Sid. 1—24).

VI. Bidrag till Sveriges Infusorie-fauna. III. Af A. Quennerstedt (Sid. 1—36 samt Tab.).

VII. Nova genera parasitantia Copepodorum et Platyelminthium. Scripsit P. Olsson (Sid. 1—6 samt Tab.).

VIII. Petrificata Suecana Formationis Cambricæ. Auctore O. Torell. (Sid. 1—14).

IX. Rudister i Kritformationen i Sverige. Af B. Lundgren (Sid. 1—13 samt Tab.).

X. Uppgift på föredrag, som under läsåret 1869—1870 blifvit hållna vid physiographiska Sällskapets Sammanträden (Sid. 1—3).

XI. Föreläsningar och öfningar vid Carolinska Universitetet i Lund Höst-terminen 1869 (Sid. 1—11).

Sur une forme générale de développement

et sur les Intégrales définies

par

C. J. HILL.

(Suite. Voir l'année 1868.)

D) Changement d'argument arbitraire.

La fontion fx étant développée sous la forme $\Sigma f_n x^r$ en une série convergente dans un intervalle quelconque, il est clair qu' en attribuant à x des valeurs successives c, c', c'' et prises dans le même intervalle, on en trouvera les valeurs successives fc, fc', fc'' et qu'on pourra effectuer des interpolations en faisant $x = c + z$ et prenant $^{0}) \underbrace{c} > \underbrace{z}$, ou même $^{1}) \underbrace{c} < \underbrace{z}$, pourvu que $\underbrace{c}$ et $\underbrace{c+z}$ ou $\underbrace{z}$ et $\underbrace{c+z}$ restent dans le même intervalle. Dans l'un ou l'autre cas on aura $fx = \Sigma f_n . (c+z)^n = = \Sigma_n f_n \Sigma_r n_r c^{n-r} z^r$ ou $= \Sigma f_n \Sigma n_r z^{n-r} c^r$. Mais dans le premier intervalle le développement changera de forme et l'on aura évidemment d'après le théorème de Taylor $f(c+z) = fc + z . f_1 c + z^2 f_2 c + .. + z^r f_r c +$, et par suite $\overline{f}(c+z) = 0$ ou $\underset{0}{\Omega} z^n f(c+z) = 0$, et $\underset{0}{\Omega} z^{-r} f(c+z) = f_r c = \delta^r fc = \dfrac{d^r fc}{1.2.dc^r}$. Dans l'autre au contraire on aura $\underset{1}{\Omega} z^{-r} f(z+c) = \overset{+}{\Sigma} n_r c^{n-r} f_r$ et particulièrement $\underset{1}{\Omega} f(z+c) = \overset{+}{\Sigma} c^n f_n = = fo + \overset{+}{f}c$, car dans ce cas $1) \underbrace{z} > \underbrace{c}$ il n'y a pas d'exposants négatifs sur c. On a encore $\underset{1}{\Omega} z^{-1} f(z+c) = f_1 + 2c f_2 + .. = \delta \overset{+}{f}c$, $\underset{1}{\Omega} z^{-2} f(z+c) = \delta^2 \overset{+}{f}c$ et en général $= \underset{1}{\Omega} z^{-r} f(z+c) = \delta^r \overset{+}{f}z$. Mais on trouve par développement:

$$\underset{1}{{}^{\prime}\Omega} z f(z+c)=f\overline{1}={}^{x}\Omega x fx,$$

$$\underset{1}{\Omega} z^2 f(z+c)=f\overline{2}-cf\overline{1}=\Omega(x^2-cx)fx=\Omega x(x-c)fx$$

$$\underset{1}{\Omega} z^3 f(z+c)=f\overline{3}-2cf\overline{2}+c^2f\overline{1}=\Omega(x^3-2cx^2+c^2x)fx=\Omega x(x-c)^2fx$$

$$\underset{1}{\Omega} z^4 f(z+c)=f\overline{4}-3cf\overline{3}+3c^2f\overline{2}-c^3f_1=\Omega x(x-c)^3 fx.$$

Donc en général $\underset{1}{\Omega} z^n f(z+c)=\Omega x(x-c)^{n-1}fx$ [1]. Ou bien en supposant que l'intervalle $r)$ de x (savoir $r)a_{r-1}<x<a_r$) soit partagé en deux, savoir $r_0)a_{r-1}<c$ et $r_1)\ c<a_r$ et qu'on fasse $x=c+z$ et d'abord $z<c$, on aura $\underset{r_0}{\Omega} z^{-r}f(c+z)=$ $=\delta^r fc$ et $\underset{r_0}{\Omega} z^{+r}f(c+z)=0$ et $\underset{r_0}{\Omega} f(c+z)=fc$: et puis pour $z>c$, on aura $\underset{r_1}{\Omega} z^n f(z+c)=\underset{r}{\Omega} x(x-c)^{n-1}fx$ et $\underset{r_1}{\Omega} z^{-r}f(z+c)=\delta^r \overset{+}{f}c$ et $\underset{r_1}{\Omega} f(z+c)=fo+\overset{+}{f}c.$ Or $x=c+z$ étant pris dans l'intervalle $a_{r-1}\ldots a_r$, on a toujours z dans $(a_{r-1}-c)\leq$ (a_r+c), ou dans des limites un peu plus étroites: (le $\leq$ indiq. mod. inégaux).

En substituant plus généralement pour x une fonction quelconque gz de z, et d'abord une donnée en série ascendante $g_0+g_1.z+g_2z^2+\ldots$, on aura, si gz est dans l'intervalle r, et $g_0\leq g_1z+g_2z^2+$, $fc=fgz=f(g_0)+z\,Dfg_0+z^2\underset{c}{D^2}fg_0+$ $+z^3\underset{c}{D^3}fg_0+\ldots$, et par suite $\underset{r_0}{\Omega} fx=fg_0=\underset{r_0}{\Omega} f(gz)$, et gènéralement $\underset{r_0}{\Omega} z^{-n}fx=$ $=\underset{c}{D^n}fg_0=f_ng_0$, ce qui signifie un terme dans le Théorème d'Arbogaste; Mais $\overline{J}_{r_0}fgz$ sera $=0$. Si, au contraire, gz étant $=g_0+Z$, on a $Z\geq g_0$, on aura bien d'abord, comme nous venons de voir, $fx=f(g_0+Z)=\Sigma f_n\,\Sigma n_r\,Z^{n-r}(g_0)^r=f_0+\overset{+}{f}g_0+$ $+Z.\delta g^0\overset{+}{f}g_0+Z^2\,\delta^2\overset{+}{f}g_0+\ldots Z^r\,\delta^r\overset{+}{f}g_0+\ldots+Z^{-1}.\,\Omega x\,fx+Z^{-2}\,\Omega x(x-g_0)fx+$ $+Z^{-3}\,\Omega x(x-g_0)^2fx+Z^{-n}\Omega x(x-g_0)^{n-1}fx+\ldots$, mais, pour compléter ce développement, il faut encore savoir quel est le terme le plus considérable de Z et développer conformément à cela. Mais pour plus de briéveté il nous faut nous contenter de considérer seulement quelques cas spéciaux. Soit donc d'abord $Z=az^n$, ou même gz $=az^n$, (az^n étant pris dans le même intervalle comme x) ($g_0=0$), et nous aurons $fx=$

$$fx=\ldots+a^{-2}.z^{-2n}f_{\overline{2}}+a^{-1}z^{-n}f_{\overline{1}}+f_0+az^nf_1+a^2z^{2n}f_2+a^3z^{3n}f_3+\ldots$$

Donc encore, (si n est un nombre entier positif ou négatif) $\Omega fx=\Omega f(az^n)=$

---

[1]) Ce qu'on vérifiera aisément, puisque si l'on a déjà pour une certaine valeur entiére de n $\Omega_1 z^{n-1}f(z+c)=\Omega x(x-c)^{n-2}fx$ et en particulier $\Omega_1 x^2\varphi(z+c)=\Omega x(x-c)\varphi x$, il nous vient, en faisant $\varphi x=(x-c)^{n-2}fx$ et $\varphi(z+c)=z^{n-2}f(z+c)$, $\Omega_1 z^2.z^{n-2}f(z+c)=\Omega x(x-c).(x-c)^{n-2}fx$ ou $\Omega_1 z^n f(z+c)=\Omega x(x-c)^{n-1}fx$.

$=f_0$, $\Omega z^{-n} f(az^n) = af_1$; $\Omega z^{-2n} f(az^n) = a^2 f_2$ et généralement $\Omega z^{-rn} f(az^n) =$ $= a^r f_r = a^r . \Omega x^{-r} fx$ et $\Omega z^{rn} f(az^n) = a^{-r} f_{\bar{r}} = a^{-r} . \Omega x^r (fx)$.

En particulier, si $n = 2$ on a $\Omega z^{-2r} f(az^2) = a^r f_r = a^r \Omega x^{-r} fx$ et $\Omega z^{1-2r} f(az^2) =$ $= 0 = \Omega z^{2r-1} f(az^2)$. Et si $n = -1$, $\Omega z^r f(az^{-1}) = a^r \Omega x^{-r} fx$, et $\bar{J} f(z^{-1}) = \overset{+}{J} fx$, $\overset{+}{J} fz^{-1} = \bar{J} fx$. Dans ce cas et en général lorsque n est négatif, l'ordre des intervalles est inverti, ou Ω seulement se change en $\mho$.

$$\text{puisque à } x = 0, {}^{1)}\ a_0, {}^{2)}\ a_1, {}^{3)}\ a_2, \ldots \nu)\,\infty$$

$$\text{répond l'ordre est } z = \frac{\cdot}{x} = \infty, {}_{\nu)}\frac{\cdot}{a_0}, {}_{\nu-1)}\frac{\cdot}{a_1}, {}_{\nu-2)}\frac{\cdot}{a_2}, \ldots {}_{1)}0, \text{ et}$$

si $\nu = n = \infty$, on peut au lieu de $\underset{n-r}{\Omega}$ écrire $\underset{-r}{\Omega}$.

Par ce moyen on peut rendre les limites communes aux facteurs Fx et Gx qui entre dans le théor. 4) et ses corollaires. Car si l'on a $Fx = \ldots x^2 F_2^+ + xF_1 +$ $+ F_0 + x^{-1} F_{\bar{1}} + x^{-2} F_{\bar{2}} + \ldots$ dans l'intervalle $\underset{\smile}{a_{r-1}} < \underset{\smile}{x} < \underset{\smile}{a_r}$, et $Gz = + z^{-1} G_{\bar{1}} +$ $+ G_0 + zG_1 + \ldots$ dans $\underset{\smile}{b_{r-1}} < \underset{\smile}{x} < \underset{\smile}{b_r}$, on peut faire $z = \frac{x}{c}$, et prendre c ainsi que $\underset{\smile}{b_{r-1} . c} < \underset{\smile}{x} < \underset{\smile}{cb_r}$ convient au premier intervalle au moins dans l'une des limites, comme $\underset{\smile}{a_r} = \underset{\smile}{c} . \underset{\smile}{b_r}$; donc on aura $G\frac{x}{c} = + \frac{c^2}{x^2} . G_{\bar{2}} + \frac{c^1}{x} . G_{\bar{1}} + G_0 + c^{-1} . xG_1 + c^{-2} x^2 G_2 + \ldots$,

et $\underset{r}{\Omega} \left(Fx . G\frac{x}{c}\right) = c^2 F_2 G_{\bar{2}} + cF_1 G_{\bar{1}} + F_0 G_0 + c^{-1} F_{\bar{1}} G_1 + c^{-2} F_{\bar{2}} G_2 + . = {}^x\Omega F\frac{x}{n} . G\frac{nx}{c}$,

si $\frac{x}{n}$ est pris dans l'intervalle $\underset{\smile}{a_{r-1}} \ldots \underset{\smile}{a_r}$ et $\frac{nx}{c}$ dans $\underset{\smile}{b_{r-1}} \ldots \underset{\smile}{b_r}$; on x dans $na_{r-1} \leq na_r$ et dans $\frac{cb_{r-1}}{n} \underset{\smile}{<} \frac{cb_r}{n}$.

Obs. En faisant $x = a + z$ ou $= a + zgz$, si fz a la forme $L\varphi z$, il faut faire que φa ne soit $= 0$ et qu'on n' introduise Lz, qui peut changer la nature de Ω. Ou même zgz introduisant z^α et α surd peut faire des travers. En général, la substitution faite, il faut bien distinguer les intervalles.

Nous pouvons néanmoins quelquefois faire une substitution simple telle comme $x = az^n$, n étant fractionaire ou même surd $(= s)$. Si Fx est une fonction paire, il est clair qu'on peut faire $n = {}^1/_2$, mais dans le cas général Fx prendra la forme $fz + z^{1/2} gz$, donc on aura $\Omega\, F(az^{1/2}) = \Omega fz + \Omega\, z^{1/2} gz$, et on déterminera $\Omega\, z^{1/2} gz$ par la manière que nous venons de montrer.

En général Fx étant $= .. + x^{-1}F_{\bar{1}} + F_0 + x^{+1}F_1 + x^2 F_2 + .. + x^r F_r + ..$ et $x = az^n =$

$$= a.\frac{Sn\pi}{\pi}\left\{\begin{matrix}\frac{1}{n} - \frac{z}{n-1} + \frac{z^2}{n-2} - \frac{z^3}{n-3} + .. \\ - \frac{z^{-1}}{n+1} + \frac{z^{-2}}{n+2} - \frac{z^{-3}}{n+3} + \end{matrix}\right\}$$ p.7′, (donc, si m est entier) $\Omega z^m = \frac{Sm\pi}{m\pi}$ et

$\Omega z^{n+m} = \pm\frac{Sn\pi}{(n+m)\pi}$; il nous vient $\Omega F(az^n) = .. F_{\bar{2}}\Omega\frac{z^{-2n}}{a^2} + F_{\bar{1}}.\Omega(a^{-1}z^{-n}) + F_0 + F_1\Omega az^n +$ $+ .. + F_r.\Omega a^r z^{nr} + = .. + \frac{F_{\bar{2}}}{a^2}.\frac{S2n\pi}{2n\pi} + \frac{F_{\bar{1}}}{a}.\frac{Sn\pi}{n\pi} + F_0 + F_1 a.\frac{Sn\pi}{n\pi} + .. + F_r.a^r.\frac{Snr\pi}{nr\pi}...$

Or on s'assure aisément que, lorsq. $\underset{\smile}{z} = < 1$, $zSn\pi + \frac{z^2 S2n\pi}{2} + .. + \frac{z^r Srn\pi}{r}$ est un arc α, dont la tangente est $= \frac{zSn\pi}{1 - zCn\pi}$, ou $\alpha = \text{Ɫ}\frac{zSn\pi}{1 - zCn\pi}$; donc d'après Th. 4) nous aurons $F_1.a.Sn\pi + F_2 a^2\frac{S(2n\pi)}{2} + .. + F_r a^r\frac{Snr\pi}{r} .. = \Omega\left(\overset{+}{F}(az).\text{Ɫ}\frac{Sn\pi}{z - Cn\pi}\right) =$ $= \Omega\left(Faz.\text{Ɫ}\frac{Sn\pi}{z - Cn\pi}\right)$ et $F_{\bar{1}}.a^{-1}.Sn\pi + F_{\bar{2}}.a^{-2}.\frac{S2n\pi}{2} + = \Omega\left(\bar{F}az.\text{Ɫ}\frac{zSn\pi}{1 - zCn\pi}\right)$; donc $\Omega F(az^n) = F_0 + \Omega\frac{Faz}{n\pi}\left(\text{Ɫ}\frac{Sn\pi}{z - Cn\pi} + \text{Ɫ}\frac{2Sn\pi}{1 - zCn\pi}\right)$, si le premier arc se développe en une série déscendante et le dernier en une s. ascendante de $z(< Cn\pi^{-1})$; comme z se doit donc prendre dans des intervalles différents, il n'est pas permis de joindre ces arcs en un seul Ɫ).

En particulier si nous ne faisons que $x = cz, fx$ devient $= \varrho f_n.x^n = f_{\bar{n}}(cz)^{-n} +$ $+ ... + f_{\bar{1}}.c^{-1}z^{-1} + f_0 + f_1.cz + f_2.c^2 z^2 + = fcz$, donc ${}^x\Omega fx = {}^z\Omega f(cz)$, et ${}^x\Omega(x^n fx) =$ $= f_{\bar{n}} = c^{+n}\,{}^z\Omega z^{+n} fcz$, et ${}^x\Omega x^{-n} fx = c^{-n}.{}^z\Omega\frac{f(cz)}{z^n} = f_n$ (ou ${}^z\Omega z^{-n} f(cz) = c^n.f_n =$ $= c^n.{}^x\Omega x^{-n} fx$), donc ${}^z\Omega z^n fcz = c^{-n}\,{}^x\Omega x^n fx$, si x et cz sont prises dans le même intervalle (ou z entre $\frac{a}{c}$ et $\frac{b}{c}$, si x est entre a et b).

Cor. En dérivant par rapport à c, il nous vient donc ${}^z\Omega z^{1-n} f_1 cz = nc^{n-1}.f_n, f_n$ ne contenant c, $c^{-n}.\Omega z^{1-n} f_1(cz) = nc^{-n-1}.\Omega z^{-n} fzc$, d'où en mettant plusieurs fois f_1 au lieu de f on a en général $\Omega\frac{f_\nu(cz)}{z^{n-1}} = \frac{n.(n+1)...(n+\nu-1)}{c^\nu}.\Omega\frac{f(cz)}{z^{n+\nu-1}}$.

Cor. Puisque donc $\Omega\frac{f_r(cz)}{z^{n-1}}a^r = c^{-\nu}(n+\nu-1)_{\nu}^{;}.a^\nu.\Omega\frac{fcz}{z^{n-1}.z^\nu}$ et $n - 1 = r$,

en faisant la somme il vient $\Omega \frac{1}{z^r} \int_\nu a^\nu f_\nu(cz) = \Omega \frac{fcz}{z^r} \int_\nu (r+\nu)_\nu . \left(\frac{a}{cz}\right)^r$ ou $\Omega \frac{1}{z^r} f(cz+a) =$ $= \Omega\left(\frac{fcz}{z^r}.(r, \frac{a}{cz})\right)$, si $(r, æ) = \int_\nu (r+\nu)_\nu æ^\nu = \Omega \frac{(1+æ\bar{\omega}^1)^r}{1-(\omega+æ)}$, ou $c^r . f_r a =$ $= {}^*\Omega\left(\frac{fcz}{z^r}.{}^\omega\Omega \frac{\left(1+\frac{a}{cz\omega}\right)^r}{1-\left(\omega+\frac{ac}{z}\right)}\right)$ et $= \Omega \frac{f(a+\omega)}{\omega^r}$; delà $\int_0^1 \frac{f(c1^u)}{1^{ur}} \int_0^1 \frac{(1+\alpha 1^{-u-v})^r}{1-1^v-\beta 1^{-u}} dv.\, du$

$= \int_0^1 f(c1^u).1^{-ru}(r, \alpha 1^{-u})\,du = \int_0^1 \frac{f(a+c1^u)}{c^r\, 1^{ur}}\,du = \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^r . f_r(\sqrt{(\alpha\beta)})$, si $c = \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}}$ et $a = \sqrt{(\alpha\beta)}$.

Ex. $fx = x^a,\ f_\nu x = a^\nu_1 . x^{a-\nu},\ \Omega \frac{a^\nu_{-1} . z^{a-\nu}}{z^{n-1}} = n^\nu_{-1} . \Omega \frac{z^a}{z^{n+\nu-1}}$ ou $a^\nu_1 = n^\nu_{-1}$, si $a+1 = n+\nu$.

Ex. $fx = T^{xa},\ f_\nu x = T^{xa} a^\nu$; $\Omega \frac{T^{acz} a^\nu}{z^{n-1}} = \frac{n^\nu_{-1}}{c^\nu} \Omega \frac{T^{acz}}{z^{n+\nu-1}}$ ou $\Gamma(n+\nu-1) = n^\nu_{-1} . \Gamma(n-1)$.

Comme ω s'en va en évaluant $\Omega f\omega\ (=g)$, il sera de même de $\Omega f(c\omega)$, si c n'entre en $f\omega$ (ni en g). Donc $\Omega f(c\omega)$ étant aussi $= g$, si c est assez limité, il faut que $\Omega\, \omega f_1 c\omega$ soit $= 0 = \Omega\, \omega f_1 \omega$, ($f\omega$ ne contenant $L\omega$). De cette manière on peut tirer bien des corollaires à des formules trouvées précédemment.

Ex. De transformer $\Omega\, \omega^{-n} \frac{(z+\omega)^a}{(1-z-\omega)^c} (= Z)$. Soit $\omega = (1-z).v$ et $\zeta =$ $= \frac{1}{z} - 1,\ z = \frac{1}{1+\zeta}$, et la formule proposée (Z) deviendra $= \Omega(1-z)^{-n} v^{-n} . \frac{(z+(1-z)v)^a}{(1-z)^c . (1-v)^c} =$ $= \frac{z^a}{(1-z)^{n+c}} . {}^v\Omega\, v^{-n} . \frac{(1+\zeta v)^a}{(1-v)^c}$. Donc ${}^\omega\Omega\, \omega^{-n} \frac{(z+\omega)^a}{(1-z-\omega)^c} \times \frac{(1-z)^{n+c}}{z^a} =$ $= {}^v\Omega\, v^{-n} . \frac{(1+\zeta v)^a}{(1-v)^c}$; ou en évaluant les Ω par développement, si $\bar{c}_m = (_-c)_m . (_-1)^m$, et $(_-c)_m$ et a_m sont des coefficients binomiaux d'ordre m, $(1-z)^{n+c} . \int_r a_r . \bar{c}_{n-r} \times$ $\times z^{a-r} . (1-z)^{r-(c+n)} = \int_r a_r \bar{c}_{n-r} \zeta^r$. Or $\Omega\, \omega^{-n} f(z+\omega)$ étant $= \delta^n_z fz = f_n z =$ $= \delta^n_{\omega=0} [f(z+\omega)]$, et ici $fz = \frac{z^a}{(1-z)^c} = z^a(1+\bar{c}_1 z + \bar{c}_2 z^2 + \bar{c}_3 . z^3 +)$ et par suite $Z = f_n z = a_n . z^{a-n} + \bar{c}_1 . (a+1)_n . z^{a-n+1} + \bar{c}_2 . (a+2)_n . z^{a-n+2} + .. + \bar{c}_r . (a+r)_n . z^{a-n+r} + ..$ ou $= \int_r \bar{c}_r (a+r)_n z^{a-n-r} = z^{a-n} . \int_r \bar{c}_r (a+r)_n z^{-r}$ et aussi $Z = \frac{z^a}{(1-z)^{n+c}} . \Omega v^{-n} . \frac{(1+\zeta v)^a}{(1-v)^c} =$ $= \frac{z^a}{(1-z)^{n+c}} . \int_r a_r \bar{c}_{n-r} . \zeta^r$, donc nous en aurons $\int_r \bar{c}_r (a+r)_n . z^{+r} = \frac{z^n}{(1-z)^{n+c}} . \int_r a_r \bar{c}_{n-r} \zeta^r$,

ou $a_n+\bar{c}_1.(a+1)_n z^{+1}+\bar{c}_2.(a+2)_n.z^{+2}+\ldots=\frac{z^n}{(1-z)^{n+c}}.(\bar{c}_n+a.\bar{c}_{n-1}.\zeta+a_2.\bar{c}_{n-2}\zeta^2+\ldots)$.
Ce qui est une transformation des séries qu'ont trouvée Euler et J. F. Pfaff par bien d'autres voies.

E) Sur le développement à exposant quelconque.

Dans ce qui précède nous avons supposé que le développement se soit fait d'après des puissances à exposants entiers positifs et négatifs. Mais il peut bien se faire que dans bien des cas on trouve des exposants fractionaires, comme lorsque $y, x=0$ étant une équation algébrique quelconque, on la résout moyennant le triangle analytique de Newton et trouve $y=ax^\alpha+bx^\beta+cx^\gamma+\ldots$. Dans ce cas plus général nous pouvons bien répresenter les coefficients ainsi obtenus de même et faire en conséquence de cela $a=\Omega x^{-\alpha}y$, $b=\Omega x^{-\beta}y$ et ainsi de suite; où il faut distinguer Ω de $\mathfrak{Q}$ simple, qui suppose qu'il n'y a que des exposants entiers. Il s'agit à présent de savoir si ce cas plus général peut se résoudre en l'autre. Soit donc d'abord $y=ax^\alpha$ et α fractionaire, et supposons que y soit développé en une série doublement $\infty=\ldots+y_{\bar{1}}.x^{-1}+y_0+y_1.x+y_2.x^2+.+y_r.x^r+\ldots$ ou qu'on ait $y=\int(y_r.x^r)$. Cela étant, nous aurons $x\delta y=y.\alpha$, donc il faudra faire $\alpha\Sigma y_r.x^r=$ $=\Sigma(y_r.rx^r)$, d'où l'on tirera $\Sigma(\alpha-r)y_r=0$, ce qui parait entrainer $(\alpha-r)y_r=0$, donc $y_r=0$ ou $\alpha-r=0$, c'est à dire $\alpha=r$ ou égal à un nombre entier. Ce qui parait répondre en négatif, ou que ce développement ne soit en général possible que dans le cas évident ou α est un nombre entier. Néanmoins on sait, que $\underset{\smile}{x}$ étant $=1$, $Lx=L(1+x)-L\left(1+\frac{1}{x}\right)=x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^\alpha}{u}+\ldots-(x^{-1}-\frac{x^{-2}}{2}+\frac{x^{-3}}{3}-)$,
d'où l'on tire en différentiant $\frac{1}{x}=\ldots+x^{-4}-x^{-3}+x^{-2}+1-x+x^2-x^3+$,
ou $\int(-x)^r=0\ldots.$ ou plustot $=x^{-1}$.

Donc nous pouvons faire $\Sigma(\alpha-r)y_r x^r=c\Sigma(-x)^r$, et par suite $(\alpha-r)y_r=$ $=c.(-1)^r$, d'où $y_r=\frac{c.(-1)^r}{\alpha-r}$, et $ax^\alpha=y=\Sigma\frac{c.(-x)^r}{\alpha-r}=c.\Big)+\frac{x^{-2}}{\alpha+2}+$ $+\frac{-x^{-1}}{\alpha+1}+\frac{1}{\alpha}-\frac{x}{\alpha-1}+\frac{x^2}{\alpha-2}-\frac{x^3}{\alpha-3}+\ldots\Big)$. Où il reste encore à determiner la constante c. Pour cet effet faisons $x=e^{i\varphi}$, et nous aurons $x^n=e^{in\varphi}$ et $x^{-n}=e^{-in\varphi}$, donc x^α étant $=b\left(\ldots+\frac{x^{-2}}{\alpha+2}-\frac{x^{-1}}{\alpha+1}+\frac{1}{\alpha}-\frac{x}{\alpha-1}+\frac{x^2}{\alpha-2}+\ldots\right)$ et $x^{-\alpha}=$

$x^{-\alpha}=b\left(+\ldots\frac{x^2}{\alpha+2}-\frac{x}{\alpha+1}+\frac{1}{\alpha}-\frac{x^{-1}}{\alpha-1}+\frac{x^{-2}}{\alpha-2}-\ldots\right)$, nous aurons $\frac{x^\alpha+x^{-\alpha}}{2}=$

$=C\alpha\varphi=b\cdot\left(\ldots+\frac{C2\varphi}{\alpha+2}-\frac{C\varphi}{\alpha+1}+\frac{1}{\alpha}-\frac{C\varphi}{\alpha-1}+\ldots\right)$ et $\int d\varphi C(\alpha\varphi)=\frac{S\alpha\varphi}{\alpha}=$

$=b\cdot\left(\ldots+\frac{S2\varphi}{2(\alpha+2)}-\frac{S\varphi}{\alpha+1}+\frac{\varphi}{\alpha}-\frac{S\varphi}{\alpha-1}+\ldots\right)+C\ldots$, donc $\int_0^\pi d\varphi\, C(\alpha\varphi)=\frac{S\pi\alpha}{\alpha}=b\cdot\frac{\pi}{\alpha}$,

et delà $b=\frac{S\pi\alpha}{\pi}$ et $x^\alpha=\frac{S\pi\alpha}{\pi}\cdot\left(+\frac{x^{-2}}{\alpha+2}-\frac{x^{-1}}{\alpha+1}+\frac{1}{\alpha}-\frac{x}{\alpha-1}+\frac{x^2}{\alpha-2}-\ldots\frac{(-x)^r}{\alpha-r}+\ldots\right)$.

Donc $\Omega x^\alpha=\frac{S\pi\alpha}{\pi\alpha}$ et par suite $\Omega x^{n+\alpha}=\frac{S(\pi.(n+\alpha))}{\pi.(n+\alpha)}$; mais on en tire aussi $\Omega(x^n.x^\alpha)=$

$=\frac{(-1)^n S(\pi\alpha)}{\pi(\alpha+n)}$, ce qui convient à la valeur précédente, $S\pi(n+\alpha)$ étant $=$

$=C\pi n.S\pi\alpha=(-1)^r S\pi\alpha$. Donc la série obtenue pour x^α se vérifie encore par cette intégrale. Néanmoins elle ne peut guère valoir en général qu'en tant qu'elle est convergente, savoir seulement lorsque le module de x est $=1$. Soit donc $x=\gamma^{i\varphi}=e^{i\varphi}$

et nous aurons $e^{i\alpha\varphi}=\frac{S\pi\alpha}{\pi}\left(\ldots+\frac{e^{-2i\varphi}}{\alpha+2}-\frac{e^{-i\varphi}}{\alpha+1}+\frac{1}{\alpha}-\frac{e^{i\varphi}}{\alpha-1}+.+\frac{(-1)^r.e^{2i\varphi}}{\alpha-r}\ldots\right)$, d'où

nous tirons $C\alpha\varphi=\frac{S\pi\alpha}{\pi}.(\ldots+\frac{C2\varphi}{\alpha+2}-\frac{C\varphi}{\alpha+1}+\frac{1}{\alpha}-\frac{C\varphi}{\alpha-1}+.+\frac{(-1)^r Cr_\varphi}{\alpha-r}+)$ et

$S\alpha\varphi=\frac{S\pi\alpha}{\pi}.(+\frac{S2\varphi}{\alpha+2}-\frac{S\varphi}{\alpha+1}-\frac{S\varphi}{\alpha-1}+\frac{S2\varphi}{\alpha-2}+.+\frac{(-1)^r S_{r\varphi}}{\alpha-r}+)$ et ces séries se

vérifient (outre pour α entier) encore par la décomposition de $\frac{C\alpha\varphi}{S\pi\alpha}$ et $\frac{S\alpha\varphi}{S\pi\alpha}$ en fractions partielles. Car les facteurs de $S\pi\alpha$ sont $\alpha(1^2-\alpha^2)(2^2-\alpha^2)(3^2-\alpha^2..).C$,

donc $\frac{S\varphi\alpha}{S\pi\alpha}=\Sigma\frac{Sn\varphi}{(\alpha-n).\pi Cn\pi}=\Sigma\frac{Sn\varphi.(-1)^n}{\pi(\alpha-n)}$, et $\frac{C\varphi\alpha}{S\pi\alpha}=\Sigma\frac{C\varphi n}{(\alpha-n)\pi C\pi n}=$

$=\frac{1}{\pi}.\Sigma\frac{(-1)^n Cn\varphi}{\alpha-n}$. En particulier on a donc $\frac{\pi}{S\alpha\pi}=\frac{1}{\alpha}+\frac{2\alpha}{1-\alpha^2}-\frac{2\alpha}{2^2-\alpha^2}+\frac{2\alpha}{3^2-\alpha^2}-\ldots$

En faisant α infiniment petit, la série générale donne $x^\alpha=1+\alpha Lx+=$

$$=\frac{S\pi\alpha}{\pi\alpha}+\frac{S\pi\alpha}{\pi}.\left\{\begin{matrix}x(1+\alpha)-\frac{x^2}{2}\left(1+\frac{\alpha}{2}\right)\\ -x^{-1}(1-\alpha)-\frac{x^{-2}}{2}\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)\end{matrix}-(-1)^r.\frac{x^r}{r}\left(1+\frac{\alpha}{r}\right)\ldots\right\}$$. Donc on aura

$Lx=x-x^{-1}-\frac{x^2}{2}+\frac{x^{-2}}{2}+\ldots$, ce qui est la série employée d'abord. En poussant ce developpement plus loin on aura les séries pour $(Lx)^2$, $(Lx)^3$ etc.

Ainsi on trouve $\frac{(Lx)^2}{1.2} = \frac{-\pi^2}{2.3} - \Sigma \frac{(-x)^r}{r^2}$, $\frac{(Lx)^4}{2.3.4} = -\Sigma \frac{(-x)^r}{r^4} + \frac{\pi^2}{2.3} \Sigma \frac{(-x)^r}{r^2} +$ $+ \frac{\pi^4}{1.2..5}$, et ainsi de suite. Dans un ordre inverse on a $\Sigma \frac{(-x)^r}{r^2} = - \frac{\pi^2 + 3(Lx)^2}{1.2.3}$, $\Sigma \frac{(-x)^r}{r^4} = -\frac{14\pi^4 + 60\pi^2 (Lx)^2 + 30 (Lx)^4}{(2.3)^2.4.5}$ et en général $\Sigma \frac{(-x)^r}{r^n}$ sous la forme $a\pi^n + b\pi^{n-2}(Lx)^2 + c\pi^{n-4}(Lx)^4 + .. + k.(Lx)^n$. De là on tirera la somme de cette série toutes les fois qu'elle est convergente; comme lorsque $x = 1$, on a $\Sigma \frac{(-1)^r}{r^2} = \frac{-\pi^2}{1.2.3} = -2.\left(1 - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} - \right)$, donc $1 - \frac{1}{2^2} +$ $+ \frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} + . = \frac{\pi^2}{12}$, et lorsque $x = -1$, $Lx = \pi i$, $\Sigma \frac{1}{r^2} = \frac{2\pi^2}{2.3} = 2 \cdot \left(1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + .\right) =$ $= 2.A1$. Et $\Sigma \frac{(-1)^r}{r^4} = \frac{14\pi^4}{(2.3)^2.3.5}$, et $\Sigma \frac{1}{r^4} = \frac{1}{45}.\pi^4$, etc.

Car développant $\frac{\pi}{S(\pi\alpha)} . x^\alpha$ sous la forme $\int L_\nu \alpha^\nu$, on trouve ces séries et beaucoup d'autres, etc.

Nous en tirons encore une somme assez générale. Car $S\pi v$ étant $= \pi v (1 - v^2) \times$ $\times (1 - 2^{-2} v^2)(1 - 3^{-2} v^{-2}) \ldots = \pi v . \Pi(1 - \nu^{-2} v^2)$ et $\nu^{-2} f\nu = 0$, lorsque $\nu = \infty$, on décompose $\frac{\pi f v}{S\pi v}$ en $= \frac{f_0}{v} + 2v.\left(\frac{f_1}{1 - v^2} - \frac{f_2}{2^2 - v^2} + \frac{f_3}{3^2 - v^2} - + \frac{f_\nu}{\nu^2 - v^2} \cdots\right)$ ce qui se développe en $\frac{f_0}{v} + 2v.(S_1 + S_3 v^2 + S_5 v^4 + S_7 v^6 + \ldots + S_{2\nu+1}.v^{2\nu} + ..)$, si $S_1 = f_1 - 2^{-2} f_2 + 3^{-2} f_3 - 4^{-2} f_4 + ..$, $S_3 = f_1 - 2^{-4} f_2 - 3^{-4} f_3 - 4^{-4} f_4 + \ldots$ et en général $S_{2\nu-1} = f_1 - 2^{-2\nu} f_2 + 3^{-2\nu}.f_3 - 4^{-2\nu}.f_4 + \ldots$

D'où il s'en suit $\pi.\Omega \frac{\omega^{-\mu} f\omega}{S\pi\omega} = 2.S_\mu$, si $\omega < 1$ et $\mu = 2\nu - 1$, mais $= 0$, si $\mu =$ $=$ pair. — En particulier il s'en suit donc $\Sigma_\nu \pm \nu^{-2n} f_\nu$ par Ω ou une intégrale unique. Mais dans le traité de série harmonica nous l'avons par des intégrales réiterées. Mais celles-ci reviennent à une unique par la formule $\Gamma r.(\int dx)^{r+1} fx = \int_x^a (x - z)^r fz +$ $+ r^0 (x - a).)$.

Ex. Qu'on veut par Ex. au contraire développer $(Lx)^n$ sous la forme

$$.. + n_m^- . x^{-m} + .. + n_n^- . x^{-1} + n_0 + n_1 . n + . + n^m . x_m + ..$$

Donc on aura (d'après la méth. de la section suiv.) $n_0 = \Omega(Lx)^n = \int_0^\pi \frac{du}{2\pi}[(Lc^{iu})^n +$

$+ (L\mathcal{T}^{iu})^n] = \int_0^\pi \frac{du}{2\pi} [(iu)^n + (-iu)^n] = \int_0^\pi \frac{u^n du}{2\pi} \cdot (i^n + (-i)_n = \frac{\pi^n}{n+1} \cdot \frac{i^n + (-i)^n}{2} =$

$= \frac{\pi^n}{n+1} \cdot \frac{Cn\pi}{2}$, i^4 étant $= 1$. (Et en effet nous avons déjà trouvé $\Omega Lx = 0, \Omega(Lx)^2 =$

$= -\frac{\pi^2}{3}$, $\Omega(Lx)^4 = \frac{\pi^4}{5}$, etc. ce qui convient à cette formule générale). De même nous trouvons $n_m^- = \Omega x^m (Lx)^n = \int_0^\pi \frac{du}{2\pi} (iu^{-n} \cdot \mathcal{T}^{miu} + (-iu)^n \mathcal{T}^{-miu}) =$

$$= \int_0^\pi \frac{u^n du}{2\pi} \cdot (+\mathcal{T}^{(mu + \frac{1}{2}n\pi)^i} + \mathcal{T}^{-(mu + \frac{1}{2}n\pi)^i})_0 = \int_0^\pi \frac{u^n du}{\pi} \cdot C_{(mu + \frac{1}{2}n\pi)} =$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} S\left(m + \frac{n}{2}\right)\pi \cdot \left(\frac{\pi^{n-1}}{m} - \frac{n_1^2 \pi^{n-3}}{m^3} + \frac{n_1^4 \cdot \pi^{n-5}}{m^5} - \right) \\ + C\left(m + \frac{n}{2}\right)\pi \cdot \left(\frac{n\pi^{n-2}}{m^2} - \frac{n_1^3 \pi^{n-4}}{m^4} + \frac{n_1^5 \cdot \pi^{n-6}}{m^6} - \right) \end{array} \right\}$$

où $n_1^r = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \ldots [n-(r-1)]$ est une factorielle. Ces séries convergent évidemment, si $0 < n < m\pi$. Ainsi il nous vient $1_m^- = \frac{S(m + \frac{1}{2})\pi}{m} + \frac{C(m + \frac{1}{2})\pi}{\pi m^2} =$

$= \frac{Cm\pi}{m} - \frac{Sm\pi}{\pi m^2} = \frac{Cm\pi}{m}$ conformément à la série de Lx. Et nous avons même $(Lx)^n = \int n_{(-\nu)} x^{-\nu}$.

En faisant $x = -e^{i\varphi} = e^{i(\pi+\varphi)}$, on en tire encore $\Sigma \frac{\mathcal{T}^{ir\varphi}}{r^2} = -\frac{\pi^2 + 3 . i^2 (\pi+\varphi)^2}{1.2.3} =$

$= \frac{(\pi+\varphi)^2}{2} - \frac{\pi^2}{6} = \Sigma \frac{Cr\varphi}{r^2} + i\Sigma \frac{Sr\varphi}{r^2}$, donc $\Sigma \frac{Sr\varphi}{r^2} = 0$ et $\Sigma \frac{Cr\varphi}{r^2} = \frac{(\pi+\varphi)^2}{2} - \frac{\pi^2}{6}$.

Et de même $\Sigma \frac{e^{ri\varphi}}{r^3} = -\frac{\pi^2 i(\pi+\varphi) - i(\pi+\varphi)^3}{2.3} = \frac{\pi+\varphi}{2.3} \cdot [(\pi+\varphi)^2 - \pi^2].i$;

donc $\Sigma \frac{Cr\varphi}{r^3} = 0$ et $\Sigma \frac{Sr\varphi}{r^3} = \frac{\pi+\varphi}{2.3} \cdot (\varphi^2 + 2\pi\varphi)$; et ainsi de suite, (les limites de Σ étant $-\infty < r < +\infty$). On trouvera donc ainsi les sommes des séries $\Sigma \frac{C(r\varphi)}{r^n}$ et $\Sigma \frac{S(r\varphi)}{r^n}$ sous la forme des fonctions homogénes de π et φ du *n-ième* degré; — en tant qu'elles sont étendues depuis $r = -\infty$ jusqu' à $r = +\infty$. Or n étant pair, on a évidemment $\sum_{-\infty}^{+\infty} \frac{Sr\varphi}{r^n} = 0$ et $\sum_{-\infty}^{+\infty} \frac{Cr\varphi}{r^n} = 2 \cdot \sum_0^{+\infty} \frac{Cr\varphi}{r^n}$; lorsque m est impair, on trouve $\sum_{-\infty}^{+\infty} \frac{Sr\varphi}{r^m} = 2 \cdot \sum_0^{+\infty} \left(\frac{Sr\varphi}{r^m}\right)$ et $\sum_{-\infty}^{+\infty} \frac{Cr\varphi}{r^m} = 0$, puisque à $+r$, répond

$-r$, et $\frac{Sr\varphi + S(-r\varphi)}{r^n} = 0$, $\frac{Cr\varphi + C(-r\varphi)}{r^n} = \frac{2Cr\varphi}{r^n}$, et $\frac{S(+r\varphi)}{r^m} + \frac{S(-r\varphi)}{(-r)^m} =$ $= 2.\frac{Sr\varphi}{r^m}$ et $\frac{Cr\varphi}{r^m} + \frac{C(-r\varphi)}{(-r)^m} = 0$. Mais on peut désirer de trouver aussi les séries mêmes $\overset{\infty}{\underset{0}{\Sigma}} \frac{Sr\varphi}{r^n}$ et $\overset{\infty}{\underset{0}{\Sigma}} \frac{Cr\varphi}{r^m}$. Pour cet effet, il faut chercher la partie ascendante de $\Sigma\left(\frac{(-x)^r}{r^\nu}\right)$ ou de $(Lx)^\mu$. Or nous savons que ${}^z\Omega\frac{xfz}{z-x} = {}^+fx = \overset{+}{J}fx$, si $\underset{\smile}{z} > \underset{\smile}{x}$; donc nous aurons $\overset{+}{J}(Lx)^\mu = {}^z\Omega\frac{x(Lz)^\mu}{z-x}$, s'il est permis de considérer le Logarithme (Lx) comme développable sous la forme employée ici. Pour en faire une épreuve supposons qu'il faut trouver $\overset{+}{J}Lx = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - . = L(1+x)$ ou ${}^z\Omega\frac{xLz}{z-x} =$ $= L(1+x)$? Or en faisant $z = e^{iu}$ et $Lz = iu$, il nous vient $2\pi.\Omega\frac{xLz}{z-x} =$ $= \int_0^\pi du\left(\frac{x.iu}{e^{iu}-x} - \frac{xiu}{e^{-iu}-x}\right) = \int_0^\pi xdu.\frac{2uSu}{1-2xCu+x^2} = uL(1-2xCu+x^2) - \times$ $\times \int_0^\pi du\, L(1-2xCu+x^2) + B = \pi.L(1+x)^2$, si $\int_0^\pi du\; L(1-2xCu+x^2) = 0$, ce qu'on sait valoir, si $\underset{\smile}{x} <= 1$ [1]. Il parait donc que la dite série de Lx vaut pour $\underset{\smile}{x} <= 1$; et on pourra éspérer des conclusions semblables pour celle de $(Log.x)^\mu$ et pour $\Sigma\frac{(-x)^r}{r^\nu}$. Néanmoins il ne faut se livrer à de telles conclusions qu' avec beaucoup de réserve. Si la série de (Lx) valait pour une valeur quelconque de x, il en sera bien de même pour celle de $d(Lx)$, ou l'on aura toujours $-(..+x^{-3}-x^{-2}+$ $+-1+x-x^2+x^3-x^4+..).C = 0$ et notre développement sera un des plus indéterminés, la série $\int x^\nu f_\nu$ pouvant être remplacée par $\int x^\nu f_\nu - Cx^{-1}$. Donc on aurait $\underset{r}{\Omega} fx = f_0 - C$ (constante arbitraire!). Mais il est clair que du moins pour les fractions rationelles il n'y a pas une telle indétermination, et du reste la dite série $..+x^{-3}-x^{-2}+x^{-1}-1+x-x^2+..$ est évidemment divergente, lorsque le module de x n'est pas $= 1$, l'un des termes extrêmes dévenant infini. Il n'en est pas

[1]) V. Cr. T. III. p. 135 où nous avons obtenu cette intégrale définie $\int_0^\infty \frac{dx}{1+x^2}L(a^2+x^2) =$ $= \pi L(1+a)$, qui contient celle que nous venons d'obtenir ici. La manière qui nous y a conduit montre qu' il faut prendre $1+a>1$.

tout à fait de même pour la série de $Log\,x$, néanmoins sa convergence est douteuse, même lorsque le module de x est $= 1$, car elle est fausse, lorsque $x = -1$, donnant $L(-1) = 0$ (ou $= -1 + 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$ etc.). Néanmoins posant $x = 1^u = 1^u + i1_1^u$, et $x^n = 1^{nu}$, d'où $x^n - x^{-n} = 2i.1_1^{nu} = 2iScnu$, on obtient une série connue et démontrée autrement ($Lz = uL1 = u.2\pi i$), $\pi u = 1_1^u - \frac{1}{2}.1_1^{2u} + \frac{1}{3}.1_1^{3u} - \frac{1}{4}.1_1^{4u} + \ldots$ ou $v = 2.(Sv - \frac{1}{2}.S2v + \frac{1}{3}S3v - \frac{1}{4}S4v + \ldots)$, si $v = 2\pi u$ [1]). Il est donc remarquable que, nonobstant cela, nous avons obtenu, par l'emploi d'une telle série, des résultats exacts. C'est donc un moyen de recherche, dont on ne doit pas se défaire, quoiqu' on ne puisse se dispenser de vérifier autrement les resultats trouvés ainsi par des voies moins rigoureuses et d'en déterminer les limitations nécessaires. Ainsi nous pouvons *admettre* qu' il est dans certains cas permis de remplacer Lx et x^α par les séries trouvées, et dire que presque toute fonction peut se développer sous la forme d'une série doublement infinie à exposants entiers. Il est bien vrai que pour cela c'est une condition indispensable que ces séries soient convergentes et qu' ainsi le module de $x = 1$. Mais il parait permis de faire $x = r.z$ et prendre le module de $z = 1$, donc on aura $Lz = Lr + Lz = Lr + \ldots z^{-2} - z^{-1} + z - \frac{1}{2} +$ (et cette série suit de celles pour $L(1+x) - L(1+x^{-1})$) et $x^\alpha = r^\alpha.z^\alpha = r^\alpha.\frac{S\pi\alpha}{\pi}.\left(\ldots + \frac{z^{-2}}{\alpha+2} - \frac{z^{-1}}{\alpha+1} + \frac{1}{\alpha} - \frac{z}{\alpha-1} +\right.$

---

[1]) Celle-ci donne bien $\pi : 4 = 1 - \bar{2} + \bar{3} - \bar{4} + \ldots$, mais $\pi = 0(-0+0-.)$! Donc $v < \pi$. S'il était juste de poser généralement $Lx = \int l_\nu x^\nu$, on aura $L(x^n) = n\int l_\nu x^\nu$, et $L(xy) = \int l_\nu (xy)^\nu$ et $= \int l_\nu (x^\nu + y^\nu)$, ou sous une forme, qui ne convient aucunement. Et même en employant notre série on trouve $Lx + \frac{a+1}{2}L(x^2) + \frac{b-1}{3}L(x^3) + \frac{c}{4}L(x^4) + \ldots = (1+a+b+c+\ldots)Lx = a(x-x^{-1}) + b(x^2-x^{-2}) + c(x^3-x^{-3}) + \ldots$ ou Lx avec coefficients arbitraires. Argand (Gerg. An. V. 247) a trouvé $Lx = \lambda_1(x-x^{-1}) - \lambda_2(x^2-x^{-2}) + \lambda_3 l$ et pour λ_ν des séries qui ne deviennent jamais $= \nu^{-1}$! — Or en faisant $x = -z + \sqrt{(z^2+1)}$, on trouve $x^n : 1^n = nz + \bar{2}\,n^2z^2 - \bar{2}.\bar{3}.n^2(n^2-1)z^3 + \ldots$ et de là $-Lx = z - \bar{2}.\bar{3}.z^3 + 3.\bar{2}.\bar{4}.\bar{5}.z^5 -$, or $2z$ étant $x - \bar{x}$, il parait qu' on aura delà Lx rationellement en x, mais il n'est pas permit de développer $\int z^\nu c_\nu$, les coefficients en devenant ∞, comme de $+\int \nu^{-1}(x-1)^\nu$ développée. En général il est donc plus sûr de ne développer Lx. Seulement $n(\sqrt[n]{x} - 1)$ en est une expression potentielle, lorsque $n = \infty$; d'où ${}^n\Omega(n.(\sqrt[n]{x}-1)) = Lx$, et $\Gamma r\,\Omega\,\omega^{r-1}(\sqrt[\omega]{x}-1) = (Lx)^r = {}^r(Lx)$. Mais $\Omega\,Lx = -n = -\infty$. Mais tant que z^7 est négligeable, on a Lx par III termes. Or Lx étant $= (x-1) - \frac{1}{2}(x-1)^2 + \frac{1}{3}(x-1)^3 - \frac{1}{4}(x-1)^4 +$ on peut se contenter d'un développement jusqu' á $(x-1)^n$, si cette puissance peut se négliger (comme pour $\int JLx\gimel x\,dx$); autrement $(Lx)^r$ ne se développe pas généralement, quoique cela reussisse quelquefois.

$+\frac{z^2}{\alpha-2}+.+\frac{(-z)^r}{\alpha-r}+\Big)$. Donc r étant le module de x ou $=\underset{\smile}{x}$, on a $\Omega x^\alpha =$ $= r^\alpha\,\Omega z^\alpha = r^\alpha.\frac{S\pi\alpha}{\pi\alpha}$, et de même $\Omega z^{\alpha+n} = \frac{S\pi(\alpha+n)}{\pi(\alpha+n)} = \frac{S\pi\alpha\,.\,C\pi n}{\pi(\alpha+n)}$, ce qui convient à $\frac{S(\pi\alpha)}{\pi}.\frac{(-1)^n}{\alpha+n}$, que la série précédente fournit. Du reste x^α vaut $x^\alpha.1^\alpha$ et $1^\alpha = 1^\alpha{}_0 + n1^\alpha{}_1 = Cc\alpha + iSc\alpha$. (V. Bin. röt. p. 11 Fund. M. p. 374). Donc en tant qu'on aura ainsi remplacé Lx, x^α et des fonctions plus transcendantes par de telles séries, on pourra supposer que toute fonction de $x = fx$ ou $f(rz)$ se développe sous la forme d'une série doublement infinie, et en indiquer les divers termes par $z^n\,\Omega\,z^{-n}f(rz)$, n étant entier, si toutefois une telle série dévient convergente, ce qui dans chaque cas doit être un point particulier de recherche minutieuse. — Dans le cas contraire, il faudra développer fx sous la forme d'une série vraiment double ou ordonnée d'après les puissances entières (pos. et nég.) de x et de y, y étant Lx, x^α, ou une autre transcendante indéveloppable, qui entre dans $Fx = f(x,y)$, qui alors deviendra

$$=\begin{cases} ..+y^{-1}(..x^{-1}f_{-1}^{-1}+f_{-1}^{0}+f_{-1}^{1}.x+).. \\ \quad ...+x^{-1}.f_0^{-1}\;+f_0^0\;+f_0^1.x+.. \\ ..+y\;\;(..x^{-1}f_1^{-1}+f_1^0\;+f_1^1.x+..)+.. \end{cases}$$

et l'on aura de même $\Omega f(x,y) = f_0^0$ ou bien $\Omega\,x^0y^0f(x,y) = f_0^0$, $\Omega xf(x,y) = f_0^{-1}$, $\Omega yf(x,y) = f_{-1}^0$, et en général $\Omega\,x^ny^rf(x,y) = f\{^{-n}_{-r}\}$ et $\Omega\,yf(x,y) = f_r^n$, et ce signe Ω ou $\Omega_{x,y}$ jouira en général des propriétés analogues à celles de ${}^x\Omega$. Mais lorsque y est $= x^\alpha$, il est bien nécessaire de distinguer le cas de α commensurable de celui de α surde. Car si $\alpha = {}^r/_n$, l'exposant de y sera limité, mais si p. ex. α est $=\sqrt{2}$, il croîtra indéfiniment, ce qui fournit des développements bien différents. De même lorsque y est une autre transcendante, p. ex. Lx, il faudra avoir égard à la nature spéciale de celle-ci et distinguer sa valeur principale des autres, comme Lx réel de ses valeurs imaginaires $(L(x)+m\pi i)$. Notre signe pour ce double développement $(\Omega_{x,y})$ exige donc une distinction spéciale et même diverse pour les diverses transcendentes (y). Une autre dénotation sera pour le cas où x et y sont des quantités indépendantes. Alors le terme indépendant s'indiquera par ${}^{y,x}\Omega f(x,y)$ qui se trouverait par des intégrales doubles.

En général a_y^x étant développable quant à x et à y, comme $F(\alpha+x,\beta+y)$, ou $=$

$$= a_y^x = a_0 + a^1x + a''x^2 + ..$$
$$+ a_1y + a_1^1xy + ...,$$ et b_y^x d'une semblable forme,

et $a_y^x.b_y^x = c_y^x$ de même, on aura $a^\nu = \Omega(x^{-\nu}.a_y^x)$, $a_0^x = \Omega_x^{-\nu}(xy^0\,a_y^x)$ et

${}^{x}\Omega(x^{-\nu} a^x_y) = a^\nu + a^\nu_1 y + a^\nu_2 y^2 + ..$ et $\Omega[y^{-\lambda}\, \Omega(x^{-\nu} a^x_y)] = a^\nu_\lambda = \Omega(x^{-\nu} y^{-\lambda}\, a^x_y)$, ce qui se trouve donc par doubles intégrales, comme les coeff. dans $a^x_y \,.\, b^{\frac{x}{y}}$. — Cela conduit à une branche d'analyse bien étendue. Du reste il y a bien d'autres développements, — entre lesquels nous citons celui d'après les derivées d'une fonction quelconque, (arbitraire, ou donnée ou inconnue). (V. Cr. Jour. V. 319, notre Programma 1835. etc.).

Mais, pour le moment, arrêtons-nous à l'effection du développement simple que ${}^{x}\Omega$ indique; ou fx ne tient ni x^s ni Lx ni des signes plus transcendants, qui feront un développement sous notre forme divergent. Si $fx = y$ est donné par une éq. Alg. $xy = 0$, on trouve par le triangle de Newton fx sous la forme $\int c_s . x^s$, et si s est rationel $= r : n$, alors on peut faire $x = \omega^n$, et on aura $x^s = x^{r|n} = \omega^r$, $fx = \int c_s \omega^r = \int f_r \omega^x$ et $f_r = \Omega\, \omega^{-r} f\omega^n$ (et les exposants entiers).

Qu'on ait $Gx = x^\alpha . fx$ et $fx = .. + x f_{\overline{1}} + f_0 + x f_1 +$. Il s'agit de trouver ΩGx, α n'étant pas entier. Qu'on fasse $x = rz$ et $x^\alpha = r^\alpha . \frac{S\pi\alpha}{\pi} . \left(\ldots + \frac{z^{-1}}{\alpha+1} + \frac{1}{\alpha} - \frac{z}{\alpha-1} + .. \right)$, $fx = + r^{-1}.z^{-1} f_{\overline{1}} + f_0 + r.z f_1 + r^2 z^2 f_2 +$; donc il nous viendra ${}^{z}\Omega\, G(rz) = = r^\alpha . \frac{S\pi\alpha}{\pi} \cdot \left(..+ \frac{r f_1}{\alpha+1} + \frac{f_0}{\alpha} - \frac{r^{-1} f_{\overline{1}}}{\alpha - 1} + \frac{r^{-2} f_{\overline{2}}}{\alpha - 2} + . + \frac{r^{-n} f_{\overline{n}}}{\alpha - - n} + .. \right)$, ${}^{x}\Omega x^{-\alpha} Gx$ étant $= f_0$ et ${}^{x}\Omega x^{-\alpha-n} Gx = f_n$.

Mais si une telle série ne converge ou ne se trouve assez appliquable, il faut se tenir à fx (génératrice de f_ν) ou employer (et étudier) un développement à exposants surdes $(\alpha \pm \nu)$. Dans tels cas on cherchera α par $(L\,Gx - Lfx) : Lx$, en faisant $x = \infty$. (v. Fund. M. p. 540).

De méme Gx étant $Lx . fx$ et $x = rz$, il nous vient $G(rz) = \Big(Lr + .. + \tfrac{1}{2} z^{-2} - z^{-1} + + z - \frac{z^2}{2} + \frac{1}{3} z^3 + .. \Big) . (r^{-1} z^{-1} f_{\overline{1}} + f_0 + rz f_1 +)$ et $\Omega\, G(r\omega) = .. \frac{r^{-2}}{-2} f_{\overline{2}} + r^{-1} f_{\overline{1}} + + Lr . f_0 - r f_1 + \frac{r^2 f_2}{2} - + \frac{r^n f_n}{n} + = \Omega(Lr\omega . fr\omega)$. Mais dans des cas spéciaux il peut se trouver que cette série ne soit convergente que pour certaines valeurs de r (p. ex. $r = 1$), et alors $\Omega(L\omega f\omega) = \int L_\nu (f_{\overline{\nu}} - f_\nu)$. Autrement il faut séparer Lx et employer la série fx.

Les séries de cette section se discutent mieux avec les polylogarithmes.

F) Sur l'évaluation de la valeur du signe Ω et des fonctions qu' il indique (et des intégrales définies).

La Place (T. d. Prob. C. 1) les a nommées génératrices ($= G$) et a dit ft est gén. de y_x ($= Gy_x$), si $ft = \int(y_x . t^x)$ ou $= \int(t^x . y_x) = f = y'$, d'où $y_x = \int t^x . f = \bar{G} ft$ ou $= {}^t\Omega\, t^{-x} ft$. Mais il ne s'occupe guère de son évaluation, mais passe aussitot à son usage dans la théorie des différences et des suites. — En l'étudiant il y a 50 ans, je désignais d'abord y_x par $\partial_t^x ft_{(t=0)}$ ou $\partial_0^x f0$, mais trouvais bientôt un signe (Ω) du terme indépendant plus sûr. (Ailleurs il cherche celui-ci dans une question spéciale). Or I indiquant l'état varié ou $Iy_x = y_{x+1}$ (Fund. M. p. 328), et $2^0 I = a + bI + cI^2$ (et de même $n^0 I = \int n_\nu I^\nu$), il trouve $Gy_{x+r} = t^r . Gy_x = GI^r y_x$, $G\triangle^r y_x = (t^{-1} - 1)^r Gy_x$, $2^0 Iy_x = ay_x + by_{x+1} + cy_{x+2}$ (ou $\nabla y_x = n^0 Iy_x$), et sa génératrice $= 2^0 (t^{-1}) Gy_x$, et $G(n^0 I)^r y_x = [n^0 (t^{-1})]^r Gy^x$; et même r peut se prendre négativement, ce qui donne des sommes ($\Sigma^x = \Delta^{-x}$). Mais Ω s'étend bien au de là, comme nous avons vu et allons voir.

Puisque nous supposons qu'il soit possible de développer fx sous la forme d'une série doublement infinie $(\bar{f}x) + f_0 + (\overset{+}{f}x)$, où $(\overset{+}{f}x) = f_1 . x + f_2 . x^2 + .. = \overset{+}{\int} x^r f_r$ et $\bar{f}x = f_{\bar{1}} . x^{-1} + f_{\bar{2}} . x^{-2} + f_{\bar{3}} . x^{-3} + .. = \int x^{-r} f_{\bar{r}} x$;[1]) il s'agit seulement de trouver le terme indépendant f_0, les autres coefficients se trouvant de même. Donc si d'abord $\bar{f}x = 0$ ou seulement $\bar{f}(0) = 0$, il suffit de poser $x = 0$, et $f(x)$ en deviendra $= f(0) = f_0 = \Omega fx$; de même si $\overset{+}{f}x = 0$ ou seulement $\overset{+}{f}(\infty) = 0$ (ou $\overset{+}{f}x = 0$, lorsque $x = \infty$), nous aurons $\Omega fx = f(\pm \infty)$, puisque $\bar{f}(\infty) = 0$; comme fx étant ascendante et $= \varphi(c + z)$, il vient $\Omega f\omega = \varphi c$. Si au contraire $f(0)$ prend la forme $\frac{0}{0}$, on pourra par différentiations répetées ou par développement algébrique éloigner l'indetermination et trouver ainsi Ωfx. Comme lorsque $fx = x^{-r} . \varphi x$, et $\varphi 0 = 0$, il faut développer $\varphi x = \varphi(0 + x) = \varphi 0 + x\varphi_1 0 + x^2 \varphi_2 0 + ..$, et $\varphi_0, \varphi_1 0, ..$ jusque

---

[1]) Il est bien connu, que le J. Dirichlet (dans Dove rep. Phyf. I. p. 154—174) amplemont a démontré, que chaque fonction (même une discontinue) peut se développer dans une série convergente $\Sigma a_\nu S\nu x$ ou semblables. Or $2S_{\nu x} = \gamma^{i\nu x} - \gamma^{-i\nu x} = z^\nu - z^{-\nu}$, si $z = \gamma^{ix}$, ($Lz = ix$), d'où il vient $fLz = \int (\pm a_\nu z^{\pm\nu})$, ou une série de notre forme; mais nous l'avons restreint à un intervalle continu, d'où certainement la convergence est plus sûr, surtout comme nous supposons que la fonction soit de la nature des fractions rationelles ou aussi développable sous la forme $\int a_\nu x^\mu : (b - x^\mu)^\lambda$. En général tant que x est arbitraire, on peut le limiter ainsi, qu'il y a de convergence il suffit de prendre son module entre celui de $f_{\overline{n+1}} : f_{\bar{n}}$ et $f_n : f_{n+1}$. Et si la série n'est infinie qu' à l'un des bouts, la limitation réussi assez généralement.

à $\varphi_{(r-1)}0$ étant $=0$ ou ne venant en compte, on trouvera $\Omega fx = f_0 = \varphi_r 0 = \delta_x^r \varphi$ pour $x=0$. Ainsi $\Omega x^{-r} f(a+x) = \delta^r fa = f_r(a)$ et $\Omega(\omega^{-r}.f\omega) = f_r(0) = f_r$.

Donc $\Omega x^{-r} f(a+x) = \delta_a^r fa =$ la r-me dérivée divisée de fa $(= d_a^r fa : \Gamma r)$ se trouve par différentiation réitérée $[= T_r . d_x^r (x^{-r} fx)]$; Car $\varphi x = x^r fx$, $\delta^r \varphi x =$ $= \Gamma r . (fx + x . f_1 x + ..) = \Gamma r . (fx + xF)$, d'où $f0 . \Gamma r = d^r \varphi x : (dx)^r (x=0)$. Ex. $\Omega x^{-r} (a+x)^n =$ $= n_r . a^{n-r}$. — Si $fx = x^{-r}(a-x)^{-1} = \int a^{-\nu-1} x^{\nu-r}$, on a $\Omega fx = a^{-r-1}$ et $\Omega x^n fx =$ $= f_n = a^{-1+n-r}$. Mais si $a=0, fx$ n'est que $(-x)^{-r-1}$ et $f_n = 0$, outre $f_{\overline{r+1}} = (-1)^r$, et il n'y en a pas alors de dérivées, ni quelqu' une de $T^{1:x}$.

D'abord si f est algébrique, on peut employer les règles ordinaires d'algèbre ou du Triangle de Newton ou les II calculs. Ainsi fv étant p. ex. $1^0 v : 2^0 v$ et $2^0 v = av^2 - bv + c = a(v-\alpha)(v-\beta)$, on trouve 1) $fv = A : (v-\alpha) + B : (v-\beta) =$ $= \bar{f} v = \int (A\alpha^\nu + B\beta^\nu) v^{-\nu-1}$, si $\underset{\smile}{v}$ est $> \underset{\smile}{\alpha}$ et $> \underset{\smile}{\beta}$ et $(A+B)v - A\beta - B\alpha =$ $= 1^0 v = 1_0 + 1_1 v$. Mais si celles-ci sont $\geq v$, on aura 2) $-fv = \overset{+}{f} v = \int (A\alpha^{-\nu-1} +$ $+ B\beta^{-\nu-1}) v^\nu$. Donc $\Omega fv = 0 = \Omega v^{-n} fv$ et $\Omega v^{n+1} fv = A\alpha^n + B\beta^n$, et $\Omega v fv = 1_1$ dans l'un cas 1); mais dans l'autre 2) $\Omega fv = -A\alpha^{-1} - B\beta^{-1} = 1_0 . c . \bar{a}$, $\Omega v^{1-r} fv =$ $= A\alpha^{-r} + B\beta^{-r}$ et $\Omega v^n fv = 0$, si $n > 0$. 3) Si au contraire $\underset{\smile}{v}$ se trouve entre $\underset{\smile}{\alpha}$ et $\underset{\smile}{\beta}$, comme $\underset{\smile}{\alpha} < \underset{\smile}{v} < \underset{\smile}{\beta}$, on a 3) $fv = +A(\alpha^\infty v^{-\infty} ... + \alpha^2 v^{-3} + \alpha v^{-2} + v^{-1}) - B(\beta^{-1} +$ $+ \beta^{-2} v + \beta^{-3} v^2 + .. + \beta^{-1-\infty} v^\infty = A \int \alpha^\nu v^{-\nu-1} - B \int \beta^{-\mu-1} v^\mu$, et alors $\Omega fv =$ $= -B : \beta$ (par la plus grande racine β), $\Omega v^r fv = A\alpha^{r-1}$ et $\Omega v^{-n} fv = -B\beta^{-n-1}$. Mais 4) si $\underset{\smile}{\alpha} = \underset{\smile}{\beta} = r$; et même $\alpha = \beta =$ réel, $a . fv$ ne sera que $= \int (1_0 \alpha^\nu v^{-\nu-2} +$ $+ 1_1 \alpha^\nu v^{-\nu-1}) = \int v^{-\mu} \alpha^{\mu-2} (1_0 + 1_1 \alpha)$ ou $\int (1_0 . \alpha^{-2-\nu} + 1_1 . \alpha^{-1-\nu}) v^{+\nu}$. $(= \bar{\varphi} v$ ou $\overset{+}{\varphi} v.)$ Donc 4) $\Omega v^\mu fv = 1_0 \alpha^{2-\mu} + 1_1 \alpha^{1-\mu} = \alpha^{1-\mu} . (1_0 \alpha + 1_1) = \alpha^{2-\mu} . 1^0 (\tfrac{-1}{\alpha})$, si v surpasse r, et $\Omega v^{-\nu} fv = \alpha^{-2-\nu} . 1^0 \alpha$, si au contraire $v < r$. Donc Ω donne des valeurs bien différentes d'après les intervalles, où v se trouve, (ici selon que $v >$ ou < 1.)

Ex. Soit $2^0 x = 2x^2 - 2x + 1 = 1 - 2x(1-x)$ (ou $= {}^c(2x . {}^c x)$ en indiquant le complément $1 - z$ par ${}^c z$). De $2 . 2_x^0 = 0$ on a $2x = 1 \pm i =$ imaginaire, $2 . \underset{\smile}{z} = \sqrt{2}$, $\underset{\smile}{z} = 0,707...$, donc $2 . 2^0 x = (2x - 1 - i) . (2x - 1 + i) = (2x-1)^2 + 1 =$ $= z^2 + 1$ et 1) $\overline{z-i} - \overline{z+i} = 2 . i : 2 . 2^0 x = 2i(z^{-2} - z^{-4} + z^{-6} - .)$, si $\underset{\smile}{z} > 1$, 2) Mais $= -\overline{i+z} - \overline{i-z} = 2i . (1 - z^2 + z^4 - .)$, si $z \leq 1$. Or z est $= 2x - 1 >$ ou < 1, selon que $x >$ ou < 1; et $z^{2n} = (1-2x)^{2n} = 1 - 2n . 2x + (2n)_2 . (2x)^2 - (2n)_3 . (2x)^3 + ..$ $= \int (-1)^\nu (2n)_\nu . (2x)^\nu$ et comme n est entier pos., $2x$ peut être > 1; dans le cas 2) (ou $x \geq 1$) nous avons donc $(2 . 2_x^0)^{-1} = \int (-1)^n z^{2n} = \int (-1)^n \int (-1)^\nu (2n)_\nu . (2x)^\nu$ et $\Omega(x^{-\nu} : 2 . 2_x^0) = (-2)^\nu . \int_n (-1)^n . (2n)_\nu$. Mais dans 1) est $2x > 2 > 1$ et $z^{-2n} =$

$= (2x)^{-2n} + 2n.(2x)^{-2n-1} + (-2n)_2.(2x)^{-2n-2} + .) = \mathit{f}(-2n)_\nu.(2x)^{-2n-\nu}$ et $(2.2^0_x)^{-1} =$ $= \mathit{f}(-1)^\lambda.z^{-2(1+\lambda)} = \mathit{f}(-1)^\lambda.\mathit{f}(-2)(1+\lambda)_\nu.(2x)^{-\nu-2(1+\lambda)}$; donc $\Omega(x^\varkappa : 2.2^0_x) =$ $= \mathit{f}(-1)^\lambda.[-2(1+\lambda)]_\nu.2^{-\varkappa}$, si $\nu = \varkappa - 2 - 2\lambda = > 0$.

Mais lorsque $1 > 2x - 2x^2$, on a aussi $1:2^0_x = 1 + 2x(1-x) + (2x)^2(1-x)^2 + =$ $= 1 + 2x + 2x^2 + 0x^3 - 4x^4 - 8x^5 - 8x^6 + \ldots\ldots = \mathit{f}(2x)^\nu(1-x)^\nu = \mathit{f}(2x)^\nu \mathit{f}\nu_\lambda(-x)^{\nu-\lambda}$, et $1:2^0(-x)$ n'en diffère que par les signes; d'où on aura $\Omega(x^\varkappa : 2^0_x)$ autrement et l'égalité des II séries. Or $2^0x.2^0(-x) = 1 + 4x^4$, et le module des racines de ces III fonctions est le même $(=\sqrt{0,5})$. (Dans Schl. Zeits. XII: 426, celui de l'une est erroné $= \frac{1}{2}(\sqrt{3} \pm 1)$.)

Soit encore $2^0v = v^2 - 2v - 2 = (v - 1 + \sqrt{3}).(v - 1 - \sqrt{3})$ et $fv = \overline{v-1-\sqrt{3}} - \overline{v-1+\sqrt{3}} =$ $= 2\sqrt{3}:2^0v$, et les modules des racines $(=\varkappa)$ seront $\sqrt{3} \pm 1$ et les limites des intervalles $0 < \sqrt{3} - 1 < \sqrt{3} + 1 < \infty$ et v se prenant dans l'un ou l'autre, on aura $\Omega v^{\pm n} fv$ comme dans l'Ex. 1.

Obs. Si $p \leq 1$, $(1-p)^{-1}$ est $= \mathit{f}p^\nu =$ convergent et $(1+p)^{-1}$ aussi; mais $1 + p = 0 = 1 - p$ peuvent avoir des racines à modules différents (v. Ex. 2. 3) et fournir des intervalles différents.

Obs. $\Omega(n^0x:(2^0x)^r$ se traite de même, r étant quelconque, mais il faut laisser ces details.

Dans d'autres cas, d'autres développements réussiront, mais dans bien des cas il faudra avoir recours aux intégrations définies. Considérons donc

$$\pm 1 \int \frac{du}{u} feu = L\frac{1}{-1}.f_0 + \mathit{f}\left(e^\nu.\frac{1^\nu - 1^{-\nu}}{\nu}.f_\nu\right) \text{ (entre les limites } -1 \text{ et } +1).$$

Mais pour en trouver f_0 indépendant de f_r, il faudra supposer ν pair. Or fx étant $= \mathit{f} f_\mu x^\mu$, on a $fx + f(-x)$ pair, d'où il s'ensuit $\int(f(eu) + f(-eu))\,\delta Lu =$ $= 2f_0.L\frac{1}{-1} = 2.L(-1).\Omega fx = L1.\Omega fx$. Mais $L(-1)$ est $= \pi i$; donc il ne faut prendre que les parties imaginaires des intégrales trouvées. Il s'en trouve $\pm 1 \int \frac{du}{u}[feu + f(-eu)] = 2L(-1).f_0 = 2\pi i.f_0 = 2\pi i.\Omega fx$. En mettant xfx au lieu de fx dans la dernière formule on retrouve la même formule que donne $\Omega x[fx - f(-x)]$. Donc les deux formules conviennent au même resultat.

Or comme $\int_{+1}^{-1} = \int_0^{-1} + \int_1^{+0}$ et $n.\int_x^{\pm 1} x^{-n-1} = -x^{-n} + C = -(\pm 1)^{-n} + \infty$, et par suite les intégrations précédentes passent par l'infini, le résultat pourrait paraître très-

douteux, la continuité étant interrompue et la convergence tout perdue, puisque, à dire vrai, l'intégration et la différentiation ne se font sûrement que dans un même intervalle continu. Néanmoins il y a une intégration de -1 à $+1$ qui ne passe par l'infini, mais par une voie imaginaire. Car en faisant $x = c1^u$, $\int fxdLx$ est $= \int f(c1^u).duL1$. Pour l'employer il faut savoir, que 1^u est en général imaginaire, outre lorsque $2u$ est un nombre entier, $1^{1/2}$ étant $= -1$; en désignant ses parties réelles et imaginaires par $1^u_0 + i.1^u_1$, (comme nous en avons usé dans la théorie des racines binomes, où et dans les Fund. M. C. IV l'affaire est plus expliquée,) on trouve que 1^u se développe en $1 + u.\Theta i + u^2$. V. ib. p. 6, d'où sensuit $d1^u = 1^u.\Theta i$, $d1^u_1 = \Theta.1^u_0$ et $d1^u_0 = -\Theta 1^u_1$, Θ étant $= 2\pi = 4q$. Donc en considérant $\int duf(c1^u) =$ $= \int du\Gamma(f_r.c^r 1^{ur}) = \Gamma.\dfrac{(f_r c^r.1^{ur})}{r.\Theta i} + Cst.$, (puisque $\int_0^1 1^{ur} = \dfrac{1^r - 1}{r.\Theta i} = 0$, lorsque r est entier > 0, mais $= 1$, lorsque $r = 0$, et aussi $\int_0^1 1^{-ur} = 0$), il s'ensuit $\int_0^1 duf(c1^u) = f_0$.

Donc il nous vient $\Omega f\omega = \int_0^1 duf(c.1^u)$ et aussi $= \int_0^1 duf(c.1^{-u})$, et en joignant ces valeurs, $\Omega f\omega = \frac{1}{2}.\int_0^1 du\,(f(c1^u) + f(c1^{-u}))$, où les valeurs imaginaires sont éloignées, puisque $1^{-u} = 1^u_0 - i.1^u$ et $f(x_0 + ix_1) + f(x_0 - ix_1)$ est une quantité réelle $= 2(fx)_{\dot 0}$. Or $(U)_{\dot 0}$ ou $\cdot\Omega U$ désignant la partie réelle de U, nous pouvons plus brièvement indiquer la dernière valeur ainsi: ${}^{\omega}\Omega f\omega = {}^1\!\int_0 duf(c1^u)_{\dot 0}$ (ou $= {}^1\!\int_0(\cdot\Omega f(1^u)du)$. Et par cette formule nous pouvons étendre Ω au cas, où le terme indépendent n'est évident autrement. Cela peut brièvement se répresenter ainsi: $\Omega fv = \mho f1^u$, si nous écrivons $\mho$ au lieu de ${}^1\!\int_0 du_{\dot 0}$ et faisons $du = 1$.

Vérification: fx étant $= \Sigma f_\nu x^\nu$, $\mho f 1^u$ devient $= \Sigma f_\nu \int 1^{\nu u}du = \Sigma f_\nu 1^{\nu u}:\nu L1 + C =$ $= \Sigma f_\nu (1^\nu - 1):\nu L1 = f_0$, puisque $1^\nu = 1$, lorsque $\nu > 0$ et entier, mais lorsque $\nu = 0$, $(1^\nu - 1):\nu = 1^\nu L1 = L1$, donc $f_0 = \int_1^0 f(1^u)du$. Ou bien faisant $x = c.I^u$, et prenant c d'après les conditions de l'intervalle en question, la convergence ne sera troublée par cette substitution, ni par l'intégration qui divise chaque terme par son nombre (ν). Mais prenons d'abord c ainsi et mettons $c.x$ pour x_1, et nous aurons le droit de faire $x = 1^u$ (et $x = 1.$). — Ou bien $f(\mathcal{T}^{iv})_{\dot 0}$ étant $=$ $= \Sigma f_\nu\, C\nu v$, et $2CnvC\nu v = C(n+\nu)v + C(n-\nu)v$, on a $\int_\pi^0 CnvC\nu v = 0$, outre lorsque $n = \nu$; on trouve donc $\pi.\varphi_n = 2\int Cnv(\varphi\mathcal{T}^{iv})_{\dot 0}\,\varphi dv$ prise entre o et π. On peut ainsi employer les anciennes fonctions Trigonométriques, mais avec quelques detours et longueurs. Car en faisant $x = re^{iu} = r.(Cu + iSu)$, φx ou $\Sigma x^n \varphi_n$

devient $=\Sigma r^n e^{nui}\varphi_n$ et $\int du\varphi x = \int du\varphi(e^{iu}.r) = \frac{\Sigma r^n e^{nui}}{ni}\varphi_n$ et de même $\int du\, \varphi(e^{-iu} r) =$
$= -\frac{\Sigma r^n e^{-nui}}{ni}\cdot\varphi_n$, d'où $\int du[\varphi(re^{iu})+\varphi(e^{-iu}.r)] = \Sigma\left(\frac{e^{nui}-e^{-nui}}{ni}\right).\varphi_n.r^n + C = \Sigma\frac{2Snu}{n}.r^n\varphi_n + C,$
ce qui se réduit à $2\pi.\varphi_0$, si les limites sont 0 et π. Donc on trouve φ_0 ou
$\Omega\varphi x = 2\pi.\int_0^\pi du(\varphi(r.e^{iu})+\varphi(r.e^{-iu}))$. Et par suite $\varphi_n = \Omega x^{-n}\varphi x = 2\pi.\int_0^\omega du(r^{-n}\mathcal{T}^{-niu}\varphi(r\mathcal{T}^{iu})+$
$+ r^n\mathcal{T}^{niu}\varphi(\bar{r}\mathcal{T}^{-iu}))$ (ou $= \int(1^{-nu}\varphi 1^u)$). Or $F(iu)$ se met en général sous la forme d'une binome imaginaire $F_0 + iF_1$, dont la partie réelle F_0 est indépendante de i et peut en conséquence s'indiquer par $\cdot\Omega(Fiu)$ ou $\cdot\Omega Fiu$ ou $(Fiu)_0$. On a de même $F_1 = \cdot\Omega\bar{i}.Fiu = -\cdot\Omega iF(iu)$ (autrement $= (Fiu)_1$). Donc Fiu devient $= \cdot\Omega Fiu - i.\cdot\Omega\imath Fiu$, et $\varphi(re^{\pm iu}) = \cdot\Omega\varphi re^{iu} \mp i\cdot\Omega i\varphi(re^{iu})$, ce qui fait que l'expression précédente s'exprime plus simplement ainsi: $\Omega\varphi x = \pi^{-1}.\int_0^\pi du.\Omega\varphi(r\mathcal{T}^{-iu})$.
Ou bien en faisant $u = \pi z$, $e^{iu} = e^{\pi iz} = (-1)^z = i^{2z}$ (puisque $e^{\pi i}$ est $= -1$), on a
${}^x\Omega\varphi x = \int_0^1 dz\cdot\Omega\varphi(r.(-1)^z)$, ou r est une constante arbitraire, qu'il faut néanmoins prendre dans l'intervalle de Ω. Donc $\Omega\varphi x$ est le terme indépendant de i ou la partie réelle de ${}^1\int_0 dz.\varphi(-1)^z r)$ ou $= \bar{2}.{}^1\int_0\cdot\Omega\varphi(ri^\vartheta)d\vartheta$, (si $\vartheta = 2z$). Or -1 étant $= i^2$, on a $(-1)^z = i^{2z} = (i^{2z})_0 + i.(i^{2z})_1 = Cos(2z) + i.Sin.2z$, si nous employons la division décimale du quadrant, ce qui nous parait le plus naturel. Donc $\cdot\Omega(i^u)$ est $= i_0^u = Cos.u$ et $\cdot\Omega i^{u-1} = (i^u)_1 = Sin.u$ (ou $= Cos.(u-1) =$ $= Sin.u.Sin.1 = Sin.uSin.q$). Dans cette signification i^u étant $= i_0^u + i.i_1^u =$ $= Cos.u + iSin.u$, on a par dérivation $d(i^u) = i^u.Li = i^u.qi$, si $2q = \pi$, ou $di_0^u +$ $+ i\,di_1^u = qi(i_0^u + i.i_1^u)$, donc $di_0^u = -q.i_1^u$ et $di_1^u = q.i_0^u$ c'est à dire $dCos.u =$ $= -q.Sinu$ et $dSinu = q.Cosu$ ou il faut faire $du = q$ ou $=$ quadrant et pas $= 1$.

Car d'après notre Théorie (Fund. Math. cap. IV) on a $i^x = i_0^x + i.i_1^x$, et i_0^x est $= Cos x$, $i_1^x = Sin x (= Sx)$ selon la division française de l'arc; et 1^u est $= i^{4u}$ $= \mathcal{T}^{2\pi u} = C4u + iS4u$. Dans celle-ci l'intervalle devient $0\ldots4$ ou bien de 0 et 1, et $\int_4^0$ se partage en $\int_1^0 + \int_2^1 + \int_3^2 + \int_4^3$, ce qui sera d'usage dans l'évaluation de cette intégrale ou de Ω, ce qui revient au même.
Effectivement, d'après ce que nous avons montré ailleurs, (Math. fund. C. V.), ces fonctions trigonométriques ne signifient que les parties réelles et imag. des racines de l'éq. binome. — Moyennant ces formules (en prenant b ou r dans l'intervalle de $\underline{x}$) on peut toujours trouver $\Omega\varphi x$, même dans le cas des fonctions surdes: ainsi en

faisant $\varphi x = Lx$, nous trouvons $2\pi\, \Omega\, Lx = \int_0^\pi du\,(iu - iu) = 0$, et $\Omega\, x^n Lx =$ $= \frac{Cn\pi}{n} (+ \frac{Sn\pi}{n\pi} = 0)$, et ainsi de suite. Nous trouvons de même $\Omega\omega^\alpha$ (V. p. 12') $\Omega\,(L\omega)^n$ (p. 9'). Rémarque. Pour évaluer $\Omega\,\omega^n L\omega$ il faut bien pour $L\omega$ mettre $L\,\frac{1+\omega^1}{1+\omega^{-1}} = L(1+\omega) - L(1+\omega^{-1})$ et développer; mais lorsque l'analyse conduit à $\Omega\,\omega^n L(-\omega)$, il parait qu'il faut faire $L(-\omega) = L\,\frac{1-\omega}{1-\omega^{-1}}$, comme on voit dans l'exemple suivant.

Ex. Qu'il s'agisse de trouver la somme de la série $s = \frac{1}{2}(x+3)_1 + \frac{1}{3}.(x+5)_2.p + + \frac{1}{4}.(x+7)_3.p^2 + \ldots$, surtout lorsque $p = \frac{1}{4}$.

Puisque $\frac{d}{p}(p^2 s) = (x+3)p + (x+5)_2.p^2 + (x+7)_3.p^3 + (x+9)_4.p^4 + ..$ et $m_r = \Omega\,\omega^{-r}.(1+\omega)^m$, il nous vient $\frac{d}{p}(p^2 s) = \Omega\Big(\frac{(1+\omega)^{x+3}}{\omega}\,p + \frac{(1+\omega)^{x+5}}{\omega^2}\,p^2 + + \frac{(1+\omega)^{x+7}}{\omega^3}.p^3 + \ldots\Big) = \Omega\,\frac{(1+\omega)^{x+3}}{\omega - (1+\omega)^2 p} = \Omega\,(1+\omega)^{x+1}.\Big(\frac{\omega}{\omega - p(1+\omega)^2} - 1\Big)$ et en intégrant (depuis $p = 0$), $p^2 s = \Omega(-\omega(1+\omega)^{x-1} L\Big(1 - p\,\frac{(1+\omega)^2}{\omega}\Big) - p(1+\omega)^{x+1})$, ce qui peut en général s'évaluér moyennant des intégrales définies. Mais lorsque $4p = 1$, $\omega \leq 1$, il nous vient $sp^2 = -\Omega(1+\omega)^{x-1}(\omega L(1-\omega)^2 - \omega L(-4\omega)) + -\frac{1}{4}.\Omega(1+\omega)^{x+1}) = s4^{-2} = +\Omega\omega(1+\omega)^{x-1}L(-\omega) - \frac{1}{4} = \Omega\omega(1+\omega)^{x-1}[L(1-\omega) - L(1-\omega^{-1})] - \frac{1}{4}$,

ou $\frac{s+4}{4^2} = \Omega\,\omega(1+\omega)^{x-1}\left\{\begin{matrix}\omega^{-1} + \frac{1}{2}\omega^{-2} + \frac{1}{3}\omega^{-3} + .. \\ -\omega - \frac{1}{2}\omega^2 - \frac{1}{3}\omega^3 - \end{matrix}\right\} = 1 + \frac{x-1}{2} + {}_3.(x-1)_2 + \frac{1}{4}.(x-1)_3 + = (x + x_2 + x_3 + x_4 + ..) : x = [(1+1)^x - 1] : x$, d'où $s = (\frac{}{x}.(2^x - 1).4 - 1).4$; $\frac{1}{4}.s = 4.\frac{2^x - 1}{x} - 1$, ce qui est la vraie somme, que je connais par une autre voie.

Puisque $Lv = L(1+v) + (-L(1+v^{-1}) = {}^+Lv + {}^-Lv$, on a $\Omega({}^+L.{}^+f) = 0 = \Omega(\bar{L}.\bar{f})$, mais ${}^v\Omega[\bar{L}v.{}^+f(-xv)] = \int{}^+fx\,d\,Lx$ et $\Omega^+Lv.\bar{f}(-xv) = \int\bar{f}(xd\,Lx)$, et $\Omega Lv = 0$, donc $\int fx\,d\,Lx = \Omega(Lxv.f[-xv])$. Ex. $\Omega\,L(xv).(-xv)^n = x^n\,\Omega(-v)^n(Lx + Lv) = x^n : n$. Mais l'usage de Lv a ses epines. Il faut aller autour de $L0\ldots$ [1])

---

[1]) De même x^n étant $= (1+x)^n.(1+x^{-1})^{-n} = \int n_\nu.x^\nu.\int\bar{x}^\lambda.\bar{n}_\lambda = \int n_\nu\,\bar{n}_\lambda\,x^{\nu-\lambda} = \int m_\mu x^\mu$, $\nu = \lambda + \mu$, et $\bar{n} = (-n)$, il en vient $m_\mu = \int[n_{(\lambda+\mu)}.(-n)_\lambda] = 1$, lorsque $\mu = n$, mais autrement $= 0$, si n est entier. — Mais dans le cas contraire, on aura x^n en série infinie et $\Omega\,x^{n-\mu} = \int n_{\lambda+\mu} = m_\mu = (\lambda+\mu) = n_\mu\,\bar{n}_0 + n_{\mu+1}\,\bar{n}_1. + n_{\mu+2}(-n)_2 + ..$ ce qu' aupara-

Cor. $\Omega\omega^n L(-\omega) = \frac{1}{n}$, si n est entier (<0). — Nous venons de réduire Ω à une intégrale définie (ʖ), et le reste de son évaluation sera celle de celle-ci. Mais à dire vrai, c'est plutôt souvent par un tel développement (Ω) que nous déterminerons une infinitè d'intégrales *définies*. Car ces intégrales se trouveront en même temps qu'on saura déterminer Ωfx autrement. Et toute notre théorie de Ω est en même temps une de ʖ.

Coroll. général. Chaque Ωfx *étant* $= \int f(1^u)du$ ou $=\bar{\pi}.^n\int_0 (f\Upsilon^{iv}dv)_{\dot 0}$, *chaque théorème sur* Ω *dans ce qui précède deviendra un sur ces intégrales définies, et lorsque* Ωf *est connu, on connaitra aussi celles-ci.*

Car Ω s'exprimant par une ${}^0\int_1$, il est évident, que la théorie précédente de Ω en est aussi une pour les intégrales définies, et en donnera la valeur toutes les fois que Ω se trouve déterminée autrement. Ainsi fx étant $\Delta\Omega\dfrac{\omega f\omega}{\omega-x}$ et $\Delta\Omega=\underset{1}{\Omega}-\underset{0}{\Omega}$ se rapportant aux intervalles 1) $\omega \geq x$ et 0) $x \geq \omega$, (ou $\omega_1 > x > \omega$), nous aurons $\Omega\dfrac{\omega f\omega}{\omega-x} = \int du\left(\dfrac{fc(1^u).c1^u}{c1^u-x}\right)_0$ et par suite $fx = {}^1\int_0 du\left(\dfrac{c_1 1^u f(c_1 1^u)}{c_1 1^u - x} - \dfrac{c_0 1^u f(c_0 1^u)}{c_0 1^u - x}\right)_{\dot 0}$, si $c_1 > \breve{z} > c_0$. Et x étant sorti de fx, nous n'avons qu'opérer sur les dénominateurs; donc de là nous tirons $f_1 x = \Delta\Omega\dfrac{\omega f\omega}{(\omega-x)^2}$ et en général $f_r x =$

$$\eth^r fx = \Delta\,\Omega\,\frac{\omega f\omega}{(\omega-x)^{r+1}} = \int_0^1 1^u\,du\left(\frac{c_1 f(c_1 1^u)}{(c_1 1^u - x)^{r+1}} - \frac{c_0 f(c_0 1^u)}{(c_0 1^u - x)^{r+1}}\right)_{\dot 0}.$$

Mais en intégrant, il en viendra

$$\int fx\,dx = fx + C = -\Delta\,\Omega\,\omega f\omega\,L(\omega - x) = {}^1\!\int_0 1^u du \begin{Bmatrix} c_0 f(c_0 1^u).L(x-c_0 1^u) \\ -c_1 f(c_1 1^u).L(c_1 1^u - x)\end{Bmatrix}_{\dot 0};$$

ce qui se pourra répéter, $\int dxLX$ étant $=xLX-\int x\bar{X}dX$ ou dépendante de $\int \bar{x}^1.(\omega-x)^{-1}dx =$ $= -\omega L(\omega-x) - x$, le tout faisant $C - XL(X\Upsilon^{-1})$, si $X = \omega - x$. Ainsi $\overset{+}{f}\alpha =$ $= \Omega\,\omega f\omega : (\omega - \alpha)$, (si $\omega \geq \alpha$). Et $\Omega\bar{\omega}^n\varphi(c+\omega) = \varphi_n c = \eth_c^n \varphi c = d^n\varphi c : dc^n$, si $\varphi = \overset{+}{\varphi}$ et a assez petit. Mais fx étant une fonction développable en une série doublement infinie $(= \int f_{\pm\mu} x^{\pm\mu})$, il est clair, que ces formules rendent une infinité

---

vant (p. 12') nous trouvâmes $= S\pi(n-\mu) : \pi(n-\mu)$. Et en particulier il en vient $(f0 =) n_0\bar{n}_0 +$ $+ n_1\bar{n}_1 + n_2\bar{n}_2 + .. = 1 - n^2 + \bar{2}^2 n^2(n^2-1) - \bar{2}^2.\bar{3}^2.n^2.(n^2-1)(n^2-2^2) + .. = S\pi n : \pi n$. (Or il est pour la convergence indispensable, que $\breve{x}$ soit $= 1$ et $x = 1^\alpha$). En développant $Sin.\pi n$ il en vient $\int \bar{\nu}^2 = \bar{6}.\pi^2$ ou $= -\Delta(-1)$, et la somme de bien d'autres séries. — Puisque $(1+z)^n.(1+\bar{z}^1)^n = (1+z)^{2n}.z^{-n} = (\sqrt{z}+\sqrt{\bar{z}^1})^{2n}$, on a $(2n)_n = \Omega(\omega+\bar{\omega}^1)^{2n} =$ $= {}^1\int_0 (2.1_0^u)^{2n}du$; et on trouve de même $(2n)_\nu$.

d'intégrales définies chaque fois que Ωfx se détermine autrement. Et en général la théorie précédente fournit beaucoup de théorèmes sur celles-ci. Et nous retenons la forme imaginaire ($\int f 1^u du$) comme la plus simple, la réduction préliminaire à la réalité donnant des formules plus compliquées. Or il faut observer, que $\overset{+}{f}a = = \underset{1}{\Omega} \frac{af\omega}{(\omega - a)}$, ω étant $> a$; Mais $\bar{f}a = \Omega\left(\frac{af\omega}{a-\omega} - f\omega\right) = \Omega \frac{\omega f\omega}{a-\omega}$ pour $a \geq \omega$ ou $= \Omega\left(f\omega . \frac{\omega}{a-\omega}\right)$. Ce que nous avons dé-jà indiqué par les signes ${}^{\pm}J_{0,1}$; donc nous avons $fz = \Omega f\omega . \left(\underset{1}{J}\frac{z}{\omega - z} - \underset{0}{J}\frac{z}{\omega - z}\right)$ ou $fz = {}^{x}\Omega x fx (\underset{1}{J} - \underset{0}{J})\frac{1}{x-z}$.

Ex. ${}^{+}L(1+z) = \Omega z L\omega : (\omega - z)$. Ex. Puisque $S_2 = \Sigma \frac{(-x)^r}{r^2} = -\frac{\pi^2+3(Lx)^2}{2.3}$, $\overset{+}{\underset{2}{S}}$ ou Λx sera $= {}^{-}\Omega \frac{\omega}{x-\omega}\left(\frac{\pi^2+3(Lx)^2}{2.3}\right)$.

Ainsi fx étant une fonction ascendante ($= f_0 + {}^{+}fx$), on a $f_r = \partial_x^r \overset{+}{f}x$ pour $x = 0$, ou $= f_r(0)$, donc il nous vient cette intégrale définie

$$\int_0^1 \left(\frac{du}{c^r 1^{ru}} f(c1^u)\right)_0 = f_r(0) \text{ et } \int_0^1 \left(\frac{du}{c^r 1^{ru}} f(c1^u + a)\right)_0 = f_r a = \partial^r fa.$$

Cor. Donc $\varphi a = \int_0^1 \varphi(a + c1^u)\, du$, si $\varphi(a+x) = \overset{+}{f}x$ et $r = 0$.

Par Ex., si $fx = x^n$, et $a \geq c$ on a $\int c^{-\nu} 1^{-\nu u} du . (a + c1^u)^n = n_r . a^{n-r}$. Or $1^u = C4u + iS4u$ et $1^{-u} = C4ru - iS4ru$, si C et S se prennent dans les tables françaises, et $(a + cC + icS)^n$ est $(a^2 + 2acC4u + c^2)^{n:2} . \mathcal{T}in_{\mathcal{I}} cS : (a + cC)$, donc la fonction ainsi intégrée est $(a^2 + 2acS4u + c^2)^{n:2} . C[n_{\mathcal{I}}(cS4u : (a + cC4u))]$.

Obs. C'est celle-ci que je proposai dans le Vol. 7 du Journ. de M. Crelle, et que le Cel. Clausen y démontrait pour n entier, mais personne repondit à la question (11) principale sur n fractionnaire (1831). (A' la question 16 la réponse est encore plus incomplète). Nous étions nous alors depuis quelques années occupés de ces matières. Nous ne connûmes le mémoire du Cel. Liouville, qu'en voyageant 1833.

I. *Thèse générale* sur les intégrales définies. $L(a - x)$ étant $La + {}^{+}L_x = L$ et $a \geq x$, et $fx = \bar{f}x + f0 + \overset{+}{f}x$, on a $\Omega L(a-x) fx = La . f0 + (\Omega \bar{f}x . {}^{+}L_{(x)})$, $\Omega\, {}^{+}fL$ étant $= 0$, mais ${}^{+}L_{(x)} = -x a^{-1} - \bar{2} . x^2 . a^{-2} - \bar{3} . x^3 a^{-3} -$ et $\bar{f}x = \bar{x} f_{\bar{1}} + x^{-2} . f_{\bar{2}} + + x^{-3} . f_{\bar{3}} + .. = \Omega[\omega f\omega : (x - \omega)]$, donc $\Omega({}^{+}L_{(x)} . \bar{f}x) = -f_{\bar{1}} a^{-1} - \frac{1}{2} f_{\bar{2}} a^{-2} - \bar{3} . f_{\bar{3}} a^{-3} - .. = = \int(\bar{f}a) d_a La$, puisque $\bar{f}a = f_{\bar{1}} a^{-1} + f_{\bar{2}} a^{-2} + f_{\bar{3}} . a^{-3} + ..$ et $ad_a a^{-n} = -na^{-n}$ ou $\int \bar{a} . da . a^{-n} = -\bar{n} . a^{-n}$. Donc $\Omega(L(a - \omega) f\omega) = La . fo + \int \bar{f} a dLa$ (depuis $a = \infty$).

Par cette formule l'intégrale définie est réduite à l'indefinie ou au contraire celle-ci à celle-là. Or $\overset{+}{f}a = \Omega[\omega f\omega:(a-\omega)]$, si $\omega > a$, donc notre *thèse* est: $\Omega f\omega\, L(a-\omega) = = fo\,.\,La + {}^{\infty}\!\int dLa\Omega[\omega f\omega:(a-\omega)]$, si $a \geq \omega$, ou (si $a \geq c$ et $a \geq e$) $\int_1^0 f(c1^u)\,.\,L(a-c1^u)du = = La\int_1^0 f(c1^u)du + {}^{\infty}\!\int dLa\int e1^v\,.\,f(e1^v)\,.\,\overline{a-e1^v}^1\,dv$. (Mais si $a \leq x$, il faudrait développer $L(-x)$, ce qui a ses épines.) (V. p. 11').

1. Cor. $\int 1^u f_1(c1^u)\,L(1-c1^u) = \int f(c1^u):(1^{-u}-c)$.

2 Cor. Si $\overline{f}a = 0$ ou fx n'a de partie déscendante et $a \geq c$, et $c \leq 1$, on a ${}^0\!\int_1 f(c1^u)\,L(a-c1^u)\,du = La\int f(c1^u)\,du$, et $\int f(c1^u)\,L(1-c1^u)\,du = 0$.

3 Cor. Or en faisant $fx = x\,.\,\varphi_1 x$, on a $\int 1^u\varphi_1(1^u)\,L(a-1^u)\,du = \varphi\,1^u\,.\,L(a-1^u) + + C - \int\varphi(1^u)\,.\,1^u\,.\,L1:(a-1^u)$, donc $\int\varphi(1^u)\,.\,d\,1^u:(a-1^u) = {}_1^0\Phi\,1^u = 0$. - Mais $\overline{a-1^u} - \overline{a} = = 1^u\,.\,\overline{a}\,.\,\overline{a-1^u}$, donc $\int\overline{f}\,a\,dLa = \int dv\int f1^v\,da(\overline{a-1^v} - \overline{a}) = \int dv\int f1^v\,da(\overline{a-1^v} - \overline{a}) = = \int dv f1^v(L(a-1^v) - La)$. (Nous mettons $\overline{v}$ pour v^{-1} ou $1:v$.)

II. *Thèse.* Soit $L(a-e:\omega) = La + \overline{L}\omega$, et $\Omega L(a-e\overline{\omega})f\omega$ sera $= La\,.\,f_0 + + \Omega\overline{L}\omega\overset{+}{f}\omega$ et ce $\Omega = -e\overline{a}f_1 - \overline{2}\,e^2a^{-2}f_2 - \overline{3}\,.\,e^3a^{-3}f_3 - \,..= + \int\overset{+}{f}(e\,.\,\overline{a})\,dLa$, donc $\Omega L(a-e\overline{\omega})f\omega = La\,.\,f_0 + \int\overset{+}{f}(e\overline{a})\,dLa$, ou ${}^{\infty}\!\int f(e\overline{a})\,dLa = \Omega f\omega\,L(1-e:a\omega) = = \int_1^0 f(1^u)\,L(1-a\,.\,1^{-u})\,du = \int^0\overset{+}{f}\alpha\,dL\alpha$, si $a\omega > e = a\alpha$.

Toute intégration se réduit donc à la définie, ou à plusieurs $\int_1^0$, chaque fonction ascendante $\Phi\alpha$ se partageant en plusieurs $\rho\,\alpha^r\varphi(\alpha^n)$ et $\int\Phi\alpha\,dL\alpha$ en $\rho\int\alpha^{\nu-1}\Phi(\alpha^n)\,d\alpha$, comme en $\int\varphi(\alpha^2)\,dL\alpha + \int\psi(\alpha^2)\,d\alpha$, lorsque $n = 2$.

Cor. En particulier est donc ${}^0\!\int\Phi(b+\alpha)\,dL\alpha = -\,{}^0\!\int_1\Phi(b+1^u)\,L(1-\alpha 1^{-u})_{\dot{0}}\,du$. De ces thèses se tire une classe étendue d'intégrales définies.

Ex. Si fx est rationelle $= A + \rho(a_\nu x^\nu + b\,\overline{x-c_\mu}^{\lambda})$ et $x \geq$ tout c_μ, on a $f_0 = = A$, $\overset{+}{f}x = \rho\,a_\nu x^\nu$ et $\overline{f}x = \rho\,b_\lambda(x-c_\mu)^{-\lambda}$, et $\int\overset{+}{f}\alpha\,dL\alpha = \rho\,\overline{\nu}\,.\,a_\nu\alpha^\nu$ donnera $\int_1^0 f(1^u)\,L(1-\alpha 1^{-u})_{\dot{0}}\,.\,du$. — Si puis $Fa = (\int dx)^n fx$, on aura de même $\int_1^0 F(1^u)\times \times L(1-\beta 1^{-u})_0\,.\,du$, et puis en employant $L(1-\gamma\overline{\omega})$ et C, on trouvera une série rémarquable d'intégrales définies. — On peut puis bien supposer fx surde, mais néanmoins $\overset{+}{f}x$ intégrable par des fonctions connues (algébriques, logarithmétiques etc.), et trouver une autre série de $\int_1^0 du\,\varphi\ldots$ Mais à présent nous n'avons pas le loisir d'entrer dans ces détails.

III. *Thèse.* $\displaystyle\int\frac{1^u f(1^u)du}{(z-1^u)^{r+1}} = (-1)^r\,.\int\frac{1^u f_r(1^u)\,du}{z-1^u}$. Puisque $fz = \overline{f}z + f_0 + \overset{+}{f}z$, et $\displaystyle {}^+\!fz = {}^v\Omega\frac{vfv}{v-z} - f_0 = \Omega\frac{zfv}{v-z}$, et $\displaystyle\overline{f}z = \Omega\frac{\omega f\omega}{z-\omega}$ ou $\displaystyle = \Omega\frac{zf(z^2:v)}{v-z}$, si $\displaystyle\omega = \frac{z^2}{v}$,

nous aurons $fz = {}^v\Omega \frac{1}{v-z}[vfv + zf\left(\frac{z^2}{v}\right)]$, et délà en dérivant $f_1 z =$

$$= {}^v\Omega \frac{1}{(v-z)^2}\cdot\left(vfv + zf\frac{z^2}{v}\right) + {}^v\Omega \frac{1}{v-z}\cdot\left(f\frac{z^2}{v} + \frac{2z^2}{v}f_1\frac{z^2}{v}\right)$$

et aussi $fz = {}^v\Omega \frac{vfv}{v-z} + \Omega \frac{\omega f\omega}{z-\omega}$ et $f_1 z = {}^v\Omega \frac{vfv}{(v-z)^2} - \Omega \frac{\omega f\omega}{(z-\omega)^2}$, donc en remettant ω pour $z^2 : v$ et comparant $-\ \Omega \frac{\omega f\omega}{(z-\omega)^2} = {}^v\Omega \frac{z+(v-z)}{(v-z)^2} f(z^2/v) + 2\Omega \frac{\omega f_1 \omega}{z^2/\omega - z} =$ $= \Omega\left(\frac{z^2}{\omega\cdot(z^2/\omega - z)^2}\cdot f\omega + \frac{2\omega^2 f_1\omega}{z.(z-\omega)}\right) = \Omega \frac{\omega f\omega}{(z-\omega)^2} + \frac{2}{z}.\Omega \frac{\omega^2 f_1\omega}{z-\omega}$, donc $\Omega \frac{\omega f\omega}{(z-\omega)^2} =$ $= -\frac{1}{z}\cdot\Omega \frac{\omega^2 f_1\omega}{z-\omega}$. Mais $\frac{\omega^2}{z-\omega} = -(\omega+z) + \frac{z^2}{z-\omega}$, et $\Omega\omega f_1\omega = 0$, donc $d_z \overline{f} z =$ $= -\underset{\omega}{\Omega} \frac{\omega f\omega}{(z-\omega)^2} = \Omega\left(\frac{z}{z-\omega} - 1\right)f_1\omega = \Omega \frac{\omega}{z-\omega} f_1\omega$. Ce qui peut être vérifié par développement.

En dérivant encore une fois par rapport à z, on trouve $+2\Omega \frac{\omega f\omega}{(z-\omega)^3} =$ $= -\Omega \frac{\omega}{(z-\omega)^2} f_1\omega = \Omega \frac{\omega}{z-\omega} f_{\prime\prime}\omega$, ou $\Omega \frac{\omega f\omega}{(z-\omega)^3} = +\Omega \frac{\omega}{z-\omega} f_2\omega$, et encore (étant $v \geq z \geq \omega$) $\underset{\omega}{\Omega} \frac{\omega f\omega}{(z-\omega)^4} = +\frac{1}{3}\cdot\Omega \frac{\omega}{(z-\omega)^2}\cdot f_1\omega = -\frac{1}{3}\Omega \frac{\omega}{z-\omega} df_2\omega = -\Omega \frac{\omega}{z-\omega} f_3\omega$, et en général $\Omega \frac{\omega f\omega}{(z-\omega)^{r+1}} = (-1)^r.\Omega \frac{\omega}{z-\omega} f_r\omega$. Donc $\supset \frac{1^u f(1^u)}{(z-1^u)^{r+1}} = (-1)^r \supset \frac{1^u f_r(1^u)}{z-1^u}$.

Cor. On trouve de même $\Omega \frac{\omega \varphi_1 \omega}{\omega - x} = \Omega \frac{\omega\varphi\omega}{(\omega-x)^2} = \underset{x}{d} \overset{+}{f} x$, (et $d^r fx$ comme ci-aprés.

Cor. Posons $\omega = \frac{x\psi x}{v}$, $\frac{x}{\omega} = \frac{v}{\psi x}$ et il nous en vient, toute réduction faite,

$\Omega \frac{\varphi_1 \frac{x\psi x}{v}}{\psi x - v} = \frac{1}{x}\cdot\Omega \frac{v\cdot\varphi\frac{x\psi x}{v}}{(\psi x - v)^2}$; ou en faisant $\psi x = z$ et $x = \text{ʎ}z$,

$$\text{ʎ}z.\Omega \frac{\varphi_1(z\,\text{ʎ}z : v)}{z-v} = \Omega \frac{v\varphi(z\text{ʎ}z : v)}{(z-v)^2}.$$

Cor. Moyennant la formule trouvée ${}^x\Omega \frac{zfx}{x-z} = \overset{+}{f}x$ on peut encore démontrer la formule intégrale, que j'ai trouvée par la considération des fonctions itérées et proposée dans le Journ. de M:r Crelle (XIIX. 376) et dont M:r Ramus a donné une démonstration ingenieuse (ib. XIX. 117.)

Car faisons $fx = y$, et $x = f^{-1}y = \psi y$, d'où $y = \psi^{-1}x$, et supposons que fx ne diffère de $\overset{+}{f}x$ et en conséquence peut se développer sous la forme $\psi^{-1}x = f_1 . x + + f_2 . x^2 + f_3 . x^3 + ..$, et nous aurons ${}^z\Omega \frac{z\psi^{-1}x}{x - z} = \psi^{-1}x$, ou puisque $\frac{z}{x-z} = \frac{x}{x-z} - 1$ et ${}^z\Omega\, \psi^{-1}x = 0$, on a $\psi^{-1}z = {}^z\Omega \frac{x\psi^{-1}x}{x - z}$ ou $y = {}^z\Omega \frac{x\psi^{-1}x}{x - y}$, donc en dérivant à y, $1 = {}^z\Omega \frac{\psi_1 y . x\psi^{-1}x}{(x - \psi y)^2}$, ou bien $\frac{1}{\psi_1 y} = {}^z\Omega \frac{x\psi^{-1}x}{(x - \psi y)^2} = V$ et $\psi_1 y = \frac{1}{V}$, et en intégrant $\psi y = \int \frac{dy}{V} + Cst$, et $L\psi y + C = \int \frac{dy}{\psi y . V} = \int \frac{dy}{W}$, si $W = {}^x\Omega \frac{x\psi^{-1}x . \psi y}{(x - \psi y)^2}$, ou bien en faisant $x = {}^y/_\omega$, $W = \Omega \frac{y\omega\psi^{-1}({}^y/_\omega) . \psi y}{(y - \omega\psi y)^2}$. Pour cette valeur de W on a donc $\int \frac{dy}{W} = L\psi y + Const.$ Ce qui est mon théorème. D'après ce que nous venons de trouver, on peut le généraliser à ce que $\int\left(\frac{dy}{V} . F_1 \psi y\right)$ soit $= F(\psi y)$, si $V = = {}^\omega\Omega \frac{\omega\psi^{-1}\omega}{(\omega - \psi y)^2}$. Mais pour la théorie suivante nous notons spécialement ce corollaire: $\int \frac{1^u . f(1^u) du}{(1^u - \psi y)} = f_1 \psi y$, (où ψ^{-1} est la fonction invertie f de ψ).

Bien d'autres Thèses générales sur les intégrales définies ou sur Ω se trouvent par d'autres voies, comme celles-ci.

Théorème. Si l'on a par un développement à coefficients finis $fx = a + a'x + + a''x^2 + a'''x^3 + ..$ ou $= a_x$ et $\varphi x = \alpha + \alpha' x + \alpha'' x^2 + \alpha''' x^3 + ..$ ou $= \alpha_x$, et on cherche $(f . \varphi)x = a\alpha + a'\alpha' x + a''\alpha'' x^2 + a'''\alpha''' x^3 + .. + a^\nu \alpha^\nu x^\nu + ...$, on trouvera non seulement $(f . \varphi)x = {}^\omega\Omega\left(f\frac{xr}{\omega} . \varphi\frac{\omega}{r}\right)$, mais encore $(f . \varphi)x = {}^\omega\Omega\left(\frac{1}{1+\omega} f\left(x + \frac{x}{\omega}\right) . \varphi\frac{\omega}{1+\omega}\right)$.

Car $f\frac{xr}{\omega}$ étant $= \int a^\nu \left(\frac{xr}{\omega}\right)^\nu$ et $\varphi\frac{\omega}{r} = \int \alpha^\nu \left(\frac{\omega}{r}\right)^\nu$, nous aurons ${}^\omega\Omega\left(f\frac{xr}{\omega}\varphi\frac{\omega}{r}\right) = = {}^\omega\Omega\left(\int a^\nu x^\nu \left(\frac{r}{\omega}\right)^\nu \cdot \int \alpha^\nu \left(\frac{\omega}{r}\right)^\nu\right) = \int a^\nu \alpha^\nu x^\nu = (f . \varphi)x$, ce qui est le théorème connu de Parséval, lorsque $x = 1$, et auquel nous donnerons dans G) une extension plus grande. Quant à l'autre, puisque, si $v < 1$, $\frac{1}{1+v}\varphi\frac{v}{1+v} =$

$$= \frac{\alpha}{1+v} + \frac{\alpha' v}{(1+v)^2} + \frac{\alpha'' v^2}{(1+v)^3} + .. = \alpha.(1 - v + v^2 - v^3 + ..)$$
$$+ \alpha'(v - 2v^2 + 3v^3 - ..) + \alpha''(v^2 - 3v^3 + ..) + \alpha'''(v^3 + ..)$$
$$= \alpha + v\Delta\alpha + v^2\Delta^2\alpha + v^3\Delta^3\alpha + \ldots$$

et $f\left(x + \frac{x}{v}\right) = fx + \frac{x}{v} f_1 x + \frac{x^2}{v^2} . f_2 x + \frac{x^3}{v^3} . f_3 x + ..$, nous aurons

$$ {}^v\Omega \frac{1}{1+v} . \varphi \frac{v}{(1+v)} . f\left(x + \frac{x}{v}\right) = \alpha fx + x\Delta\alpha . f_1 x + x^2 \Delta^2 \alpha . f_2 x + x^3 \Delta^3 \alpha . f_3 x + \ldots$$
$$= \alpha_x + \Delta\alpha . x\delta_x a_x + \Delta^2 \alpha_x . x^2 \delta_x^2 a_x + \Delta_3 \alpha . x^3 \delta^3 a_x + \ldots$$
$$= a\alpha + a'\alpha' x + a''\alpha'' x^2 + a'''\alpha''' x^3 + \ldots = (f\varphi)x,$$

comme nous prétendimes, (puisque $\alpha' = \alpha + \Delta\alpha$, $\alpha'' = \alpha + 2\Delta\alpha + \Delta^2\alpha$, etc.). Il est donc permis de faire $r = (1+\omega)$ dans la première formule, (de Parseval), si en même temps on divise par $1+\omega$, et ω est < 1.

Donc en mettant $v = \frac{\omega}{s} (< 1)$, et $\omega \leq s)$, nous aurons $\Omega\left(f\frac{xr}{\omega} . \varphi \frac{\omega}{r}\right) =$
$= {}^\omega\Omega \frac{s}{s+\omega} f\left(x + \frac{xs}{\omega}\right) \varphi \frac{\omega}{s+\omega}$, les fonctions f et φ étant ascendantes quelconques.

Obs. Plus généralement on trouve de même $(f\varphi)x = \Omega f \frac{rx^c}{\omega} \varphi \frac{\omega x^{1-c}}{r}$.

1. Ex. Soit $fx = \Gamma^x, f\left(x + \frac{x}{v}\right) = \Gamma^x . \Gamma^{x/v}$, mais φ quelconque et nous aurons

$$(f\varphi)x = \alpha + \alpha' x + \frac{\alpha'' x^2}{2} + \frac{\alpha''' x^3}{2.3} + \frac{\alpha'''' x^4}{2.3.4} + .. = \underset{\omega}{\Omega} \Gamma^{\frac{xr}{\omega}} \varphi \frac{\omega}{r} = \Omega \frac{s}{s+\omega} \Gamma^x . \Gamma^{\frac{xs}{\omega}} \varphi \frac{\omega}{s+\omega} =$$
$= s\Gamma^x . \Omega \frac{\Gamma^{xs/\omega}}{s+\omega} \varphi \frac{\omega}{s+\omega}$ et $= \Gamma^x . (\alpha + x\Delta\alpha + \frac{x^2\Delta^2\alpha}{1.2} + \frac{x^3\Delta^3\alpha}{1.2.3} + \ldots)$ d'après ce que nous venons de démontrer, puisque ici $\Gamma r . f_r x = \Gamma^x$.

2. Ex. Soit $fx = \frac{1}{1-x} = \Sigma x^\nu$, donc $f_r x = (fx)^{r+1}$. Nous aurons donc si $x < {}^1/_2$ et $\omega > {}^{s.x}/_{1-x}$, $(f\varphi)x = \Omega\left(\frac{\omega}{\omega - xr} . \varphi \frac{\omega}{r}\right) = \alpha + \alpha' x + \alpha'' x^2 \ldots = \varphi x$ et aussi
$= \Omega\left(\frac{s}{s+\omega} . \frac{1}{1-x-xs:\omega} . \varphi \frac{\omega}{s+\omega}\right)$, ou bien (en décomposant la fraction)

$$\varphi x = s . \Omega\left(\frac{1}{s+\omega} . \varphi \frac{\omega}{s+\omega}\right) + sx . \Omega\left(\frac{1}{\omega(1-x) - xs} . \varphi \frac{\omega}{s+\omega}\right).$$

3 Ex. En particulier est $\Omega(\omega f(a + b\omega) : (\omega - c)) = f(a + bc)$.

1. Cor. Par cette formule simple l'argument x de chaque fonction ascendante φx peut être transposé dans une fraction simple $\omega : (\omega - xr)$, et ainsi les opéra-

tions analytiques à faire sur φx seront bien simplifiées: savoir $\varphi x = \Omega \frac{\omega}{\omega - xr} \varphi \frac{\omega}{r}$ ou $= \alpha + xr \,.\, \Omega \frac{\varphi(\omega/r)}{\omega - xr}$, puisque $\frac{\omega}{\omega - xr} = 1 + \frac{xr}{\omega - xr}$ et $\alpha = \varphi 0$. Ou bien en posant $\omega^2 = r$, nous aurons $\varphi x = \Omega \frac{\varphi(1/\omega)}{1 - x\omega}$. D'où par Ex. $\int\limits_0^x \varphi x . dx = \Omega_\omega \left(\frac{L(1 - x\omega)}{\omega} . \varphi \frac{1}{\omega} \right) =$ $= -\Omega \omega \, L\left(1 - \frac{x}{\omega}\right) \varphi \omega$. D'où beaucoup d'intégrales définies. (De l'an 1842).

2. Cor. En faisant $x = 0$, il nous vient donc $\Omega_\omega \frac{1}{s + \omega} \cdot \varphi \frac{\omega}{s + \omega} = \frac{1}{s} \cdot \varphi 0$, et $\Omega_\omega \frac{1}{s + \omega} \varphi \left(a + \frac{\omega}{s + \omega} \right) = \frac{1}{s} \cdot \varphi a$. Donc $\varphi x = \varphi 0 + sx \,.\, \Omega \frac{1}{\omega(1 - x) - xs} \varphi \frac{\omega}{s + \omega}$. D'où (et par Cor. 2) $\Omega \left(\frac{\cdot}{\omega(1 - x) - rx} \varphi \frac{\omega}{s + \omega} \right) = \Omega \left(\frac{1}{\omega - rx} \cdot \varphi \frac{\omega}{r} \right)$.

4. Ex. Soit $\varphi x = (a + bx)^{n-1}$, $\Omega \omega (a + b\omega)^{n-1} L\left(1 - \frac{x}{\omega}\right) =$ $= \frac{a^n - (a + bx)^n}{nb} = \int\limits_0^1 [1^u \, du \, (a + b1^u)^{n-1} \, L(1 - x1^{-u})]$.

5 Ex. $fx = (a + bx)^c$ et $\varphi x = -\frac{\beta}{1 - \beta x} - \frac{c + 1}{x} \cdot L(1 - \beta x)$ fournissent $(f\varphi)x =$ $\frac{a^{c-1}}{bx} \cdot (1 + b\beta x : a)^c - 1) = {}^-\Omega \left(a + b \frac{xr}{\omega} \right)^c \cdot \left(\frac{r\beta}{r - \beta\omega} + \frac{(c + 1)}{\omega} r L(1 - \frac{\beta\omega}{r}) \right) =$ $= {}^-\Omega \frac{1}{1 + \omega} \left(a + b \left(1 + \frac{1}{\omega} \right) x \right)^c \cdot \left(+ \frac{\beta(1 + \omega)}{1 + \omega - \beta\omega} + \cdot \frac{c + 1}{\omega} (1 + \omega) \, L\left(1 - \frac{\beta\omega}{1 + \omega} \right) \right)$. D'où la valeur de IV intégrales (abstruses?).

2 Cor. En particulier il nous vient $(f . \varphi)1 = \rho a^\nu \alpha^\nu$, (si les séries convergent encore). Or n et r étant des entiers différents, on a ${}^\pi\!\int_0 Cnx \, Crx \, dx = 0$, mais $= \frac{1}{2}\pi$, s'il sont égaux, et $= \pi$, si $n = 0 = r$; donc si $A_x = a_0 + a_1 Cx + a_2 C2x + .. =$ $= \rho a_\nu Cos . \nu x$ et $B_x = \rho \alpha_\nu C\nu x$, nous trouvons $\rho (a_\nu \alpha_\nu) = \frac{2}{\pi} \cdot \int\limits_0^\pi A_x B_x - a_0 \alpha_0$. Or $A_x = (f\mathcal{T}^{ix})_{\dot 0}$ et $B_x = (\varphi \mathcal{T}^{ix})_{\dot 0} = \bar{2} . (\varphi \mathcal{T}^{ix} + \varphi \mathcal{T}^{-ix})$, d'où l'intégrale $\int Ax . Bx \, dx =$ $= {}^\pi\!\int_0 (f\mathcal{T}^{ix})_{\dot 0} (\varphi \mathcal{T}^{ix})_{\dot 0} dx$; mais d'après ce qui précède, il s'agit de $\int_0 du (f(r . \mathcal{T}^{-iu}) . \times$ $\times \varphi (\bar{r} \mathcal{T}^{iu})_0$, dont l'une par suite s'exprime par l'autre. Mais l'autre forme donne une intégrale plus différente $= {}^1\!\int_0 du \left(\frac{\cdot}{1 + 1^u} f(1 + 1^{-u}) \, \varphi \frac{\cdot}{1 + 1^{-u}} \right)_{\dot 0}$ (aussi $= (f\varphi)1$.)

Remarque. Sur les *intégrales définies* plusieurs ont travaillé et surtout *B.* de

Haan a pris grand soin de rassembler deux tables volumineuses, mais son ordre ne me plait guère; je ne voudrais pas voir des intégrales de la même nature comme $\int f dg$ et $\int g df$, les intégrales d'Euler etc., si éloignée l'une de l'autre. Ainsi je voudrais voir notre dilogarithme D_x^α (Cr. III., Spec. Ex. 1830) à un même endroit, ses valeurs se trouvant par $\varDelta$ toutes les fois que $\alpha:\pi$ est rationel; — je rangerais donc ses valeurs d'après celles de α, et $\varDelta$ et K dans son voisinage [1]) et peut-etre les Elliptiques de même, et les intégrales d'une même fonction (ou réductibles à la même fonction, trigonométriques à algébriques, etc.) à divers limites rassemblées dans l'ordre des intervalles ...etc. — Il attribue l'intégrale $\int d\varphi L C\varphi$ à un auteur de l'an 1835, quoique nous en ayons traité en 1828—30 et Clausen a calculé sa table 1832 (V. Cr. Journal III et VIII, et Spec. Exc. anal. 1830.)

Ici il y aurait beaucoup à ajouter (même des formules générales d'autre forme), beaucoup à discuter (surtout sur la convergence), mais pour la brièveté nécessaire nous *observons* seulement, que les intégrales ɔ supposent qu'il n'y a de solution de continuité dans l'intervalle intégré ou dans le cercle du rayon r, ω étant fait $=r.1^u$. S'il y a un tel point (c), fx n'est simplement $=\Omega f\omega:(\omega-x)={}^+fx={\textstyle\int} f_\nu.x^\nu$, mais alors il survient ou $\bar{f}x$ ou même une série (ou plusieurs, une pour chaque point de discontinuité c_ν situé dans le dit cercle) de la forme ${\textstyle\int}\varphi_\nu(x-c)^{-\nu}$

$$[={\textstyle\int}\varphi_\nu.x^{-\nu}.(1+c.x^{-1}+c^2.x^{-2}+\ldots)].$$

Il est clair que Ω (dans les 1^res^ sections) et que ɔ dans celles-ci mériterait une plus grande exposition qui donnerait une masse d'intégrales définies; mais, quoique nous trouvassions la plupart des thèses déjà avant 1827, nous n'avons pas pour diverses occupations officielles (et les autres branches de la science) trouvé le loisir nécessaire pour une si grande matière; seulement nous envoyâmes en 1837 une notion préliminaire sur ces matières au Secretaire Cel. E. Fries de la Soc. R. à

---

[1]) Il note quelques-unes de nos formules de fausseté, (le défaut n'étant qu'un —) en ne faisant attention que nous usons $\int_b^a$ autrement $(=-{}^a\!\int_b$, v. Fund. M. p. 431); $\int fx$ étant $\varphi x+C$, on a ${}^{x_1}\!\int_{x_0} fxdx=\varphi x_1-\varphi x_0=\varDelta\varphi x_0$. En faisant $x_1=x_0+u.\varDelta x_0$ ou autrement (par notre 1^u, ou par $x=\frac{x_0(x_1-r)-ru\varDelta x_0}{x_1-r-u\varDelta x_0}$ ou $=\frac{(z_0x_1-z_1x_0)r+x_0x_1\varDelta z_0-rz\varDelta x_0}{-r\varDelta z_0+x_1z_1-x_0z_0-z\varDelta x_0}$,) les limites deviennent $0\,..\,1$, ou quelconques $z_0\,..\,z_1$, et r quelconque du moins si x ou z ne deviennent $=\pm\infty$ (ou tout au plus aux limites mêmes) dans l'intervalle d'intégration; d'où $\varDelta\int fx=\varDelta\bar{f}x=$ $=\varDelta\int_{1^0}\frac{fx'.dz}{z^2}=\int fu\,du=\int fu$, (ni o ni $u=1=du$ s'écrivant). Les limites les plus usitées sont $\pm\infty$, ±1 et 0, ($\pm\pi$ se changeront en ±1); mais lorsqu' il y a beaucoup d'intervalles, il faut intégrer entre les limites contigues.

Upsala et le mns. de la I:r P. 1867. Comme nous n'osons à notre âge (> 77 ans) entreprendre un grand ouvrage sur cette seule matière, nous livrons nos idées à des forces plus jeunes, et surtout M. B. de Haan sera celui qui le premier jugera s'il ne peut s'en tirer une bien plus grande Table d'int. déf.

G) Quelques applications de l'analyse précédente.

Probl. 1. *Une fonction quelconque fx étant dévéloppée (doublement), en trouver une autre dont les coefficients sont dans un rapport variable quelconque à ceux de la première.*

Soient fx et Az séries de notre forme et nous aurons, en faisant $x=r\omega$ et $z=n:\omega$,

$$f(r\omega) = \int r^\nu \omega^\nu f_\nu \text{ et } A\left(\frac{n}{\omega}\right) = \int A_\mu n^\mu \omega^{-\mu},$$

donc (Théor. 4 p. 15) si $nr = u$, $\Omega\left(fr\omega . A\frac{n}{\omega}\right) = \int A_\mu r^\nu n^\mu \omega^{\nu-\mu} f_\nu = \Sigma(A_r f_r u^r)$, $= Gu = \Sigma G_r u^r$, si $A_r f_r = G_r$. C'est à dire au lieu du terme général $x^r f_r$ ou $u^r f_r$ nous avons obtenu un $A_r f_r u^r$, qui jouit d'un facteur arbitraire A_r. De là on voit combien est étendue l'opération que nous indiquons par Ω, elle surpasse de beaucoup le calcul différentiel, qui change le terme général $c_n . x^n$ en $xd_x(c_n x^n) = nc_n . x^n$ ou ne le multiplie que par l'exposant n, d'où le coefficient c_n, si c_n est une fonction entière de n, n'en devient qu'un degré plus élevé, mais moyennant le signe Ω ce coefficient devient une fonction quelconque de n $(= A_n . c_n)$ ou une fonction toute différente. Du reste en faisant $Fx = \Sigma F_r x^r = \Sigma A_r f_r . x^r$, et en prenant $f_r = F_r : A_r$, nous aurons $Fx = \Omega\left(f(r\omega) . A\frac{x}{r\omega}\right)$ et de là cette fonction deviendra plus traitable dans bien des recherches analytiques, l'élément variable x étant ainsi sorti de la fonction donnée ou cherchée Fx et passé dans une fonction tout arbitraire (A), ce qui souvent sera d'une importance éminente ou d'un secours inattendu, où l. —3 il f. lire: on des indices.

Cor. En nous contentant des parties ascendantes, nous aurons la série de Parseval. (Ses Ex. sont anticipés p. 15′, où l. — 4 il f. lire sommes "*des indices*," 13′).

P. II. Une application simple, que nous ferons d'abord, c'est de démontrer le *Théorème de Taylor*. (p. 13) $\varphi(x+z)$ étant développée en $\varphi(x)+z.\varphi_1 x+z^2\varphi_2 x+..=\int z^\nu \varphi_\nu x^\nu$, le coeffic. $\varphi_1 x$ de z est dit 1[re] dérivée de φx et se marque encore par $d_x \varphi x$ ou $\eth \varphi x$. Ainsi on trouve $d_x x^r = r . x^{r-1}$, (aumoins pour r entier).) Comme cette série en général est ascendante et son 1:r terme $= \varphi x$, (z étant posé $= 0$), nous

avons $\varphi(x+z)=\varphi x+{}^{+}\varphi(x+z)$ et d'après nos formules ${}^{+}\varphi(x+z)$ est $=$ $=\Omega_1 z\varphi(x+\omega):(\omega-z)=\int 1^{u}\varphi(x+1^{u}):(1^{u}-z)$, si z est assez petit (<1); donc $\varphi(x+z)=\varphi x+\Omega z\varphi(x+\omega):(\omega-z)=\Omega\omega\varphi(x+\omega):(\omega-z)=\int 1^{u}\varphi(x+1^{u}):(1^{u}-z)$. Et cette forme ascendante est aumoins évidente pour toute fonction d'origine algébrique, celle-ci d'après Newton s'exprimant par $\int a_\nu x\alpha^\nu$ (p. 15'), donc par son théorème on a $\varphi(x+z)=\int a_\nu(x+z)\alpha_\nu=\int a_\nu(\alpha_\nu)_\mu x^{\alpha\nu-\mu}z^\mu$ (ou $={}^{+}\psi z$.) Or $d_x\varphi(x+z)$ étant $\varphi_1(x+z)$, on a la même valeur de $d_z\varphi(x+z)$; donc on aura $d_x\int z^\nu\varphi_\nu x=d_z\int z^\nu\varphi_\nu x$ ou $\int z^\nu d_x\varphi_\nu x=\int\nu z^{\nu-1}\varphi_\nu x$ et $=\int z^{\nu-1}d_x\varphi_{\nu-1}x$, donc comparant les coeff. de $z^{\nu-1}$, on a $\nu.\varphi_\nu x=d_x\varphi_{\nu-1}x$, ce qui constitue le dit théorème, d'où l'on tire $\varphi_\nu x=\daleth_\nu.d^\nu\varphi x:(dx)^\nu$, (étant $\Gamma\nu=1.2.3\ldots\nu$ et $\Gamma\nu.\daleth_\nu=1$.) Ou bien $\varphi_\nu x$ étant $=\Omega\bar\omega^\nu\varphi(x+\omega)$, on trouve $d_x\varphi_\nu x=\Omega\bar\omega^\nu\varphi_1(x+\omega)=\varphi_{1,\nu}x=$ la ν-ième derivée de $\varphi_1 x$; (ou $dd^\nu\varphi=d^\nu d\varphi$, ce qui revient au même). — Mais il faut que x soit encore un variable indeterminé, ou du moins n'ait certaines valeurs exceptionelles, pour lesquelles $\varphi x=\infty$ ou imaginaire.

Or on exige *le résidu* de cette série, ou bien *d'une série quelconque* (d'une fonction développée fx). Or nous en connaissons la partie ascendante $=({}^{+}f)x$, laquelle (21') nous trouvâmes $=\Omega xf\omega:(\omega-x)$ $(=\int x^{1+\nu}f_{1+\nu})$, si $\omega>x$, et le résidu R étant $=x^{n+1}f_{n+1}+\ldots+x^{n+\nu}f_{n+\nu}+\ldots=x^n.\varphi x$ et $\varphi x=xf_{n+1}+\ldots=\int x^{1+\nu}f_{n+\nu+1}$, on aura de même $(\overset{+}{\varphi})x=$ la p. ascend. de $x^{-n}fx=\Omega[x\omega^{-n}f\omega:(\varphi-x)]$ et $R=x^n.(\overset{+}{\varphi})x$. De là on trouve la *somme* des *n premiers* termes de $(\overset{+}{f})x=(\overset{+}{f})x-R=\Omega xf\omega.\dfrac{1-x^n\omega^{-n}}{\omega-x}$,

ou bien (depuis f_0) $=f_0+xf_1+\ldots+x^{n-1}f_{n-1}=\Sigma x^nf_n=\Omega\omega f\omega\dfrac{1-\omega^{-n}x^n}{\omega-x}$. En particulier faisant $fx=\varphi(c+x),f_r=\varphi_r c$, on a donc celle de la série de Taylor $=\Sigma(x^n\varphi_n c)=\Omega\omega\varphi(c+\omega)\dfrac{1-\omega^{-n}x^n}{\omega-x}=T(=\varphi c+x\varphi_1c+\ldots+x^{n-1}\varphi_{n-1}c=\Sigma(x^n.\varphi_n c)$.

Autrement la même chose se fait ainsi: si fx se développe en ascendant, $fv:(1-v)=$ $=f_0+(f_0+f_1)v+(f_0+f_1+f_2)v^2+\ldots$, d'où le coeff. de $v^{n-1}=f_0+f_1+\ldots+f_{n-1}=$ $=\Sigma f_n$ et $\Sigma x^nf_n=\Omega(v^{1-n}fxv:(1-v).)$ Ce qui donc vaudra $=\Omega\,\omega f\omega\,\dfrac{1-\omega^{-n}x^n}{\omega-x}$,

et en particulier T sera aussi $={}^{v}\Omega\dfrac{\varphi(c+vx)}{(1-v)v^{n-1}}$ ou $=\Omega\dfrac{x^n\varphi(c+\omega)}{(x-\omega).\omega^{n-1}}$. De leur égalité il s'ensuit une *thèse remarquable sur les intégrales définies*, c'est que *les diverses expressions du résidu Taylorien d'un même ordre (n) sont égales entre eux.* Mais il faut d'abord

Pr. III. *Trouver le résidu (R) de la série Taylorienne par diverses manières.*

1) Il (R) est évidement d'après le problème précédent

$$=\varphi(a+y)-{}^z\Omega\frac{y^n\varphi(a+z)}{(y-z)z^{n-1}}={}^z\Omega\frac{(y-z)z^{n-1}\varphi(y+a)-y^n\varphi(a+z)}{(y-z)z^{n-1}}$$ ou plutôt, puisque

$$\frac{\varphi(a+y)}{y^n}=\frac{\varphi a}{y^n}+\frac{\varphi_1 a}{y^{n-1}}+\ldots+\frac{\varphi_{(n-1)}a}{y}+\varphi_n a+y\,.\,\varphi_{(n+1)}a+y^2\varphi_{(n+2)}a+\ldots$$

$=Fy$, le residu R de $\varphi(a+y)$ est $=y^n.(\varphi_n a+y\varphi_{n+1}a+\ldots)=y^n.(F_0+{}^+Fy)=$

$$=y^n\,\Omega\frac{\omega F\omega}{\omega-y}=y^n\,.\,\Omega\frac{\omega\varphi(a+\omega)}{(\omega-y).\omega^n}=y^n\,\Omega\frac{\varphi(a+\omega)}{(\omega-y).\omega^{n-1}}.$$

2) *Ou autrement.* Puisque $\varphi(a+\nu\omega)=\varphi a+\nu\,\omega\,.\,\varphi_1 a+(\nu\omega)^2\varphi_2 a+(\nu\omega)^n\varphi_n a+\ldots$ et $\left(\frac{r}{\omega}\right)^n.\left(1-\frac{r}{\omega}\right)^{-1}=\left(\frac{r}{\omega}\right)^n\left(1+\frac{r}{\omega}+\frac{r^2}{\omega^2}+\ldots\right)$, nous aurons à l'instant

$$\Omega\left(\frac{r}{\omega}\right)^n\left(1-\frac{r}{\omega}\right)^{-1}\varphi(a+\nu\omega)=(\nu r)^n\varphi_n a+(\nu r)^{n+1}\varphi_{n+1}a+(\nu r)^{n+2}\varphi_{n+2}a+\ldots=$$

au résidu demandé (R) de la fonction développée $\varphi(a+r\nu)=\varphi a+r\nu\,\varphi_1 a+(\nu\nu)^2\varphi_2 a+$ $+\ldots+(r\nu)^{n-1}\varphi_{n-1}a+R\,[=\varphi(a+y)]$, si $R=y^n\varphi_n a+y^{n+1}\varphi_{n+1}a+y^{n+2}\varphi_{n+2}a+\ldots$ à l'infini, et $r\nu=y$. — Ou bien, puisque $(\nu r)^n\varphi_n a=\Omega\left(\frac{r}{\omega}\right)^n\varphi(a+\nu\omega)$, on a à l'instant $R=\Omega\,\varphi(a+\nu\omega).\left(\frac{r}{\omega}\right)^n.\left(1+\frac{r}{\omega}+\left(\frac{r}{\omega}\right)^2+\ldots\right)=\Omega\frac{\left(\frac{r}{\omega}\right)^n.\varphi(a+\nu\omega)}{1-{}^r/_\omega}$, si $\frac{r}{\omega}<1$.

3) *Encore autrement* (par des intégrales définies). Soit $x+y=a=Const.$., $dx=-dy$, et $\int\varphi_1 y\,dx=-\int\varphi_1 y\,dy=A-\varphi y$ et aussi en intégrant par partie $=x.\varphi_1 y-\int x\varphi_{\prime\prime}y\,dy$, et de même $-\int x\varphi_{\prime\prime}y\,dy=\int x\,dx\,\varphi_{\prime\prime}y=\frac{1}{2}x^2\varphi_{\prime\prime}y+\frac{1}{2}\int x^2\varphi_{\prime\prime\prime}y\,dx$ et en général $-\int x^{n-1}\varphi_{\prime n}y\,dy=\int x^{n-1}dx.\varphi_{\prime n}y=\frac{x^n}{n}.\varphi_{\prime n}y+\int\frac{x^n dx}{n}\varphi_{\prime n+1}y$, d'où $A-\varphi y=$

$$=\int\varphi_1 y\,dx=x\varphi_{\prime}y+\tfrac{1}{2}x^2\varphi_{\prime\prime}y+\tfrac{1}{2}.\tfrac{1}{3}x^3\varphi_{\prime\prime\prime}y+\ldots+\frac{x^n}{\Gamma n}\varphi_{\prime n}y+\int\frac{x^n dx}{\Gamma n}\varphi_{\prime n+1}y.$$

Mais en intégrant depuis $x=0$, il faut que le constant A soit ce que φy devient, lorsque $x=0$ ou $y=a$, c'est à dire $A=\varphi a=\varphi y+S+R$, ou $\varphi(x+y)=$ $=\varphi y+S+R$, si $S=x\varphi_1 y+x^2\varphi_2 y+x^3\varphi_3 y+\ldots+x^{n-1}\varphi_{n-1}y$ et $R={}^x\!\int_0 x^{n-1}dx\varphi_n y.n=$ $={}^x\!\int_0 d(x^n)\varphi_n(a-x)$, ($\varphi_2 y$ étant $=\frac{1}{2}\varphi_{\prime\prime}y$, $\varphi_3 y=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}\varphi_{\prime\prime\prime}y$, etc.), où R évidemment est le résidu cherché, dont le premier terme est $x^n.\varphi_n y$, et pour le faire coincider avec résidu précédent, il faut mettre y et a pour x et y, d'où R devient $={}^y\!\int_0 d(y^n).\varphi_n(c-y)$, si puis $c=a+y$.

et 4) en général $\varphi_n x$ étant $= \Omega\, \omega^{-n} . \varphi(x+\omega)$, nous avons donc aussi le résidu $R = {}^y\!\int_0 d(y^n)\, \Omega\, \omega^{-n} . \varphi(c-y+\omega)$, si puis $c = a+y$.

Cor. $\varphi c = \varphi(a+y) = {}^v\Omega \dfrac{y^n \varphi(c+v-y)}{(y-v)\, v^{n-1}} + {}^y\!\int_0 d(y^n)\, \Omega\, \dfrac{\varphi(c-y+\omega)}{\omega^n}$, ou

$$\varphi c = \int_0^1 \frac{du}{1^{nu}} \left(\frac{y^n \varphi(c-y+1^u) . 1^u}{(y-1^u)} + \int_0^y d(y^n)\, \varphi_\iota (c-y+1^u) \right).$$

Donc voi-ci la dite *Thèse:*

En comparant ces diverses valeurs du résidu R, savoir

1) $R = y^n\, \Omega\, \dfrac{\varphi(a+\omega)}{(\omega-y)\,\omega^{n-1}} = y^n\, \Omega \dfrac{\varphi(a+\omega)}{\omega^n (1-{}^y/_\omega)}$ ou

2) $R = \Omega\, \dfrac{({}^r/_\omega)^n \varphi(a+\nu\omega)}{1-{}^r/_\omega}$, (id.), (si $y = \nu . r$).

3) $R = {}^y\!\int_0 d(y^n)\, \varphi_n(c-y)$, si puis $c = a+y$. (F. M. p. 434), ou

4) $R = {}^y\!\int_0 d(y^n)\, \Omega \dfrac{\varphi(c-y+\omega)}{\omega^n}$, (si puis $c = a+y$).

5) $R = (a-x)^n\, \delta^n\, \dfrac{\varphi x - \varphi a}{a-x}$, (ib. 428).

6) $R = \Delta^n\ \dfrac{{}^x\!\Delta\varphi a}{x} : \Delta^n (x^{-n})$ (ib. 424). 7) $R_1 = \Delta\!\int (a+\Delta a-u)^n d\varphi_n u$.

8) $R = \Omega\, \dfrac{(y-\omega)\,\omega^{n-1} \varphi(y+a) - y^n \varphi(a+\omega)}{(y-\omega)\,\omega^{n-1}} = {}^a\!\int_0 (y-v)^{n\cdot 1} n . \varphi_n v . dv$.

On aura donc beaucoup d'égalité entre les Ω ou les intégrales définies y répondantes.

Ex. De trouver le résidu de $\Tau^{x+y} = \Tau^x . \Tau^y$, ou

de $\Tau^y = 1 + y + \dfrac{y^2}{2} + \dfrac{y^3}{2.3} + .. + \dfrac{y^{n-1}}{\Gamma(n-1)} + R$ et $R = \dfrac{y^n}{\Gamma n} + \dfrac{y^{n+1}}{\Gamma(n+1)} + ..$

Res. 1) $R = y^n\, \Omega \dfrac{\Tau^\omega}{(\omega-y)\,\omega^{n-1}}$.

2) $= \Omega \dfrac{({}^r/_\omega)^n . \Tau^{\nu\omega}}{\omega^{n-1} . (\omega - r)} = \int_0^1 du\ \dfrac{r^n\, \Tau^\nu . 1^u}{1^{nu}(1 - r\, 1^{-u})}$, si $\nu r = y$, ${}^r/_\omega < 1$ on $r < 1$, $\nu = {}^y/_r$.

3) $= \int_0^y d(y^n) . {}^\omega\Omega\, \Tau^{c-y+\omega} : \omega^n = \int_0^1 d(y^n) \int_0^1 du\, 1^{-nu}\, \Tau^{c-y+1^u}$.

Pr. IV. De là nous passerons à la *décomposition des fractions.*

Et 1) de séparer la partie entière $m'x$ (d'une fraction ou fonction fx). Soit donc $fx = m'x + r'x : n'x, r < n$, et supposant x près de ∞ et en développant on aura $m'x = {}^+\!fx =$ la p. ascendante (majeure ou avec f_0) $= \Omega\, \omega f\omega : (\omega - x)$, et la fraction propre $r'x : n'x$ sera $= \bar{f}x =$ l. p. désc. $= {}^v\Omega \dfrac{vfv}{x-v}$. (Ces Ω se trouvant bien par

intégr. déf. ou dérivation, mais pour les fractions on trouve $m'x$ par division ou par une dérivation y correspondante, et $r'x$ se présente comme reste.)

2) Décomposer une *fraction propre* et surtout de trouver la fraction A relative à la racine a du dénominateur. Soit elle Ax ou $\varphi x = r^0 x.(x-a)^{-\nu} : n^0 x$, $r^0 x = n^0 x.\psi x$ et $x = a+z$, et on aura $Ax = \psi(a+z).z^{-\nu} = \psi a.z^{-\nu} + \psi_1 a.z^{1-\nu} + + \psi_2 a.z^{2-\nu} + .. + \psi_{\nu-1} a.z + R$, R contenant les parties restantes. Donc la partie cherchée A est $= z^{-\nu} \Sigma z^{\nu} \psi_{\nu} a = \Omega \dfrac{x^{\nu} \psi(x+\omega)}{(x-\omega)\omega^{n-1}}$, mais elle se trouve aussi en divisant $r^0(a+z)$ par $n^0(a+z)$ ou en développant $\psi(a+z)$ en ascendant, ou en cherchant la partie déscendante de $\varphi(a+z) = z^{-\nu}\psi(a+z) = \Omega \dfrac{\omega\varphi(a+\omega)}{x-a-\omega}$, un coefficient quelconque étant $= \Omega\omega^{\nu-m}\varphi(a+\omega) = \psi_m a = \Omega\omega^{-m}\psi(a+\omega)$.

Or on a aussi $\varphi(a+z) = \Omega(\omega^{1-\nu}\psi[(a+\omega):(x-a-\omega)] = \delta_a^{\nu-1}[\psi a:(x-a)] = = \Omega[\omega\varphi(a+\omega):(x-a-\omega)]$.

Et toute la fraction propre est une somme de telles parties $(= \int \Omega\omega\varphi(a+\omega):(x-a-\omega))$ relatives à chaque racine $(\alpha) = \int Ax (= Ax + Bx + ..)$.

En gênéral $\Omega \dfrac{\omega\varphi(a+\omega)}{x-a-\omega} = \Omega \dfrac{\omega^{1-r}\psi(a+\omega)}{x-a-\omega} = \delta_a^{r-1} \dfrac{\psi a}{x-a}$.

Obs. De-là on tire encore l'intégrale (relative à x) $Ax = \int dx\, \Omega \dfrac{\omega\varphi(a+\omega)}{x-a-\omega} = = \Omega\, \omega\varphi(a+\omega)\; L(x-a-\omega)\; U$ et l'on prendra $U^{-1} = a+\omega$, si l'intégrale s'évanouit pour $x=0$, et l'int. totale deviendra $= \int_{\nu} \Omega\omega\varphi(a_{\nu}+\omega)\, L\left(1 - \dfrac{x}{a_{\nu}+\omega}\right)$, a_{ν} étant $(= a$ et$) =$ chaque racine de $n^0 x = 0$. — Mais si a est imaginaire, il faut prendre $2.\cdot\Omega Ax$, ou éloigner i autrement.

Pr. V. *Une équation quelconque ($n^0 x = 0$) étant donnée, en trouver la racine ou une fonction quelconque d'une racine quelconque.*

Dans la section B), si l'équation $n^0 x = 0$ n'a que des racines inégales, nous avons vu que $\underset{r+1}{\Omega} x^{\nu}.\dfrac{m^0 x}{n^0 x} - \underset{r}{\Omega} x^{\nu}.\dfrac{m^0 x}{n^0 x} = a_r^{\nu-1}.\dfrac{m^0 a_r}{n_1^0 a_r}$. Donc en faisant $x^{\nu-1}.m^0 x = = fx.n_1^0 x$, ou en prenant $m^0 x = x^{1-\nu}.n_1^0 x.fx$, si fx est la fonction donnée, qui ne devient infinie dans l'intervalle r), nous aurons $\underset{r+1}{\Omega} \dfrac{x.n_1^0 x.fx}{n^0 x} - \underset{r}{\Omega} \dfrac{x.n_1^0 x fx}{n^0 x} = f(a_r)$, ou brièvement $(\underset{r}{\Delta\Omega})(xfx.d_x Log\, n^0 x) = f(a_r)$, si a_r est la racine de $m^0 x = 0$ qui sépare les intervalles r) et $(r+1)$. En particulier pour la plus petite racine a_0 nous

aurons donc $f(a_0) = \underset{1}{\Omega} xfx \underset{x}{d} L(n^0 x)$. Ou bien, si $fx = xf_1 + x^2 f_2 + ..$ et que nous prenions $m^0 x = n_1^0 x = \delta n^0 x$, nous aurons $a_r^{\,\nu-1} = {}^x\underset{r}{\Delta\Omega} x^\nu . d_x L n^0 x$ et $a_r^{\,\nu} = \underset{r}{\Delta\Omega} x^{\nu+1} \delta L n^0 x$, donc $f(a_r) = a_r f_1 + a_r^2 f_2 + .. = \underset{r}{\Delta\Omega}(x^2 f_1 + x^3 f_2 + ..)\delta L n^0 x = (\underset{r}{\Delta\Omega})(xfx\delta L n^0 x)$ comme auparavant. Or on a p. 24 en général $\Omega xfxd\varphi x = -\Omega x\varphi xdfx$, donc il nous vient $f(a_r) = -{}^x\underset{r}{\Delta\Omega} x\delta fx . L\left(\frac{n^0 x}{c}\right)$ et en particulier $a_r = -\underset{r}{\Delta\Omega} xL\left(\frac{n^0 x}{c}\right)$ et $a_0 = -\underset{1}{\Omega} xL(n^0 x.c)$, si c est une certaine constante. Soit donc $n^0 x = y - \varphi x = 0$ *l'équation* proposée, et nous aurons $a_0 = {}^x\underset{1}{\Omega} xL\frac{c}{y-\varphi x} = \underset{1}{\Omega} xL\frac{-c}{\varphi x} + \underset{1}{\Omega} xL\frac{\varphi x}{\varphi x - y} =$

$$= C + y\Omega\frac{x}{\varphi x} + \frac{y^2}{2}\Omega\frac{x}{(\varphi x)^2} + .. + \frac{y^r}{r}\Omega\frac{x}{(\varphi x)^r} + ..$$

Or si φx est de la forme $x.\psi x$ ou $= x.(\psi_0 + x\psi_1 + x^2\psi_2 + ..)$, il faut évidemment prendre la constante $C = 0$; donc on aura la racine $a_0 = -\Omega xL(1 - {}^y/_{\varphi x})$, et $(\varphi x)^{-r}$ étant $= x^{-r}.(\psi x)^{-r} = x^{-r}(\psi_0^r + + x\psi_1^{-r} + x^2\psi_2^{-r} + ..)$, dans la valeur de la plus petite racine a_0 $(= \bar{\varphi} y)$ le coefficient de y^r ou $\frac{1}{r}.\Omega\frac{x}{(\varphi x)^r}$ sera $= \frac{1}{r}.\psi_{r-1}^{-r}$, (ou une partie aliquote d'un coefficient de $(\psi x)^{-r}$), ce qui est un *théorème* de reversion connu mais démontré d'une manière directe et simple. On a donc $\varphi^{-1} y = a_0 = y.\psi_0^{-1} + \frac{1}{2}y^2.\psi_1^{-2} + \frac{1}{3}y^3.\psi_2^{-3} + .. + \frac{1}{r}y^r.\psi_{r-1}^{-r} + ..$

Par ex. soit $z = L(1+x) = L1^0 x = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - = x.\psi x$ et $(L(1+x))^n = = x^n.({}^nL_0 + x.{}^nL_1 + .)$ ou $\psi_m^n = {}^nL_m$, et $\psi_{r-1}^{-r} = {}^{-r}L_{r-1}$, et la série inverse (ou révertie) sera $= z.{}^{-1}L_0 + \bar{2}z^2.{}^{-2}L_1 + \bar{3}z^3.{}^{-3}L_2 + .. + \bar{n}z^n.{}^{-n}L_{n-1} + ..$ Mais on trouve $x = \Upsilon^z - 1 = \sqcap z = z + \frac{z^2}{2} + \frac{z^3}{2.3} + .. + \frac{z^n}{\Gamma n} + ..$ Donc il faut que ${}^{-n}L_{n-1}$ soit $= n : \Gamma n = 1 : \Gamma(n-1)$, ce qui s'ensuit aussi des propriétés de ces coefficients, dont la principale est: $(\nu+\mu).{}^\mu L_\nu = \mu.{}^{\mu-1}L_\nu - (\mu+\nu-1).{}^\mu L_{\nu-1}$, laquelle en particulier, lorsque $\mu = -\nu$, devient ${}^{-\nu}L_{\nu-1} = \nu.{}^{-\nu-1}L_\nu$. V. F. M. p. 348.

2 Ex. soit $z = (1+x)L(1+x) = D(1+x)$, et nous aurons $z^n = (1+x)^n.(L(1+x))^n = = \int n_\nu x^\nu . \int {}^nL_\mu x^\mu = \int\int n_\nu {}^nL_\mu x^x = x^n \int \psi_x^n x^x$, si $x = \mu + \nu$, d'où s'ensuit $\psi_x^n = \doteq \int n_\nu {}^nL_{x-\nu}$ et en particulier $\psi_{r-1}^{-r} = \int(-r)_\nu . {}^{-r}L_{r-1-\nu}$. Donc $x = z - \frac{z^2}{2} +$

$$+ \frac{2z^3}{3} - \frac{9}{2}.\frac{z^4}{4} + \frac{32}{3}.\frac{z^5}{5} + \text{etc., si } z = x + \frac{x^2}{1.2} - \frac{x^3}{2.3} + \frac{x^4}{3.4} - \frac{x^5}{4.5} + \text{etc.}$$

V. Fund. M. p. 399 sq.

Pr. V. φ étant $=\varphi_0 . c+\varphi_1 . c^2+\varphi_2 . c^3+\ldots=\Phi c$, et $f=f_0 . c+f_1 . c^2+f_2 . c^3+..$ trouver f en φ ou $=a_0\varphi+a_1\varphi^2+a_2\varphi^3+..$, (par *l'élimination* de la plus petite racine c). Rés. Par reversion on trouve $c=-{}^v\Omega v L\left(1-\frac{\varphi}{\varphi v}\right), c^2=-\Omega 2v^2 L\left(1-\frac{\varphi}{\varphi v}\right)$

et en général $c^\nu=-{}^v\Omega\nu c^\nu L\left(1-\frac{\varphi}{\varphi v}\right)$, d'où $f=$

$-\Omega(f_0 . v+f_1 . 2v^2+f_2 . 3v^3+..) L\left(1-\frac{\varphi}{\varphi v}\right)=f=-{}^v\Omega v\delta f v L\left(1-\frac{\varphi}{\varphi v}\right).$

Ou Algébriquement. En mettant pour φ sa valeur, on trouve

$$f=a_0(\varphi_0 . c+\varphi_1 . c^2+\varphi_2 . c^3+..),\quad \text{si } \varphi^n=c^n . (\varphi_0{}^n+c\varphi_1^n+c^2\varphi_2^n+..)$$
$$+a_1(\varphi_0^2 . c^2+\varphi_1^2 . c^3+\varphi_2^2 . c^4+..)\qquad ={}^\nu\Gamma c^{n+\nu}\varphi_\nu^n.$$
$$+a_2 . (c^3\varphi_0^3+c^4 . \varphi_1^3+..)+..$$

D'où vient pour a_ν ces équations, lesquelles donnent

$a_0\varphi_0=f_0$	$a_0=f_0 . \varphi_0^{-1}$
$a_0\varphi_1+a_1 . \varphi_0^2=f_1$	$a_1=f_1\varphi_0^{-2}+f_0 . \varphi_1^{-1}:\varphi_0$
$a_0\varphi_2+a_1 . \varphi_1^2+a_2\varphi_0^3=f_2$	$a_2=f_2\varphi_0^{-3}+f_1 . \varphi_1^{-2}\varphi_0^{-1}+\frac{1}{3}f_0 . \varphi_2^{-3}$,
$a_0\varphi_3^1+a_1 . \varphi_2^2+a_2 . \varphi_1^3+a_3 . \varphi_0^4=f_3$, etc.	$4a_3=4f_3\varphi_0^{-4}+3f_2 . \varphi_1^{-4}+2f_1 . \varphi_2^{-4}+f_0 . \varphi_3^{-4}$, etc.

Cor. Ces séries (a_n) sont donc summables par Ω ou $\int_1^0$. (V. Fund. M. p. 399). Or φ_ν^r est ${}^r\varphi_\nu=I^\nu(\varphi_0)^r$. (ib. 332.)

1 Ex. φ étant $=c-\overline{3} . c^3$, et $1+c^2=dc:da$, on démande a $(=\lrcorner c)$ en φ. Rés. $a=\varphi+0,2 . \varphi^5+4\,\overline{.21} . \varphi^7+\overline{3} . \varphi^9+\ldots$

2 Ex. $\varphi=c-c^3$ et $(1-c^2) . f=1+c^2$? $. f=1+2c^2+6c^4+24c^6+110c^8+N . c^{2\nu}+.., 2c>1$ et $N=$ entier (496, etc.).

3 Ex. $\varphi=c+c^3$ et $f=(1+2c^2)^{-1}=1-2c^1+2^2c^4-\ldots f_1 c=-4c . (1+2c^2)^{-2}=$ $=-4c(1-4c^2+ . 2^2\, c^4-\ldots)$, donc $f=\Omega 4v^2(1+2v^2)^{-2}L(1-\varphi:v(1+v^2))$.

Or $\varphi_1 . f=1$, et du Theor. p. 33′ nous tirâmes $d\frac{13}{3}44$ ce

Cor. Si $y=c . \Phi c$, on a $d_y c=\Omega(\Phi^y/_\omega-\omega)^{-1}=c_1$.

Donc à présent $y=\varphi, \varphi c=1+c^2$ et $c_1=\Omega\left(1-\omega+\frac{\varphi^2}{\omega^2}\right)^{-1}$ et la seule question est *d'évaluer* $c_1=\Omega\Gamma(\omega-\varphi^2\omega^{-2})^\nu$. Mais en faisant $\varphi=\omega . v$, $\Omega(\omega-v^2)^\nu$ se trouve $=0$, lorsque ν est $=3n\pm 1$; donc $c_1=\Omega\Gamma(\omega-v^2)^{3\nu}=\Omega(1-(\omega-v^2)^3)^{-1}$ ou $c_1=1-3\varphi^2+6_2\varphi^4-9_3\varphi^6+12_4\varphi^8-..=f$.

Cor. Si $y=c . \varphi c$, on a $c=\Omega\int(\varphi^y/_\omega-\omega)^{-1}dy$ par une intégration simple ou au plus double.

Cor. Si $x^n+x=q\ (=\Phi x)$, on a la série de Lambert

$x = q - q^n + nq^{2n-1} - \frac{1}{2} n.(3n-1)q^{3n-2} + \frac{\cdot}{4}.(4n)_3.q^{4n-3} - \frac{1}{5}.(5n)_4.q^{5n-4} + \ldots$ (et $z^r = a^r.(1 + r.(q + \overline{2}.(r+1-2n).q^2 + \overline{3}.(r+2-3n)_2.q^3 + \overline{4}.(r+3-4n)_3.q^4 + ..)$, si $z = az^{-1} + a^n.z^{-n}.q$), dont plusieurs se sont occupé, et surtout Russel et Harley l'ont réduit à une int. définie double et à une éq. differ. (Mais notre formule $x^\nu + \Omega\nu\omega^\nu L(1 - q:\Phi\omega) = 0$ est bien plus simple?)

Cor. On aura de même une démonstration également simple du *Théor. de La Grange*. Car soit l'équation proposée $x = z + y\varphi x$ et par suite $n^0 x = z - x + y\varphi x$, nous aurons $x = a_0 = {}^x\underset{1}{\Omega} x L \frac{c}{z-x+y\varphi x} = \underset{1}{\Omega} x L \frac{c}{x-z} - \underset{1}{\Omega} x L\left(1 - \frac{y\varphi x}{x-z}\right)$

$$\text{et } fx = fa_0 = \underset{1}{\Omega} xf_1 xL \frac{c}{z-x+y\varphi x} = \underset{1}{\Omega} xf_1 x L \frac{c}{x-z} - \underset{1}{\Omega} xf_1 x L\left(1 - \frac{y\varphi x}{x-z}\right) =$$

$$= Cst + \underset{1}{\Omega} xf_1\, xL \frac{1}{1-{}^z/_x} + y\Omega \frac{xf_1 x\varphi x}{x-z} + \frac{y^2}{2}.\Omega \frac{xf_1 x.(\varphi x)^2}{(x-z)^2} +$$

$+ .. + \frac{y^r}{r}.\Omega \frac{xf_1 x(\varphi x)^r}{(x-z)^r} + \ldots$ Or on sait déjà que ${}^x\Omega \frac{\Phi x}{(x-z)^n} = \delta_z^{n-1}\,\Omega \frac{\Phi x}{x-z}$ et $\Omega \frac{x\psi x}{x-z} = \psi z$, si ψz n'a de partie déscendante; donc le coefficient de $\frac{y^r}{r}$ est $=$ $= \Omega \frac{xf_1 x(\varphi x)^r}{(x-z)^r} = \delta_z^{r-1}\Omega \frac{xf_1 x(\varphi x)^r}{x-z} = \delta_z^{r-1}(f_1 z.(\varphi z)^r)$, ce qui constitue le dit théorème. En même temps on voit qu'il faut que $f_1 x.(\varphi x)^r$ soit dèveloppable en des séries tout ascendantes ou qui n'ont des termes de la forme $c.x^{-n}$. Quant au premier terme $\underset{1}{\Omega} xf_1 xL \frac{x}{x-z}$, il vaut d'après théor. 5 Cor. $4. = \int dz \underset{1}{\Omega} \frac{xf_1 x}{x-z} =$ $= \int \frac{dz}{z}.(zf_1 z) = fz$. Mais ce n'est que la plus petite racine ou sa fonction qu'on trouve par-là. Or en général $f(a_r)$ étant $= \Delta \underset{1}{\Omega} xfx\delta Ln^0 x$ et $f(a_{r+1}) =$ $= \Delta \underset{r+1}{\Omega} xfx\delta L(n^0 x), f(a_{r+2}) = \Delta \underset{r+2}{\Omega} xfx\delta Ln^0 x .., f(a_{r+m}) = \Delta \underset{r+m}{\Omega} xfx\delta Ln^0 x$, nous aurons la sommes des fonctions semblables de quelques racines $fa_r + fa_{r+1} + fa_{r+2} +$ $+ .. + fa_{r+m} = \left(\Delta \underset{r}{\Omega} + \Delta \underset{r+1}{\Omega} + \Delta \underset{r+2}{\Omega} + .. + \Delta \underset{r+m}{\Omega}\right) xfx\delta Ln^0 x = \left(\underset{r+m+1}{\Omega} - \underset{r}{\Omega}\right) xfx\delta Ln^0 x =$ $= \underset{r+m+1}{\Omega} xfx\delta Ln^0 x - \underset{r}{\Omega} xfx\delta Ln^0 x$. Donc en attribuant diverses valeurs à fx, comme $fx = x, x^2, x^3 ..$, on aura un nombre suffisant d'équations pour *déterminer celles des racines consécutives qu'on voudra*, (leur ordre se comptant d'après la grandeur de leurs modules). Or cette matière mérite un exposition spéciale plus étendue, ce que nous laissons à ceux qui jouissent de plus de loisir que nous. Quant à nous, il nous faut cette fois nous borner aux details suivants. Du reste nous

composâmes, il y a depuis longtemps, un ample traité sur la résolution des éq. déterminées. V. B) et les Ex. du 2^0 p. 15′.

Si $u--z = u^n = v$ et $n.r = 1$, et $v^r = z+v$, on a (F. M. 407) $v = z^n + nz^{2n-1} + \bar{3}.(3n)_2.z^{3n-2} + = zn.\int(\overline{\nu+1})((\nu+1)n)_\nu z^{\nu(n-1)}$, et cette série donne *les racines*, si r est entier (ou même $r:m$), z^n étant $=\sqrt[r]{z}.\sqrt[3]{1^\nu}$. — Ainsi si $3=r$, $a^2\beta = 3^{-4}b^3$, $x^3 = a+bx$, et $\alpha^{-3} = a$, on a $x = \left\{\begin{array}{l}\alpha^{-1}.(1-\beta-4\beta^2+\ldots) = A:\alpha+\\ +\dot{\bar{3}}.b\alpha(1+\beta+5\beta^2+) = +B.\alpha\end{array}\right\}$ et aussi $x = \alpha^{-1}.A\sqrt[3]{1^2} + aB.\sqrt[3]{1}$.

Ex. $v^3 = v+1$, (où $1 >$ min. $2.3^{-1,5} = 0{,}383$); $v = 3^{-9}.(19428\sqrt[3]{1^2} + 6647\sqrt[3]{1}) = 1{,}324$ ou $= 0{,}662 \pm 0{,}325.\sqrt{-3}$. (Autrement $u = \sqrt[3]{(1+u)}$ devient par quelques itérations $= 1{,}32474$.)

Dans les limites de converg. on trouve donc toutes les racines de l'équation trinome ou même d'une éq. quelconque, et dans d'autres par plusieurs séries; mais il faut bien noter les intervalles (V. p. 3). Du reste il nous faut différer cette tache et plusieurs d'autres, comme la décomposition (plus amplement traitée en svedois), les racines imaginaires (de même en François et en latin, V. F. M. p. 413) — et diverses applications moins élementaires — l'interpolation des dérivées et l'intégration des éq. différentielles.

La racine de $v^r = z+v$ étant $v = z^n \textstyle\int \nu^{-1}.(\nu n)_{\nu-1}.z^{(\nu-1).(n-1)}$ et $nr=1$, $x^r=1$, on peut dissoudre v en $\textstyle\int x^\mu s_\mu$ et considérer s_μ comme les vrais élements des racines trinomes et les exprimer par des intégrales définies ou des séries qu'il faut étudier particulierement. Mais ces détails et la théorie de ces racines, il nous faut les laisser à présent.

Nous observons seulement que chaque Ω nous donne deux intégrales. Ainsi dans l'ex 3 p. 25′ si $f = L, a \leq v \leq 1$ et $ev = 1^u$, on a $L(1+a) = {}^v\Omega[L(1+av^{-1}).v:(1-v)] = \int 1^u du.L(1+ae\,1^{-u})\,(e-1^u)^{-1}du = \int \frac{(Cu+iSu)}{e-Cu-iSu}\,L\,(1+ae\,Cu - ae.iSu) = \int(P+iR)(\mathfrak{L} - i.D)\,du$, si $\mathfrak{L} = L\sqrt{(1+2aeCu+a^2e^2)}$, $D = \mathcal{L}\,\frac{aeSu}{1+aeCu}$, $2^0e = e^2 - 2eCu + 1$, $2^0e.P = eCu - 1$, $2^0e.R = eSu$. Donc $L(1+a) = \int(P\mathfrak{L}+RD)du$ et $\int R\mathfrak{L}du = \int PDdu$, qui se réduisent à des dilogarithmes.

De l'ex. 3 p. 25′ nous *trouvons les parties d'une fonction imaginaire* en posant $c^2 = -1 = i^2$, d'où $f(a+bi)_0 = \Omega\omega^2 f(a+b\omega):(\omega^2+1)$, ce que le cel. Abel a trouvé $= \pi^{-1}.b.{}^{\pm\infty}\int vdv(\Upsilon^{-v^2v}.{}^{\pm\infty}\int f(a+t)\Upsilon^{-v^2t}dt)$. Cette intégrale double se simplifie donc.

Några satser om plana algebraiska kurvors Normaler;

af

A. V. BÄCKLUND.

(Meddeladt Physiographiska Sällskapet den 15 December 1869).

§ I. *Allmänna satser om plana algebraiska kurvor i samma nät eller i serier af bestämda indices.*

1. Om tvenne kurvor C_m och C_n, den första af m:te och den andra af n:te ordningen, äro gifna, så finnes en viss kurva, på hvilken hvarje punkt är af den beskaffenheten att dess räta polarlinie resp. C_m skär dess räta polarlinie resp. C_n vinkelrät. Vi bestämma den närmare på följande sätt:

I de gifna kurvornas plan fixera vi en punkt O såsom spets för en rät vinkel. De punkter, i hvilka vinkelns sidor skära räta linien oändligt långt borta, kalla vi c, c'. Då äro skärningspunkterna emellan första polaren för c resp. C_m och första polaren för c' resp. C_n poler, respektive de gifna kurvorna, till räta linier parallela med Oc, Oc' och sålunda vinkelräta mot hvarandra. När vinkeln vrider sig kring O, beskrifva c och c' två homografiska punktserier och första polaren för c respektive C_m beskrifver då en knippa kurvor af $m-1$:sta ordningen, homografisk med den knippa kurvor af $n-1$:sta ordningen, som första polaren för c' respektive C_n beskrifver. Orten för skärningspunkterna emellan de ett och samma läge af vinkeln cOc' motsvarande kurvorna i dessa båda knippor är den ifrågavarande kurvan. Denna kurva är följaktligen af ordningen $m+n-2$ och den går genom de båda polarknippornas basispunkter: d. v. s.

Orten för en punkt, hvars räta polarlinier respektive C_m och C_n äro vinkelräta mot hvarandra, är en kurva af ordningen $m+n-2$, som går genom dessa kurvors dubbelpunkter och spetsar, tangerar i de sednare punkterna återvändstangenterna samt dessutom innehåller polerna, respektive hvardera af de båda kurvorna, till räta linien oändligt långt borta.

Anmärkning. Af den sednare delen i denna sats framgår, att räta linien oändligt långt borta skall kunna betraktas såsom normal mot hvarje på ändligt afstånd i planet befintlig äfvensom hvarje imaginär rät linie, d. ä. kortligen såsom normal mot figurerna i planet. Att i frågor af föregående art den räta linien oändligt långt borta skulle ingå, uppfyllande detta vilkor, följer deraf att denna linie är till sin riktning fullkomligt obestämd.

2. De i det föregående betraktade homografiska punktserierna c, c' hafva tveune imaginära dubbelpunkter $\varepsilon, \varepsilon'$, hvilka äro de oändligt långt bort belägna imaginära punkterna på cirkeln. De (imaginära) $2(m-1)(n-1)$ punkter, i hvilka första polarerna för $\varepsilon, \varepsilon'$ respektive C_m skära motsvarande första polarer för samma punkter resp. C_n, ligga sålunda på den i (1) afhandlade orten. De utgöra tillsamman med de $(m-1)^2$ maximi- och minimipunkterna [1]) till C_m samt de $(n-1)^2$ maximi- och minimipunkterna till C_n, skärningspunkterna mellan denna ort och orten för de punkter, hvilkas räta polarlinier resp. C_m och C_n äro parallela. Denna ort är ock, såsom genererad af skärningspunkterna emellan första polarerna, respektive C_m och C_n, för samma punkt c oändligt långt borta, af ordningen $m+n-2$.

Af det här nämda framgår, att (imaginära) paret första polarer för $\varepsilon, \varepsilon'$ respektive en gifven kurva innehåller, utom denna kurvas maximi- och minimipunkter, samtliga de (imaginära) punkter, hvilkas (imaginära) räta polarlinier respektive denna samma kurva äro sina egna perpendiklar. Detta förklaras ock deraf, att dessa räta polarlinier gå genom ε eller ε' och att sålunda hvarje (konjugat-) par af dem är paret dubbelstrålar till de två homografiska linieknippor, hvilka sidorna till en rät vinkel beskrifva, när vinkeln vrider sig kring sin spets.

3. En kurva C_m af m:te ordningen samt en knippa kurvor C_n af n:te ordningen äro gifna. Orterna för polerna till de mot hvarandra normala räta polarlinierna respektive C_m och de serskilda C_n bilda tillsamman en knippa kurvor, emedan, såsom vi skola visa, endast *en* dylik kurva kan läggas genom en i planet godtyckligt tagen punkt p. Kalla vi P räta polarlinien för p respektive C_m samt den punkt, i hvilken räta polarlinierna för p respektive knippans C_n kurvor skära hvarandra, för o, så bestämmer perpendikeln från o till P en enda kurva $C^0{}_n$ i knippan C_n, respektive hvilken den är rät polarlinie för p såsom pol. Orten för polerna till de normala räta polarlinierna respektive C_m och $C^0{}_n$ är sålunda af så beskaffade orter respektive C_m och någon C_n den enda, som går genom p.

[1]) D. v. s. punkter hvilka, när kurvans equation är $f(x,y)=0$, satisfiera equationerna $f'(x)=0, f'(y)=0$; sålunda dubbelpunkterna, spetsarne och polerna till räta linien oändligt långt borta.

Härmed är ock bevisadt att dessa orter bilda en med knippan C_n homografisk knippa: de i dessa båda knippor motsvarande kurvorna generera följaktligen en kurva af ordningen $m+2n-2$, som går genom de båda knippornas basispunkter.

Detta tillsamman med satsen i (1) bevisar, att

Orten för en punkt p, genom hvilken en kurva i knippan C_n går med en tangent i denna punkt vinkelrät mot räta polarlinien för p respektive C_m: är en kurva M af ordningen $m+2n-2$, som går genom knippans C_n basispunkter, dubbelpunkter och spetsar, genom maximi- och minimipunkterna till C_m samt serskildt i denna sednare kurvas spetsar tangerar dess återvändstangenter.

Denna ort skär sålunda C_m utom i dess δ dubbelpunkter och $\varkappa$ spetsar, i $m(m+2n-2)-2\delta-3\varkappa$ punkter; hvaraf följer:

I en knippa kurvor af n:te ordningen finnas i allmähet $m(m+2n-2)-2\delta-3\varkappa$ kurvor, som i någon punkt skära normalt en gifven kurva af m:te ordningen med δ dubbelpunkter och $\varkappa$ spetsar.

Vi antaga i de nästföljande artiklarne att C_m saknar dubbelpunkter och spetsar samt gifva endast i anmärkningar de för en allmännare diskussion, af det fall att C_m har δ dubbelpunkter och $\varkappa$ spetsar, nödvändiga data.

4. Gifna äro en kurva C_m af m:te ordningen samt ett geometriskt nät kurvor C_n af n:te ordningen. I detta nät kunna vi anse hvarje serskild kurva C_n på det sättet motsvara hvarje serskild punkt i planet såsom pol, att alla de kurvor i nätet, hvilka gå genom en och samma punkt och som sålunda bilda en knippa, hafva sina motsvarande punkter (poler) på en och samma räta linie, och omvändt, så att punkter på samma räta linie motsvara endast en knippa kurvor i nätet: kortligen, vi kunna betrakta C_n såsom ett första polarnät respektive en (verklig eller ideel) kurva C_{n+1} af $n+1$:sta ordningen [1]). Af den sista satsen i föregående artikel härleder man då, att

Orten för de punkter, hvilkas motsvarande kurvor i ett gifvet nät C_n skära en gifven kurva C_m i någon punkt vinkelrät, är en kurva J af ordningen $m(m+2n-2)$.

Anm. Skulle C_m hafva δ dubbelpunkter och $\varkappa$ spetsar, så vore detta ordningstal i st. $m(m+2n-2)-2\delta-3\varkappa$.

5. Klassen för denna ort bestämmes genom antalet af de bland dess tangenter, hvilka gå genom en godtyckligt tagen punkt i. Teckna vi med p polen till den kurva C_n som skär C_m vinkelrät i a, samt med p' polen till den kurva C'_n,

[1]) Det berättigade till ett dylikt betrakselsesätt bevisas utförligt i Tillägget *Ueber geometrische Netze* till tyska bearbetningen af *Cremonas* verk: *Introduzione ad una teoria geometrica delle curve piane*, utgifven af *Curtze*, Greifswald 1865.

som skär C_m vinkelrät i den a nästgränsande punkten a', så är räta linien pp' tangent till J i punkten p samt att betrakta såsom rät polarlinie respektive C_{n+1} för punkterna $(C_n C'_n)$ såsom poler. Skall åter denna tangent gå genom i, så måste dess poler ligga på den i motsvarande kurvan $C^0{}_n$. De punkter, i hvilka denna sednare kurva skär orten för skärningspunkterna $(C_n C'_n)$, äro sålunda, fördelade i grupper bestående hvardera af n^2 punkter, grupper af poler resp. C_{n+1} för de tangenter till J, som gå genom i. Emedan vidare kurvan M (art. 3), som motsvarar C_m och knippan, bestämd genom C_n och C'_n, går genom a och a', d. ä. tangerar C_m i a; samt omvändt, emedan af de kurvor M, som motsvara C_m och de serskilda knipporna i nätet med basispunkter på $C^0{}_n$, endast de kurvor kunna tangera C_m, som motsvara knippor $(C_n C'_n)$, hvilkas basispunkter äro poler respektive C_{n+1} för tangenter till J gående genom i: så är dessa sednares antal lika med antalet af de bland dessa kurvor M, hvilka tangera C_m.

Kurvorna M respektive C_m och de knippor i nätet C_n, hvilkas basispunkter ligga på $C^0{}_n$, bilda tillsamman en knippa, emedan genom en i planet godtyckligt tagen punkt p endast en dylik kurva kan läggas. Punkten p bestämmer nemligen räta polarlinien P respektive C_m och en (enda) kurva C'_n i nätet, som i p har perpendikeln mot P såsom tangent; genom denna kurva C'_n tillsamman med den förut nämda $C^0{}_n$ är den (enda) knippa kurvor gifven, hvars basispunkter ligga på $C^0{}_n$ och hvars motsvarande ort M går genom p.

Bland denna knippas kurvor, såsom varande af ordningen $m+2n-2$, finnas åter i allmänhet $m(3m+4n-7)$ tangerande C_m; hvaraf slutligen:

Orten J är af klassen $m(3m+4n-7)$.

Anm. Om C_m har δ dubbelpunkter och $\varkappa$ spetsar, blir klassen för J i st. blott $m(3m+4n-7)-6\delta-8\varkappa$. Ty ej flera kurvor M finnas som tangera C_m eller, som är detsamma, ej flera skärningspunkter, utom kurvans C_m dubbelpunkter och spetsar, emellan C_m samt *Jacobis kurva* för C_m och den förut betraktade knippan M.

6. Om räta linien pp' är en inflexionstangent till J, d. ä. om tre nästgränsande punkter p, p', p'' ligga på en rät linie, måste denna linies poler respektive C_{n+1} vara basispunkter för en till nätet C_n hörande knippa kurvor, bland hvilka tre, motsvarande p, p', p'', stå vinkelräta emot C_m i tre nästgränsande punkter a, a', a''. Kurvan M, som motsvarar C_m och denna knippa, oskulerar sålunda C_m i a, och omvändt, hvarje kurva M, relative C_m och någon knippa i nätet C_n, med denna egenskap, bestämmer en inflexionstangent till J. Antalet af denna orts inflexionstangenter är derföre lika med antalet af de, C_m och knipporna i nätet C_n motsvarande, kurvor M som oskulera C_m.

Kurvorna M bilda sjelfva ett nät, ty, såsom lätt framgår på samma sätt som i föreg. art. bevisades om de derstädes afhandlade kurvorna M att de bilda en knippa, genom två i planet godtyckligt tagna punkter går blott en af dessa kurvor. Häraf följer att ibland dem, såsom varande af ordningen $m+2n-2$, finnas i allmänhet $3m(2m+2n-5)$ kurvor som oskulera C_m; och sålunda:

Orten J har $3m(2m+2n-5)$ inflexionspunkter.

Anm. Om C_m skulle hafva δ dubbelpunkter och $\varkappa$ spetsar, vore dessa punkters antal endast $3m(2m+2n-5)-12\delta-15\varkappa$.

7. Af de nu angifva värdena för ordningen, klassen och antalet inflexionspunkter hos J härledas enligt *Plückers* formler de öfriga singulariteterna hos denna kurva. Man finner sålunda att *J saknar spetsar, men har* $\frac{1}{2}m^2(m+2n)\times$ $\times(m+2n-4)-\frac{3}{2}m(2n-3)$ *dubbelpunkter.*

Af detta sednare bevisas, alldenstund en dubbelpunkt nödvändigt motsvarar en kurva i nätet, som i *två* punkter skär C_m normalt, att

I ett geometriskt nät kurvor af n:te ordningen finnas i allmänhet $\frac{1}{2}m^2(m+2n)\times$ $\times(m+2n-4)-\frac{3}{2}m(2n-3)$ *kurvor, som i två serskilda punkter äro vinkelräta mot en gifven kurva af m:te ordningen, som saknar dubbelpunkter och spetsar.*

Konstruktionen af dessa kurvor utföres, enligt föregående, genom konstruktionen af dubbelpunkterna till orten J, hvilka äro de för alla första polarer respektive denna ort gemensamma punkterna.

8. I närmaste sammanhang med denna sats framställer sig frågan om antalet af de kurvor i nätet, hvilka på samma gång tangera och äro normala mot C_m. Dessa äro tydligen de kurvor, hvilkas motsvarande punkter (poler respektive C_{n+1}) äro skärningspunkter emellan orten J och orten K för de punkter, hvilkas motsvarande kurvor i nätet C_n tangera C_m. Denna kurva K är af ordningen $m(m+2n-3)$ [1]) och skär sålunda J i $m^2(m+2n-2)(m+2n-3)$ punkter, bland hvilka vissa likväl ständigt äro imaginära, såsom motsvarande de kurvor i nätet hvilka i en och samma punkt tangera och äro normala mot C_m. Enligt (2) äro dessa kurvor bestämda genom vilkoret att tangera C_m i någon af denna kurvas skär-

[1]) eller $m(m+2n-3)-2\delta-3\varkappa$, om C_m har δ dubbelpunkter och $\varkappa$ spetsar.

ningspunkter med dess första polarpar respektive $\varepsilon, \varepsilon'$, de oändligt långt bort belägna imaginära punkterna på cirkeln. Dessa $2m(m-1)$ [1]) punkter, hvilkas tangenter sålunda äro en cirkels asymptoter, teckna vi kortligen med p och de punkter, hvilka motsvara de genom dem på nämnda sätt bestämda kurvorna i nätet, utmärka vi med e.

Emedan tangenten till K i e är räta polarlinien för p respektive C_{n+1} samt tangenten till J i samma punkt e är räta polarlinien respektive C_{n+1} för någon, hvilken som heldst, af skärningspunkterna emellan två kurvor, den ena skärande C_m normalt i p, den andra i nästgränsande punkt (5), samt den första af dessa kurvor, på grund af normalens i p egenskap att sammanfalla med sin tangent, äfven tangerar C_m i p; så följer att tangenten till J i e är räta polarlinien för p respektive C_{n+1} och att sålunda *kurvorna J och K tangera hvarandra i de $2m(m-1)$ punkterna e.* Deras öfriga skärningspunkter äro sålunda till antalet $m^2(m+2n-2)\times$ $\times(m+2n-3)-4m(m-1)$ och deraf följer:

I ett geometriskt nät kurvor af n:te ordningen finnas i allmänhet $m^2(m+2n)\times$ $\times(m+2n-5)+2m(m+2)$ kurvor, som i en punkt tangera och i en annan äro normala mot en gifven kurva af m:te ordningen, som saknar dubbelpunkter och spetsar.

Medelst skärningspunkterna emellan J och K äro dessa kurvor konstruerade.

9. *I ett nät kurvor af n:te ordningen finnas i allmänhet $mm'(m+2n-2)\times$ $\times(m'+2n-2)$ kurvor, hvilka äro normala mot två gifva kurvor $C_m, C_{m'}$ af m:te och m':te ordningen respektive, båda saknande dubbelpunkter och spetsar.*

Dessa kurvor motsvara skärningspunkterna emellan orterna J respektive C_m och $C_{m'}$.

I ett nät kurvor af n:te ordningen finnas i allmänhet $mm'(m+2n-2)\times$ $\times(m'+2n-3)$ kurvor, som i en punkt äro normala mot C_m och i en punkt tangera $C_{m'}$.

Dessa kurvors motsvarande punkter äro skärningspunkterna emellan orten J respektive C_m och orten K resp. $C_{m'}$.

10. De i (3) för en knippa kurvor bevisade satserna kunna med lätthet generaliseras för kurvor i en serie, som på det sättet är bestämd, att μ kurvor i serien gå genom samma punkt, hvilken som heldst i planet, och att ν kurvor tangera samma räta linie, hvilken som heldst i planet: en serie som vi i det följande kortligen skola utmärka genom beteckningen (μ, ν).

---

[1]) $2m(m-1)-4\delta-6\varkappa$, utom dubbelpunkterna och spetsarne, i fall C_m har δ punkter af det förra och $\varkappa$ af det sednare slaget.

Så härleder man ordningen af orten för den punkt p, genom hvilken en kurva i serien (μ, ν) går med en tangent i denna punkt vinkelrät mot räta polarlinien för p respektive en gifven kurva C_m af m:te ordningen och n:te klassen, ur följande tvenne theoremer:

Orten för beröringspunkterna emellan seriens (μ, ν) kurvor med räta linier genom en gifven punkt o är af ordningen $\mu + \nu$ och går μ gånger genom o.

Enveloppen af räta polarlinierna resp. C_m för punkterna på en gifven rät linie, som innehåller δ_1 dubbelpunkter och är återvändstangent till $\varkappa_1$ spetsar på C_m, är af klassen $m - 1 - \delta_1 - 2\varkappa_1$.

Vi utföra vidare den föresatta bestämningen på följande sätt:

En punkt a på en rät linie L, om hvilken vi tillsvidare förutsätta att den ej går genom någon dubbelpunkt eller spets på C_m, bestämmer en rät polarlinie P respektive C_m och dermed $\mu + \nu$ punkter b på L, hvilka äro beröringspunkter emellan kurvor i (μ, ν) och perpendiklar emot P. Omvändt, en punkt b på L bestämmer μ kurvor i (μ, ν) gående genom b, i denna punkt hafvande tangenter, mot hvilka $\mu(m - 1)$ perpendiklar finnas, som äro räta polarlinier resp. C_m för punkter a på L. Sålunda: en punkt a bestämmer $\mu + \nu$ punkter b och en punkt b bestämmer $\mu(m - 1)$ punkter a, så att mellan afstånden oa, ob från punkterna a, b till en fast punkt o på L en equation består som är af $\mu(m - 1)$:graden i afseende på oa och af $\mu + \nu$:te graden i afseende ob; på L finnas derföre $\mu m + \nu$ punkter, i hvilka en punkt a sammanfaller med en motsvarande punkt b, d. ä. punkter på den sökta orten.

Om L går genom en dubbelpunkt eller spets på C_m, så äro de b motsvarande punkterna a (utom dubbelpunkten eller spetsen sjelf) till antalet endast $\mu(m - 2)$; och, är L dessutom en återvändstangent, så är detta antal endast $\mu(m - 3)$. Detta bevisar att dubbelpunkten eller spetsen gäller såsom μ skärningspunkter emellan den ifrågavarande orten och en godtycklig transversal, spetsen dessutom såsom 2μ skärningspunkter med återvändstangenten.

Vi sammanfatta dessa resultater i följande sats:

Orten för en punkt p, genom hvilken någon kurva i serien (μ, ν) går med en tangent i denna punkt vinkelrät mot räta polarlinien för p respektive C_m, är af ordningen $\mu m + \nu$ och går μ gånger genom hvarje dubbelpunkt och spets på C_m; i dessa sednare punkter hafva vidare de μ grenarne en $\mu + 1$:punktig beröring med återvändstangenterna.

Denna ort skär sålunda C_m, utom i dess δ dubbelpunkter och $\varkappa$ spetsar, i $(\mu m + \nu)m - 2\mu\delta - 3\mu\varkappa = m(\mu + \nu) + \mu . n$ punkter, om med n utmärkes klassen för kurvan C_m. Detta bevisar, att

I en serie (μ, ν) *finnas* $m(\mu+\nu)+\mu \, . \, n$ *kurvor, hvilka i någon punkt stå vinkelräta mot en gifven kurva af m:te ordningen och n:te klassen.*

Häraf följer omedelbart en bestämning af antalet koniska sektioner som uppfylla vissa fem vilkor, sådana som t. ex.: att tangera fyra gifna räta linier och att skära C_m normalt; deras antal är $3m+2n$, emedan i detta fall $\mu=2$, $\nu=1$; eller att gå genom två punkter, tangera två räta linier och att skära C_m normalt: deras antal är $4(n+2m)$; o. s. v.

11. *Kurvorna i serien* (μ, ν) *skära kurvorna i en serie* (μ', ν') *vinkelrät i punkter som tillhöra en kurva af ordningen* $2\mu\mu' + \mu\nu' + \mu'\nu$.

Denna sats framgår enkelt på följande sätt:

En rät linie L är gifven och på denna en punkt a. Genom denna punkt gå μ kurvor i serien (μ, ν) och sålunda finnas, på grund af det första i föregående artikel använda theoremet, $\mu(\mu'+\nu')$ punkter b på L, genom hvardera af hvilka en kurva i serien (μ', ν') går med en tangent i b vinkelrät mot någon af tangenterna i a till de μ kurvorna genom a. Omvändt, en punkt b bestämmer $\mu'(\mu+\nu)$ punkter a, så att på L finnas $\mu(\mu'+\nu')+\mu'(\mu+\nu) = 2\mu\mu'+\mu\nu'+\mu'\nu$ lägen för sammanfallande a och b. Detta antal utmärker ordningen för den sökta kurvan.

12. Genom att steg för steg följa en väg analog med den, på hvilken satserna i de föregående artiklarne framgingo, finner man, att *Orten för de punkter, hvilkas motsvarande kurvor i ett geometriskt nät skära en gifven kurva* C_m *under konstant vinkel, räknad från tangenten i samma vridningsrigtning, är af* $m(m+2n-2)$*:dra ordningen, af klassen* $m(3m+4n-7)$, *att denna kurva har* $3m(2m+2n-5)$ *inflexionstangenter, etc.* (7); *och att den tangerar* K (8) *i de* $2m(m-1)$ *imaginära punkter, hvilka härröra från punkter på* C_m *tangerade af en cirkels asymptoter.*

Huru vidare satserna (9)—(11) i öfverensstämmelse härmed generaliseras, inses utan svårighet.

§ II. *Om algebraiska kurvors Evolutor.*

13. I föregående § är nätet C_n betraktadt såsom ett första polarnät respektive en (verklig eller ideel) kurva af $n+1$:sta ordningen; när $n=1$, är detta nät inbegreppet af samtliga räta linierna i planet och sålunda alltid ett verkligt polarnät respektive hvarje konisk sektion C_2. Den kurva, som vi förut betecknat med J, blir i detta fall orten för de punkter, hvilkas polarer respektive C_2 äro normaler till C_m, och sålunda, alldenstund enveloppen af en kurvas normaler är kurvans *Evoluta*, polaren för kurvans C_m Evoluta respektive C_2 såsom grundkurva. Evo-

lutans singulariteter motsvara sålunda singulariteterna hos J på ett enkelt sätt; dessa sednare skola här direkt härledas.

14. Vi låta C_2 vara en cirkel och dess centrum kalla vi O. Polaren för C_m respektive C_2 är en kurva C_n, hvars ordning är lika med klassen n för C_m och hvars klass är ordningen m för C_m, med ett antal inflexionstangenter, etc., lika med antalet x af kurvans C_m spetsar, etc.

Polen respektive C_2 för en normal till C_m är skärningspunkten e mellan tangenten till C_n i en punkt p och räta linien Oe, vinkelrät mot Op. Den kurva som e beskrifver, när p genomlöper C_n och sålunda Op vrider sig kring O, är derföre just polaren J, respektive C_2, till kurvans C_m Evoluta.

15. Ordningen för J bestämmes sålunda af antalet punkter e, som ligga på en godtyckligt dragen rät linie L.

Hvarje punkt a på L bestämmer en rät linie Oa och dermed en enda rät linie Op vinkelrät mot Oa. Denna skär C_n i n punkter p, hvilkas tangenter träffa L i lika många punkter b: så att en punkt a motsvaras af n punkter b.

Från en punkt b på L utgå m tangenter till C_n; deras beröringspunkter p bestämma m räta linier Op samt dermed lika många Oa, vinkelräta emot Op; så att en punkt b motsvaras af m punkter a.

Häraf följer att på L finnas $m+n$ punkter, i hvilka en punkt a sammanfaller med sin motsvarande punkt b, d. ä. punkter e; och att sålunda: *Orten J är af ordningen $m+n$.*

16. Antaga vi L gående genom O, så finna vi, utom punkten O sjelf, på denna linie endast n punkter e, de punkter nemligen, i hvilka L träffas af tangenterna till C_n i dess skärningspunkter med räta linien genom O, vinkelrät mot L. Häraf följer att *orten J har en m:multipelpunkt i O.* (Detta framgår ock af Anmärkningen till (1)).

Skulle dessutom räta linien L genom O vara vinkelrät mot någon, Op, af de m tangenter som från O kunna dragas till C_n, så finnas på L, differenta från O, endast $n-2$ punkter e, motsvarande de $n-2$ punkter, i hvilka räta linien Op utom tangeringspunkten skär C_n. Sålunda, detta läge af L skär J i $m+2$ med O sammanfallande punkter, d. ä. L har en beröring af andra ordningen med någon af kurvans J grenar genom O; derföre: *kurvans J grenar genom O hafva, hvardera, denna punkt såsom inflexionspunkt; inflexionstangenterna äro vinkelräta mot de tangenter, som från O kunna dragas till C_n.*

17. Klassen för J bestämmes af antalet dess tangenter, som gå genom en godtyckligt tagen punkt, till exempel O. Räta linien Oe blir tangent i e, när den

motsvarande punkten p är en spets på C_m, ty återvändstangenten är att betrakta såsom ort för två successiva tangenter med sina beröringspunkter sammanfallande i spetsen; och endast i detta fall ligga två, från O differenta, successiva punkter e på en rät linie genom O (16). Deras antal är sålunda lika med antalet spetsar på C_n, d. ä. lika med antalet af kurvans C_m inflexionstangenter $= 3(n-m)+\varkappa$.

Orten J har vidare m grenar genom O och hvardera af dem har en inflexionstangent i O, så att denna punkt är en skärningspunkt emellan $3m$ tangenter med sina beröringspunkter i O. Derföre är antalet af samtliga de tangenter, som från O kunna dragas till J, lika med $3(n-m)+\varkappa+3m$; och sålunda: *J är af klassen $3n+\varkappa$.*

18. Härefter fordras blott bestämningen af en tredje singularitet hos J för att de alla skola vara gifna, ty medelst *Plückers* formler härledas ur tre kända singulariteter de öfriga. Vi välja, såsom den tredje bestämningen, den af spetsarne till J och utföra den enklast såsom en undersökning om inflexionstangenterna till Evolutan.

Emedan Evolutan till C_m är enveloppen af denna kurvas normaler, är tydligt att en inflexionstangent till Evolutan endast då kan uppkomma när ett stillastående i normalens rörelse inträder och derefter dess vridningsriktning förändras. Ett stillastående förutsätter åter nödvändigt en spets på C_m, ty normalen i spetsen till återvändstangenten, och endast denna normal, är ort för två successiva sammanfallande normaler till C_m. Då likväl härefter riktningen af normalens rörelse icke förändrats, så kan ej spetsen gifva upphof till inflexionstangent för Evolutan, utan spetsen blir endast en punkt på denna kurva. Derföre: Evolutan saknar inflexionstangenter, eller: *kurvan J har ingen spets.*

19. Såsom förut nämdes, kunna *Plückers* formler gifva oss antalet af kurvans J dubbelpunkter, inflexions- och dubbeltangenter. När C_m saknar dubbelpunkter och spetsar, såsom vi för det följande öfverallt skola förutsätta, då sålunda $n=m(m-1)$, finna vi antalet af dubbelpunkterna $=\frac{1}{2}m^2(m^2-4)+\frac{3}{2}m$, antalet af inflexionstangenterna $=3m(2m-3)$ och af dubbeltangenterna $={}^9/_2\,m(m^2-1)(m-2)-2m(m-3)$.

Förut (16) är visadt att O är en m:multipelpunkt på J; denna kurva har då dessutom $\frac{1}{2}m^2(m^2-5)+2m$ dubbelpunkter; vidare är visadt (16) att de m grenarne genom O hafva denna punkt såsom inflexionspunkt; kurvan J har då $2m(3m-5)$ andra inflexionstangenter.

20. Enligt (13, 14) öfverföras dessa satser till satser om Evolutan [1]):

---

[1]) Jfr. *Salmon, Higher plane curves,* Dublin 1852, p. 109 och följ.

Evolutan till en kurva C_m af m:te ordningen, som saknar dubbelpunkter och spetsar, är af klassen m^2, af ordningen $3m(m-1)$, saknar inflexionstangenter (15, 17, 18) samt har räta linien oändligt långt borta såsom gemensam återvändstangent till m spetsar. Den besitter dessutom $\frac{1}{2}m^2(m^2-5)+2m$ dubbeltangenter, $2m(3m-5)$ spetsar och $^9/_2 m(m^2-1)(m-2)-2m(m-3)$ dubbelpunkter.

Dessa Evolutans egenskaper motsvara tydligen vissa egenskaper hos kurvan C_m. Sålunda, emedan en dubbeltangent till Evolutan skall i två skilda punkter vara normal till C_m, finna vi:

En kurva af m:te ordningen, som saknar dubbelpunkter och spetsar, har i allmänhet $^1/_2 m^2(m^2-5)+2m$ dubbelnormaler.

Emedan en spets till Evolutan skall vara centrum för en cirkel med fyrpunktig beröring till C_m:

Det finnes i allmänhet $2m(3m-5)$ cirklar, hvilka hafva en beröring af tredje ordningen med en gifven kurva af m:te ordningen, som saknar dubbelpunkter och spetsar.

Emedan slutligen en dubbelpunkt på Evolutan är krökningscentrum till tvenne differenta punkter på C_m:

Det gifves i allmänhet på en kurva af m:te ordningen, utan dubbelpunkter och spetsar, $^9/_2 m(m^2-1)(m-2)-2m(m-3)$ punktpar så beskaffade, att de båda punkterna i samma par hafva samma krökningscentrum.

För hvarje gång tvenne af Evolutans dubbelpunkter blifva imaginära, försvinna tvenne af de på nämda sätt beskaffade punktparen. På en konisk sektion kunna, då, såsom vi längre fram (26) skola se, dess Evoluta ej har några reela dubbelpunkter, inga dylika punktpar finnas.

21. Af (8) framgår att kurvorna J och C_n tangera hvarandra i denna sednare kurvas skärningspunkter med cirkelns C_2 asymptoter. Detta följer ock omedelbart af det sätt, hvarpå kurvan J blifvit genererad (14), ty cirkelns asymptoter utgöra ett par af sammanfallande Op, Oe.

Detta är ock orsaken, hvarföre den följande undersökningen om skärningspunkterna emellan J och C_n ej kan omfatta dessa punkter.

Draga vi räta linien Op och konstruera tangenterna till C_n i dess skärningspunkter med denna linie, så träffa de kurvan C_n, utom i tangeringspunkterna, i $n(n-2)$ punkter på en kurva P af ordningen $n-2$. (Sats af *Poncelet*). Om

Oe skulle skära denna kurva i en punkt på C'_n, så vore det i en skärningspunkt emellan J och C'_n.

När Op vrider sig kring O, bilda de motsvarande kurvorna P en så beskaffad serie, att genom en godtyckligt tagen punkt $m-2$ bland dess kurvor kunna läggas; ty genom t. ex. en punkt o på C'_n gå $m-2$ räta linier, hvilka tangera i någon annan punkt p än o och hvardera af dem bestämmer en rät linie Op, som åter medför en kurva P gående genom o.

Skärningspunkterna emellan de ett och samma läge af Op motsvarande P och Oe beskrifva derföre en kurva af ordningen $n-2+m-2=m+n-4$, gående $m-2$ gånger genom o; dess skärningspunkter med C'_n äro ock skärningspunkter emellan J och C'_n.

Härmed är då bevisadt, att af dessa båda kurvors skärningspunkter ligga $4n$ på cirkelns C_2 imaginära asymptoter samt $n(m+n-4)$ på en kurva af ordningen $m+n-4$. Detta sednare förhållande blir visserligen, enligt en sats af *Cayley* [1]), en nödvändig följd af det första, men den föregående utvecklingen visar derjemte, huru denna kurva af $m+n-4$:de ordningen kan uppfattas såsom ort för punkter, huru följaktligen den kan konstrueras.

Det här nämda utsäga vi, för det fall att $n=m(m-1)$, i följande tvenne satser:

Grundkurvans brännpunkter äro brännpunkter till Evolutan på det sätt, att Evolutan tangerar grundkurvan i de punkter, hvilkas tangenter äro asymptoter till en cirkel.

Vi erinra härvid om *Plückers* definition på brännpunkter till en kurva, att de äro sådana punkter, från hvilka två tangenter utgå, som äro en cirkels asymptoter. Det kan då ytterligare om dem anmärkas, att *från en brännpunkt till en kurva af m:te ordningen kunna högst m^2-2 (reela) räta linier dragas normala mot kurvan.*

Det finnes i allmänhet $m(m-1)(m^2-4)$ räta linier, hvilka i en punkt äro tangenter och i en annan normaler till en gifven kurva af m:te ordningen, som saknar dubbelpunkter och spetsar. De äro denna kurvas gemensamma tan-

---

[1]) "Om bland skärningspunkterna emellan två kurvor af p:te och n:te ordningen $(p>n)$ $nq\left[-\frac{1}{2}(n+q-p-1)(n+q-p-2)\right]$ ligga på en kurva af q:te ordningen, så måste [ligga på denna kurva dessutom $\frac{1}{2}(n+q-p-1)(n+q-p-2)$ punkter; och] de återstående skärningspunkterna ligga på en kurva af ordningen $p-q$." — I vår undersökning äro: $p=m+n$, $q=4$ och kurvan af ordningen q är cirkelns asymtotpar två gånger räknadt.

genter med en viss envelopp af klassen $m^2 - 4$, som har räta linien oändligt långt borta såsom $m - 2$:multipeltangent.

22. Den första af dessa satser säger oss att största antalet reela skärningspunkter emellan grundkurvan C_m och dess Evoluta är $3m^2(m-1) - 4m(m-1) = m(m-1)(3m-4)$; d. ä.

På en gifven kurva af m:te ordningen, som saknar dubbelpunkter och spetsar, finnas högst $m(m-1)(3m-4)$ punkter, hvilka kunna vara centra för cirklar, som oskulera kurvan.

23. Den samma satsen bevisar äfven att, då de gemensamma tangenterna till Evolutorna för C_m, $C_{m'}$ af ordningen m, m' respektive, båda saknande dubbelpunkter och spetsar, i allmänhet äro, utom räta linien oändligt långt borta, till antalet $mm'(mm'-1)$, ibland dessa måste, i det fall att C_m, $C_{m'}$ äro konfokala samt $m \leq m'$, $2m(m-1)$ vara de imaginära asymptoterna till en cirkel. Hvaraf:

Tvenne kurvor C_m, $C_{m'}$ hafva i allmänhet $mm'(mm'-1)$ gemensamma normaler. Men om C_m, $C_{m'}$ skulle vara konfokala samt $m \leq m'$, så kunna deras gemensamma normaler ej vara flera än $m^2(m'^2-2) - m(m'-2)$.

Den häraf för två konfokala koniska sektioner framgående egenskapen, att de hafva åtta normaler gemensamma, innehålles i den satsen att deras hufvudaxlar äro desamma. Ty hufvudaxeln är en dubbelnormal och en gemensam dubbelnormal för två kurvor är att räkna såsom fyra enkla gemensamma normaler. Men af den framställda satsen följer då, att, utom hufvudaxlarne, finnas inga räta linier som äro normala till två konfokala koniska sektioner samtidigt.

Ett annat fall, då äfven de gemensamma normalernas antal är mindre än $mm'(mm'-1)$, inträder, när α af asymptoterna till C_m äro parallela hvardera med en af α asymptoter till $C_{m'}$. De båda kurvornas Evolutor hafva nemligen i detta fall α af sina oändligt långt bort belägna spetsar gemensamma, så att de ändligt belägna gemensamma normalerna till C_m, $C_{m'}$ ej kunna vara flera än $mm'(mm'-1) - 2\alpha$.

24. *Det finnes i allmänhet $m^2m'(m'-1)$ räta linier som på samma gång äro normaler till C_m och tangenter till $C_{m'}$. Om åter de båda kurvorna äro konfokala samt $m \leq m'$, så kan antalet af så beskaffade räta linier ej vara större än $m^2m'(m'-1) - 2m(m-1)$.*

Häraf följer att en konisk sektion har fyra tangenter, som äro normaler till en gifven konfokal konisk sektion. Dessa äro tangenterna till den förra i dess skärningspunkter med den sednare, emedan, som bekant, två konfokala koniska sektioner skära hvarandra vinkelrät.

25. Man kan äfven uppfatta Evolutan från en annan synpunkt, som mera direkt leder till bestämningen af dess singulariteter. Följande theoremer skola härför utgöra utgångspunkten:

Om en rät linie R vrider sig kring en gifven punkt o, så beskrifva dess skärningspunkter med första polaren, respektive C_m, för en punkt oändligt långt borta på perpendikeln emot R såsom pol, en kurva M_0 af m:te ordningen — ort för de punkter p, hvilkas räta polarlinier resp. C_m äro vinkelräta emot po —, som går genom o, genom m fasta punkter oändligt långt borta, till sitt läge oberoende af o, och genom kurvans C_m $(m-1)^2$ maximi- och minimipunkter. Den skär denna sednare kurvan i de punkter, hvilkas normaler gå genom o. (Jfr art. 3).

När o rör sig utåt en rät linie L, blifva motsvarande M_0 kurvor i en knippa. Dess basispunkter äro de redan nämda m^2-m+1 för alla M gemensamma punkterna tillsammans med de $m-1$ punkter, i hvilka L skäres af första polaren, hvars pol ligger oändligt långt borta på en perpendikal mot L. *Samtliga M för de serskilda punkterna i planet bilda ett nät.*

Dessa satser lära oss, att punkterna o och kurvorna M_0 motsvara hvarandra på samma sätt som punkter och deras första polarer respektive en kurva af $m+1$:sta ordningen. Häraf sluta vi — då tydligen Evolutan för C_m är orten för de punkter o, hvilkas motsvarande M_0 tangera C_m, och då, som bekant, en m:te polar för C_m, respektive en kurva af $m+1$:sta ordningen, är orten för de punkter, hvilkas första polarer, respektive denna sednare kurva, tangera C_m — att *Evolutan har egenskaper såsom om den vore en m:te polar för C_m, respektive en kurva af $m+1$:sta ordningen.*

Härigenom framgå emedelbart de redan (20) angifna singulariteterna hos Evolutan; dess spetsar motsvara kurvor M, som med C_m i någon punkt hafva trepunktig beröring; dess dubbelpunkter motsvara M med dubbel kontakt till C_m.

26. Serdeles enkel gestaltar sig en undersökning af koniska sektionens Evoluta, grundad på detta uppfattningssätt.

Kurvorna M blifva, när $m=2$, koniska sektioner gående genom medelpunkten till C_2 och genom de samma tvenne punkterna oändligt långt borta, om hvilka vi lätt se, tillfölje af det sätt på hvilket M genereras, att de ligga en på hvardera af de båda hufvudaxlarne till C_2. Sålunda äro M liksidiga hyperblar, som gå genom medelpunkten till C_2 och hafva asymptoter parallela med dess hufvudaxlar.

Bland dem skola sex finnas med trepunktig beröring till C_2; dessa äro tydligen liniepar, bestående: ett af räta linien oändligt långt borta och en asymptot till

C_2; ett annat äfvenledes af räta linien oändligt långt borta och den andra asymptoten; de öfriga af en hufvudaxel och tangenten i en af dess ändpunkter. — Häraf följer att Evolutan till C_2 har tvenne spetsar oändligt långt borta och fyra andra liggande, två och två, på hufvudaxlarne till C_2.

Vidare skola fyra — reela eller imaginära — kurvor M finnas med dubbel beröring till C_2; d. v. s. dess Evoluta skall hafva fyra dubbelpunkter. — Då åter hvarje M går genom medelpunkten till C_2 och genom punkterna oändligt långt borta på dess hufvudaxlar, så måste nödvändigt en af hyperbelns M grenar till en del ligga inom och till en del utom C_2, d. ä. genomskära C_2; och sålunda kan ingen reel M finnas som tangerar C_2 öfverallt der den träffar densamma, derföre ej heller någon M med dubbel beröring till C_2. — Koniska sektionens Evoluta har sålunda inga reela dubbelpunkter.

27. Enligt (25) kunna C_m och dess Evoluta anses tillhöra tvenne figurer, som enligt följande lagar motsvara hvarandra:

Hvarje puukt p i den första figuren, till hvilken C_m hör, motsvarar i den andra figuren, till hvilken Evolutan hör, en rät linie L gående genom p, vinkelrät mot räta polarlinien för p resp. C_m; och hvarje punkt o i den andra figuren motsvarar i den första figuren en kurva M_0 af m:te ordningen, gående genom o.

Hvarje rät linie L i den andra figuren motsvarar i den första figuren en grupp af $m - 1$ punkter p, liggande på L; och hvarje rät linie R i den första figuren motsvarar i den andra figuren enveloppen af de dess punkter motsvarande räta linierna L, *en envelopp, som är af m:te klassen, af* $2(m - 1)$*:sta ordningen, som har R till $m - 1$:multipeltangent samt tangerar räta linien oändligt långt borta.*

Om p ligger på C_m, så är den motsvarande L normal till C_m i p och tangent till Evolutan; och omvändt, om L är tangent till Evolutan, så ligger en af dess motsvarande $m - 1$ punkter p på C_m.

De i den första figuren mot en rät linie L i den andra figuren svarande $m - 1$ punkterna p utgöra, tillsamman med de för alla kurvor i nätet M gemensamma $m^2 - m + 1$ punkterna, basispunkter till knippan af de kurvor M_0, hvilka motsvara de serskilda punkterna o på L, och äro sålunda enligt (25) denna linies skärningspunkter med första polaren respektive C_m för en punkt oändligt långt borta på en perpendikel emot L.

Om dessa skärningspunkter alla ligga på C_m, så är L en $m - 1$:multipelnormal mot C_m. Skulle åter L utgöra en del af första polaren respektive C_m för punkten oändligt långt borta på perpendikeln mot L, så vore L normal till C_m i

alla dess skärningspunkter med denna kurva. Men för att L skall kunna ingå som beståndsdel i den nämda första polaren, måste $m - 1$ af kurvans C_m maximi- och minimipunkter ligga på denna linie; sålunda:

Om en kurva af m:te ordningen har en rät linie såsom m:multipelnormal, så måste $m - 1$ af dess maximi- och minimipunkter ligga på denna linie; och om $m - 1$ af en kurvas af m:te ordningen maximi- och minimipunkter ligga på en rät linie, så träffas kurvan af denna linie under samma vinkel i alla dess skärningspunkter med densamma.

28. När L envelopperar Evolutan, beskrifva dess poler jemte kurvan C_m en viss annan kurva N, som tillsammans med C_m kan uppfattas såsom ort för skärningspunkterna emellan parallela normaler till C_m och första polaren resp. C_m för en punkt oändligt långt borta på en perpendikel emot dem; d. ä. såsom ort för skärningspunkterna emellan motsvarande elementer i två serier figurer, hvardera figuren i den ena serien bestående af parallela normaler och sålunda af ordningen $m(m-1)$, i den andra serien af en första polar resp. C_m af ordningen $m - 1$. Emedan den första seriens index μ (jfr art. 10) är m^2, den andra seriens är 1, så blir orten för de ifrågavarande skärningspunkterna af ordningen $m^2(m-1) + m(m-1) = m(m^2 - 1)$. Denna ort är C_m tillsammans med N. Denna sednare kurva är derföre af ordningen $m(m^2 - 2)$.

Häraf är nu tydligt att de $m . m^2$ tangenter, hvilka äro gemensamma för Evolutan och för den kurva af m:te klassen, hvilken enligt föregående artikel envelopperas af, de serskilda punkterna på en rät linie R motsvarande, L, äro 1° de m normaler till C_m, hvilkas normalpunkter [1]) äro skärningspunkterna emellan R och C_m; 2° räta linien oändligt långt borta, hvilken, såsom varande en m:multipeltangent till Evolutan, är att räkna såsom m gemensamma tangenter; 3° de räta linier L (normaler till C_m), hvilka motsvara de $m(m^2 - 2)$ skärningspunkterna emellan R och N.

Dessa sednare räta linier utgöra, när $m > 2$, i allmänhet ett mer än tillräckligt antal tangenter än som behöfves för att bestämma den nämda enveloppen, ty, alldenstund den är af m:te klassen, är den fullkomligt bestämd genom $\frac{1}{2} m(m+3)$ tangenter; men satsen i art. 27 bevisar då, att den envelopp, som är bestämd genom de i 3° utmärkta linierna, har, utom dem, m tangenter hvilka äro normaler till C_m och detta just i de punkter, i hvilka R träffar denna kurva, att vidare R

---

[1]) **Med normalpunkt utmärka vi den punkt, i hvilken räta linien är normal till C_m.**

är en m — 1:multipeltangent till enveloppen och slutligen att densamma har två asymptoter oändligt långt borta, eller, att den är parabolisk.

29. De i (27) angifna lagar, enligt hvilka figurer tillhörande Evolutan motsvara figurer tillhörande grundkurvan, gifva tydligen äfven methoder att öfverföra egenskaper hos C_m till egenskaper hos dess Evoluta. De följande satserna om *koniska sektionens Evoluta* må härpå tjena som exempel; de äro transformationer af koniska sektionens egenskaper enligt följande lagar:

Hvarje punkt p i figuren, till hvilken C_2 hör, motsvarar i figuren, till hvilken Evolutan hör, en rät linie L, perpendikel från p mot dess polar respektive C_2, äfvensom, i den andra figuren, hvarje rät linie L (utom hufvudaxlarne) motsvarar en enda punkt p i den första; och hvarje rät linie R i den första figuren motsvarar i den andra figuren en parabel — envelopp af de mot punkterna p på R svarande L —, som tangerar R och hufvudaxlarne till C_2.

I det följande skola vi öfverallt med X, Y utmärka koniska sektionens C_2 hufvudaxlar och med uttrycket "gemensamma tangenter" för parablar af det nämda slaget eller för en dylik parabel och Evolutan beteckna serskildt endast dem som, utom X och Y samt linien oändligt långt borta, äro gemensamma.

Satsen: "Hvarje rät linie skär C_2 i tvenne punkter," motsvaras af följande:

(a) *Hvarje parabel, inskrifven i vinkeln (X, Y), har två tangenter gemensamma med Evolutan, eller, två tangenter — utom X, Y — normala mot C_2; och normalpunkternas sammanbindningslinie är tangent till den samma parabeln.*

Häraf följer vidare: *Om en rät linie skär C_2 i punkterna a, b samt X i m och Y i n, om vidare A, B utmärka riktningarne af normalerna till C_2 i a, b; så är:*

$$\frac{tang\,(A,X)}{tang\,(B,X)} = \frac{ma}{na} : \frac{mb}{nb}.$$

"Om kring två fasta punkter på C_2 man vrider räta linier, som skära hvarandra på C_2, så bilda dessa linier homografiska knippor:"

(b) *Om en vinkel (A, B) tangerar Evolutan och parablar Π, Π' inskrifvas i fyrhörningarne $(XYAM)$, $(XYBM)$, der M utmärker en tredje tangent till Evolutan; så blifva — när M envelopperar Evolutan — serierna Π, Π' homografiska, d. v. s. sammanbindningslinien af tangeringspunkten emellan A och Π med tangeringspunkten emellan B och Π' envelopperar en konisk sektion, inskrifven i (A, B);* eller:

Om en konisk sektion har X, Y till hufvudaxlar och räta linierna A, B, M, M', M'' såsom normaler, så är den gemensamma tangenten till motsvarande

elementer i två homografiska serier parablar, den ena serien inskrifven i triangeln (XYA) och den andra serien i triangeln (XYB), enveloppant till koniska sektionens Evoluta — när de båda seriernas homografi bestämmes på det sättet, att parablarne inskrifna i (XYAM), (XYAM'), (XYAM") motsvara parablarne inskrifna i (XYBM), (XYBM'), (XYBM") respektive.

"När en fyrhörning är inskrifven i C_2, så träffar hvarje rät linie de motstående sidorna samt C_2 i punktpar, som med hvarandra bilda en involution":

(c) *Om en fyrhörning (A, B, C, D) är omskrifven Evolutan och de parablar, hvilka äro inskrifna i (XYAB), (XYBC), (XYCD), (XYDA) betecknas med P, P', P", P"'; så besitter hvarje femte parabel Π, inskrifven i (XY), den egenskapen, att hvarje en, L, af dess tangenter träffas af de gemensamma tangenterna för Π, P, för Π, P", och för Π, P', för Π P"' i tvenne punktpar, hvilka med skärningspunkterna emellan L och de två gemensamma tangenterna* (a) *för Π och Evolutan bilda en involution.*

När C sammanfaller med D, följer häraf:

Om en triangel (ABC) är omskrifven Evolutan och P, P', P" äro parablar inskrifna i fyrhörningarne (XYAB), (XYBC), (XYCA) respektive, samt T en fjerde parabel som, inskrifven i (XY), tangerar Evolutan i dess beröringspunkt med C; så har hvarje tangent L till en femte parabel Π, hvilken som heldst, inskrifven i (XY), den egenskapen, att den skäres af de gemensamma tangenterna för Π, P' och Π, P"; för Π, P och Π, T i tvenne punktpar, hvilka med skärningspunkterna emellan L och de tvenne gemensamma tangenterna för Π och Evolutan bilda en involution.

"Om en sexhörning är inskrifven i en konisk sektion, så skära de motstående sidorna, två och två, hvarandra i punkter som ligga på en rät linie":

(d) *Om en sexhörning* $(A_1 A_2 .. A_6)$ *är omskrifven Evolutan och* $P_1, P_2 .. P_6$ *äro parablar inskrifna i fyrhörningarne* $(XYA_1A_2), (XYA_2A_3), ... (XYA_6A_1)$ *respektive, så äro de gemensamma tangenterna för* P_1, P_4, *för* P_2, P_5 *och för* P_3, P_6 *tre tangenter till en och samma parabel inskrifven i (XY).*

När A_5 sammanfaller med A_6, erhåller man härur en sats för den Evolutan omskrifne femhörningen, när A_4, A_5, A_6 sammanfalla en sats för fyrhörningen etc.

De följande satserna äro i visst afseende att betrakta såsom korrelativa till de förra.

"Från hvarje punkt o kunna två tangenter dragas till C_2 och deras beröringspunkter ligga på polaren för o":

(e) *Af parablar inskrifna i triangeln (XYO), der O är en rät linie hvilken som heldst, finnas två som tangera Evolutan; och deras tangenter i beröringspunkterna bilda med (XY) en fyrhörning omskrifven en parabel, som går genom polen till O respektive C_2 med en tangent derstädes vinkelrät mot O.*

"Två tangenter till C_2 skäras af en tredje rörlig tangent i homografiska punktserier":

(f) *Om A, B äro tvenne parablar som, inskrifna i (XY), tangera Evolutan och U, V äro de gemensamma tangenterna för dem och en tredje parabel Π som, inskrifven i (XY), äfvenledes tangerar Evolutan; så blifva, när Π envelopperar Evolutan, U och V homografiska tangentserier på A och B.*

Denna sats visar huru Evolutan skall kunna uppfattas såsom envelopp af parablar inskrifna i (XY).

"Om en fyrhörning är omskrifven C_2, så bilda räta linierna, som från en godtyckligt tagen punkt o dragas till de motstående hörnen, med tangenterna från o till C_2, en involution":

(g) *Om fyra parablar A, B, C, D inskrifna i (XY) tangera Evolutan, så bilda de fyra parablar, hvilka äro inskrifna i en triangel (XYO) — der O är en rät linie hvilken som heldst — och tangera hvardera en af de gemensamma tangenterna för A, B; C, D och A, D; B, C, med de båda parablar, hvilka, inskrifna i den samma triangeln (XYO), tangera Evolutan, en grupp af sex parablar, hvilkas tangeringspunkter med O bilda en involution.*

"Om en sexhörning är omskrifven C_2, så gå diagonalerna, som förena de motstående hörnen, genom samma punkt o":

(h) *Om sex parablar $A_1, A_2, \dots A_6$ inskrifna i (XY) tangera Evolutan samt $L_1, L_2, \dots L_6$ äro de gemensamma tangenterna emellan A_1, A_2; A_2, A_3; ... A_6, A_1: så äro de parablar, hvilka äro inskrifna i fyrhörningarne (XYL_1L_4), (XYL_2L_5) och (XYL_3L_6), alla tre inskrifna i en och samma triangel (XYO).*

30. Dessa satser härledas äfven med lätthet på analytisk väg. — Man finner att de segmenter X, Y, som afskäras på hufvudaxlarne i en Ellips, hvars större halfaxel är a och mindre är b, af en normal till Ellipsen i en punkt, hvars afstånd från dessa axlar respektive äro q, p, äro:

$$X = \frac{a^2 - b^2}{a^2} \cdot p, \; Y = - \frac{a^2 - b^2}{b^2} \cdot q.$$

Häraf härleder man equationen:

$$a^2 X^2 + b^2 Y^2 = (a^2 - b^2)^2;$$

och genom denna equation representeras Ellipsens Evoluta i ett koordinatsystem, der

segmenterna, som en rät linie afskär på hufvudaxlarne, betraktas såsom liniens koordinater och der en kurvas equation uttrycker algebraiskt det vilkor, som en rät linies koordinater måste uppfylla för att den räta linien skall vara en tangent till kurvan. — I detta samma koordinatsystem är den gifna Ellipsen representerad genom equationen:

$$\frac{a^2}{X^2}+\frac{b^2}{Y^2}=1;$$

och hvarje lineär equation:

$$AX+BY+C=0$$

representerar en parabel som tangerar ellipsens hufvudaxlar. För en Hyperbel som grundkurva hafva vi tydligen endast att i de förra formlerna för b^2 skrifva $-b^2$.

Häraf är nu lätt att inse, huru satser, beträffande Ellipsens (eller Hyperbelns) Evoluta och Parablar inskrifna i hufvudaxlarne, bevisas på fullkomligt samma sätt som satser, beträffande Ellipsen och räta linier, bevisas genom deras equationer i punktkoordinater, eller beträffande Ellipsen och punkter genom deras equationer i det vanligen benämda liniekoordinatsystemet, i hvilket $\frac{1}{X}, \frac{1}{Y}$ betecknas såsom liniens koordinater.

31. Vi hafva fortfarande om kurvan C_m gjort den förutsättningen att den ej var parabolisk. För de paraboliska kurvorna gestalta sig de föregående satserna något annorlunda. Den följande framställningen af fundamentalegenskaperna hos deras Evolutor må vara tjenlig att visa, huru de förnämligaste af de förra theoremerna för detta fall komma att modifieras.

En kurva C_m af m:te ordningen är *parabolisk*, när två eller flera af dess asymptoter ligga oändligt långt borta; det är, när C_m har med räta linien oändligt långt borta i en eller flera punkter en beröring, vare sig af första eller af högre ordning. Antaga vi att C_m i α punkter har en beröring af första ordningen med räta linien oändligt långt borta, så finna vi att dessa beröringspunkter utgöra α poler, respektive C_m, till räta linien oändligt långt borta och sålunda om den i art. 25 beskrifna kurvan M_0, att α af dess asymptotpunkter — hvilka städse ligga i gifna riktningar oberoende af punktens o läge — sammanfalla med de nämda α punkterna på C_m. Häraf följer, att antalet skärningspunkter på finit afstånd emellan C_m och M_0 är endast $m^2-\alpha$, och att antalet af de kurvor M_0 i en och samma knippa, hvilka tangera C_m i punkter på finit afstånd, är $3m(m-1)-3\alpha$; att sålunda:

Evolutan till en parabolisk kurva af m:te ordningen, som i α punkter tangerar räta linien oändligt långt borta, är af klassen $m^2-\alpha$ och af ordningen $3(m^2-m-\alpha)$.

Ytterligare finner man:

Evolutan har en m:multipeltangent oändligt långt borta; $m - 2\alpha$ af dess beröringspunkter äro spetsar, de öfriga beröringspunkterna äro inflexionspunkter och till antalet $= \alpha$.

Det är enligt (18) ej möjligt att Evolutan kan besitta inflexionspunkter på finit afstånd; de här nämda α inflexionspunkterna äro derföre ock de enda punkter af detta slag, som kunna finnas på densamma.

Vidare:

Evolutan till den ifrågavarande paraboliska kurvan har $2m(3m - 5) - 3\alpha$ spetsar på finit afstånd samt $\frac{1}{2} m^2 (m^2 - 2\alpha - 5) + 2m + \frac{\alpha(\alpha + 3)}{2}$ dubbeltantangenter på finit afstånd.

---

32. Den generalisering, som i art. 12 är gifven af satserna i de första artiklarna, blir tydligen för $n = 1$ äfven en generalisering af satserna i denna paragraf. Ett annat sätt, på hvilket de kunna generaliseras, är genom deras transformation enligt den af *Chasles* framställda principen för homografien. Så t. ex. finna vi att den första satsen i (25), uttryckt på följande sätt:

Beröringspunkterna emellan en kurva C_m och koncentriska cirklar, hvilkas medelpunkt är o, äro de m^2 skärningspunkterna emellan C_m och en kurva af m:te ordningen, hvilken går genom o, genom de $(m - 1)^2$ polerna, respektive C_m, till räta linien oändligt långt borta samt slutligen genom m punkter oändligt långt borta, hvilka blifva desamma, hvar heldst än o må ligga;

innehålles i följande allmännare theorem:

Beröringspunkterna emellan C_m och koniska sektioner, som sinsemellan hafva en dubbel beröring i punkterna e *och* f *och respektive hvilka* o *är pol till beröringskordan* ef, *äro skärningspunkter emellan C_m och en kurva af m:te ordningen, som går genom* o, *genom de $(m - 1)^2$ polerna, respektive C_m, till kordan* ef, *och slutligen skär* ef *i m punkter, till sina lägen oberoende af läget för* o.

När nemligen e, f äro de oändligt bort belägna imaginära punkterna på en cirkel, blifva de här betraktade koniska sektionerna koncentriska cirklar och den nu framställda satsen öfvergår i den föregående.

Första satsen i (20) innehålles i följande:

Om genom två fasta punkter e, f *lägges en konisk sektion, som oskulerar C_m i någon af dess punkter* p, *och* o *är polen till kordan* ef *respektive denna*

koniska sektion; så blir, när p *genomlöper* C_m, *orten för* o *en kurva af ordningen* $3m(m-1)$ *och af klassen* m^2, *som saknar inflexionstangenter samt har sammanbindningslinien* ef *såsom m:multipeltangent på det sättet, att den är gemensam återvändstangent för m spetsar. Denna ort besitter dessutom* $\frac{1}{2}m^2(m^2-5)+2m$ *dubbeltangenter,* $2m(3m-5)$ *spetsar och* $\frac{9}{2}m(m^2-1)(m-2)-2m(m-3)$ *dubbelpunkter. Räta linien* po — *d. v. s. sammanbindningslinien emellan en punkt* p *på* C_m *med polen* o *till* ef *respektive den koniska sektion, som oskulerar* C_m *i* p — *är i punkten* o *tangent till den ifrågavarande orten.*

§ III. *Om algebraiska kurvors Krökningsradier.*

33. Emedan krökningscentrum till en punkt p på C_m, såsom varande centrum för den cirkel som oskulerar C_m i p, är tangeringspunkten q emellan Evolutan och normalen till C_m i p, samt vidare krökningsradien i p, såsom varande den oskulerande cirkelns radie, är lika med pq; så är tydligt, att *inflexions- och asymptotpunkterna på* C_m *hafva oändligt stora krökningsradier* (de sednare punkternas krökningscentra äro (20) spetsar oändligt långt borta); och ur (21), att *de imaginära* $2m(m-1)$ *punkterna på* C_m, *hvilkas tangenter äro asymptoter till en cirkel, hafva sina krökningsradier lika med noll.*

34. Variationen af kurvans C_m krökning i dess serskilda punkter kan framställas såsom variation af en gifven punkts afstånd till punkterna på en kurva, som bestämmes på följande sätt:

Från en gifven punkt O draga vi en rät linie parallel med normalen i en punkt p på C_m och afsätta på densamma i en riktning från O, lika med riktningen från p till dess krökningscentrum, ett segment $O\varrho$ lika med krökningsradien i p. Den sökta kurvan är då orten för, de serskilda punkterna p på C_m på detta sätt motsvarande, punkterna ϱ. — Vi beteckna densamma i det följande med T.

35. Denna kurva skär hvarje rät linie L genom O: 1° i $m(m-1)$ punkter, motsvarande de punkter på C_m, hvilkas normaler äro parallela med L; 2° i $2m(m-1)$ med O sammanfallande punkter, motsvarande de (imaginära) punkter på C_m, hvilkas krökningsradier äro noll (33). Derföre: *Orten* T *är af ordningen* $3m(m-1)$ *och har* $2m(m-1)$ *grenar genom* O.

Medelst denna kurva solverar man följande problem: bestäm riktningarne af normalerna till C_m i de punkter, hvilkas krökningsradier hafva en gifven längd. — Dessa punkter motsvara skärningspunkterna emellan T och en cirkel, som har O såsom centrum och en radie af den gifna längden.

De punkter på C_m, hvilkas krökningsradier äro maximi- eller minimivärden af krökningsradierna till kurvans C_m punkter, motsvara beröringspunkterna emellan T och cirklar med O såsom centrum. Dylika punkter ϱ på T äro af den beskaffenheten, att deras afstånd $O\varrho$ från O äro lika med afstånden $O\varrho'$ till de ϱ nästgränsande punkterna ϱ' på T; och ϱ, ϱ' motsvara sålunda två på hvarandra följande punkter p, p' på C_m, hvilkas krökningsradier äro lika stora $= O\varrho$. Emedan nu krökningscentrum till en så beskaffad punkt p på C_m är centrum för en cirkel, som i p har en fyrpunktig beröring med C_m, d. ä. (20) en spets på Evolutan, så följer tydligen:

Spetsarne på Evolutan äro krökningscentra till de punkter på grundkurvan, hvilkas krökningsradier besitta maximi- eller minimivärden; dessa punkter motsvara de punkter på T, i hvilka denna kurva tangeras af en cirkel, som har O till medelpunkt.

36. Klassen för T kan bestämmas genom antalet af dess (reela och imaginära) tangenter $O\varrho$ från O. — Emedan en tangeringspunkt emellan $O\varrho$ och T motsvarar en punkt på C_m, hvars normal är parallel med normalen i nästgränsande punkt, såsom båda varande parallela med en och samma $O\varrho$; så följer först, att:

Kurvans T grenar genom O äro imaginära; $m(m-1)$ af dem tangera den ena och $m(m-1)$ tangera den andra af asymptoterna $O\varepsilon, O\varepsilon'$ till en cirkel med centrum i O;

de tvenne punkter som ligga oändligt nära punkten O, den ena gemensam för de $O\varepsilon$, den andra för de $O\varepsilon'$ tangerande grenarne, äro vidare $m(m-1)$: multipelpunkter på T.

Ty, emedan linieparet $O\varepsilon, O\varepsilon'$ skall skära T, utom i O, i $2m(m-1)$ punkter (35), motsvarade af punkter på C_m, som hafva sina normaler parallela med $O\varepsilon, O\varepsilon'$; och inga andra så beskaffade punkter finnas på C_m än de, som motsvaras af O, jemte de $2m(m-1)$ dem nästgränsande punkterna, samt alldenstund alla dessa hafva sina krökningsradier lika med noll: så är klart att hvardera af linierna $O\varepsilon, O\varepsilon'$ måste skära orten T, utom i $2m(m-1)$:multipelpunkten O, i $m(m-1)$ denna punkt oändligt nära belägna punkter. Men hvarje serskild af dessa punkter tillhör hvar serskild af de grenar, som tangera en och samma af linierna $O\varepsilon, O\varepsilon'$. De sammanfalla sålunda i tvenne grupper till $m(m-1)$:multipelpunkter på T, den ena liggande på $O\varepsilon$, den andra på $O\varepsilon'$.

Vidare: *Perpendiklarne från O mot kurvans C_m inflexionstangenter äro asymptoter till orten T.* — Dessa äro, jemte de nämda tangenterna i O, de enda räta linier, som från O kunna dragas såsom tangenter till T.

37. Det skulle kunna förmodas, att äfven perpendiklarna från O mot kurvans C_m asymptoter voro tangenter till T. Ty hvardera af dessa perpendiklar skär orten T i tvenne sammanfallande oändligt långt bort belägna, en asymptotpunkt på C_m motsvarande, punkter, alldenstund endast $m(m-1)-2$ ändligt belägna, mot en asymptot vinkelräta, normaler till C_m finnas och derföre endast, utom O, $m(m-1)-2$ ändligt belägna punkter ϱ på perpendikeln från O mot denna asymptot. — Men emedan krökningscentrum till en asymptotpunkt på C_m är en spets på Evolutan, så (35) har räta linien oändligt långt borta, uppfattad såsom cirkel med O till medelpunkt och oändligt stor radie, en beröring med T i de asymptotpunkterna motsvarande punkterna ϱ. Detta bevisar på samma gång, att perpendiklarna mot asymptoterna ej äro tangenter och att orten T nödvändigt måste hafva tvenne grenar genom hvardera af dessa punkter ϱ; de kunna åter icke vara dubbelpunkter på T, ty i detta fall skulle hvardera af dem motsvara två skilda punkter på C_m, men hvardera motsvarar en asymptotpunkt ensamt; — de äro sålunda spetsar.

De asymptotpunkterna på C_m motsvarande punkterna ϱ äro spetsar på T, och räta linien oändligt långt borta är deras gemensamma återvändstangent.

Detta sednare är äfven tydligt deraf att linien oändligt långt borta skär T, utom i de $3m(m-2)$ punkter som motsvara inflexionspunkterna på C_m, endast i de m punkter som motsvara denna kurvas asymptotpunkter. Ty då måste hvardera af dessa sednare räknas såsom ort för tre skärningspunkter, på det att antalet af samtliga skärningspunkterna emellan T och linien må blifva $3m(m-1)$ (35).

38. Första polaren för O, respektive T, skär denna kurva i dess tangeringspunkter med räta linier genom O, i dess dubbelpunkter och i dess spetsar, i hvilka sednare punkter den tangerar återvändstangenterna. För öfrigt innehållas dubbelpunkterna och spetsarne på samma sätt i hvarje första polar respektive T.

Emedan nu första polaren för O respektive T har O till $2m(m-1)$:multipelpunkt och de på $O\varepsilon$, $O\varepsilon'$ denna punkt oändligt nära liggande multipelpunkterna (36) såsom $m(m-1)$:multipelpunkter, och sålunda skär T i $6m^2(m-1)^2$ med O sammanfallande punkter; samt första polaren resp. T, för någon annan punkt som pol, har O till $2m(m-1)-1$:mutipelpunkt och de nämda på $O\varepsilon$, $O\varepsilon'$ liggande punkterna till $m(m-1)-1$:multipelpunkter, sålunda skär T i $6m^2 \times \times (m-1)^2 - 4m(m-1)$ med O sammanfallande punkter; så följer att antalet tangenter, som från O kunna dragas till T med sina beröringspunkter i nästgränsande punkter till O, är att räkna $= 4m(m-1)$. — Häraf och af sista satsen (36) framgår, att *klassen för orten T är $m(7m-10)$.*

Af den omständigheten att hvarje dubbelpunkt på T motsvarar två skilda punkter på C_m, hvilkas normaler hafva samma riktning [1]) och hvilkas krökningsradier äro lika stora, och att sålunda en spets på T skall motsvara tvenne konsekutiva punkter på C_m med dessa egenskaper slutar man, att de m, oändligt långt bort belägna, spetsarne (37) på T äro — utom de af hvilka O till en del kan anses bestå — de enda spetsar, som denna kurva kan besitta. Då är ock tydligt att de punkter, i hvilka första polaren för O, respektive T, skär denna kurva, måste vara — utom O och nästgränsande punkter, som enligt föregående tillsammans äro att räkna af ett antal $= 6m^2(m-1)^2$, samt de m spetsarne, i hvilka den tangerar T, sålunda hvardera räknad såsom tre skärningspunkter — de $3m(m-2)$ punkter, som motsvara inflexionspunkterna på C_m, och slutligen kurvans T dubbelpunkter. I hvardera af dessa sednare skär polaren tvenne grenar af T, så att derföre dubbelpunkternas antal blir

$$\frac{1}{2}\left\{3m(m-1)[3m(m-1)-1]-6m^2(m-1)^2-3m-3m(m-2)\right\}=\frac{3}{2}m(m^2-1)(m-2).$$

Detta bevisar att:

På en kurva af m:te ordningen, som saknar dubbelpunkter och spetsar, finnas i allmänhet $\frac{3}{2}m(m^2-1)(m-2)$ punktpar, så beskaffade, att de båda punkterna i samma par hafva sina normaler gående i samma riktning och sina krökningsradier lika stora.

Härefter bestämmas medelst *Plückers* formler de öfriga singulariteterna hos T.

39. Efter hvad förut är nämdt om första polaren för O resp. T, att den har O såsom $2m(m-1)$:multipelpunkt och de O närliggande, på $O\iota$, $O\iota'$ befintliga, punkterna såsom $m(m-1)$:multipelpunkter, följer att den första polaren måste vara en komplex af imaginära linieparet $O\iota$, $O\iota'$ samt en kurva af ordningen $3(m^2-m-1)$. Denna kurva innehåller O $2(m^2-m-1)$ gånger och hvardera af de på $O\iota$, $O\iota'$, punkten O närliggande, punkterna m^2-m-1 gånger.

Denna kurva skäres af räta linien oändligt långt borta — utom i de punkter, hvilka på samma gång äro skärningspunkter emellan T och linien — i $m-3$ punkter ϱ', hvilket, på grund af första polarens för O egenskap att vara ort för de harmoniska centra af $m(m-1)-1$:sta graden till de $m(m-1)$ punkter ϱ, i hvilka en rät linie genom O, utom O, skär T, bevisar att:

---

[1]) D. ä. punkter, hvilkas normaler äro parallela och hvilkas krökningscentra ligga på samma sida om deras respektive tangenter.

Det finnes i allmänhet $m-3$ grupper af $m(m-1)$ parallela tangenter till C_m, så beskaffade, att algebraiska summan af krökningsradierna till tangenternas i samma grupp beröringspunkter med C_m är lika med noll.

Riktningen af en så beskaffad grupp tangenter är vinkelrät mot någon af linierna $O\varrho'$.

I uttrycket "algebraisk summa" innefattas tydligen den bestämningen, att krökningsradierna till punkter, hvilkas normaler hafva motsatt riktning, skola hafva motsatta tecken.

Skulle dessutom ännu en grupp parallela tangenter finnas med samma beskaffenhet som de föregående, så eger ock hvarje annan grupp parallela tangenter densamma egenskapen.

Ty om $m-2$ grupper tangenter af den ifrågavarande beskaffenheten funnos, så funnos ock $m-2$ punkter ϱ' och räta linien oändligt långt borta vore då en del af första polaren för O; d. v. s. hvarje punkt oändligt långt borta vore en punkt ϱ'. — Vi se utan svårighet att detta alltid inträffar för $m=2$, ty i detta fall är enligt föregående första polaren för O resp. T komplexen af $O\varepsilon$, $O\varepsilon'$ samt en kurva af tredje ordningen, hvilken skall tangera den oändligt långt bort belägna räta linien i de tvenne punkter ϱ som motsvara asymptotpunkterna till C_2, och sålunda bestå af denna linie sjelf samt dessutom $O\varepsilon$, $O\varepsilon'$ [1]).

40. Andra polaren för O respektive T är första polaren för O, respektive första polaren för O respektive T, och sålunda en komplex af linieparet $O\varepsilon$, $O\varepsilon'$ två gånger räknadt samt en kurva af ordningen $3(m^2-m-2)$; tredje polaren för O respektive T en komplex af $O\varepsilon$, $O\varepsilon'$ tre gånger räknadt och en kurva af ordningen $3(m^2-m-3)$, etc.; m^2-m-1:sta polaren för O respektive T en komplex af $O\varepsilon$, $O\varepsilon'$ räknadt m^2-m-1 gånger samt en kurva af tredje ordningen. — Häraf framgår en serie satser, t. ex.:

Det finnes i allmänhet sex grupper af parallela tangenter till C_m $(m>2)$, så beskaffade, att krökningsradierna $\varrho_1, \varrho_2, \varrho_3, \ldots$ till tangenternas i samma grupp beröringspunkter med C_m satisfiera likheten:

$$\frac{1}{\varrho_1\varrho_2}+\frac{1}{\varrho_1\varrho_3}+\cdots\frac{1}{\varrho_2\varrho_3}+\frac{1}{\varrho_2\varrho_4}+\cdots\frac{1}{\varrho_{m^2-m-1}\,\varrho_{m^2-m}}=0,$$

med afseende fästadt på tecknen för ϱ.

---

[1]) Equationen för T till koniska sektionen $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, när dess centrum väljes till punkten O, är: $(a^2x^2+b^2y^2)^3=a^4b^4(x^2+y^2)^2$; hvarigenom äfven denna sats blir bevisad.

Det finnes i allmänhet tre grupper parallela tangenter till C_m med hvarje grupp af den beskaffenhet, att

$$\frac{1}{\varrho_1}+\frac{1}{\varrho_2}+\frac{1}{\varrho_3}+\cdots\frac{1}{\varrho_{m^2-m}}=0.$$

Till dessa satser skola tydligen samma tillägg göras som till satsen i föregående artikel, att nemligen, om ännu en grupp tangenter finnes med samma egenskap, alla öfriga grupper besitta densamma. Vidare gäller tydligen om alla dessa satser: att, alldenstund riktningen af tangenterna i hvarje af de betraktade grupperna är vinkelrät mot en asymptot till en polar för O resp. T, det ofvan bestämda antalet för dessa grupper förminskas med en enhet hvarje gång en asymptot blir imaginär.

Man uppställer lätt en andra serie liknande satser beträffande tvenne kurvor, t. ex.:

Det finnes i allmänhet tre grupper af $m(m-1)$ parallela tangenter till C_m och med dem parallela $m(m-1)$ tangenter till en andra kurva C'_m, så beskaffade, att krökningsradierna $\varrho_1, \varrho_2, \ldots$; $\varrho'_1, \varrho'_2, \ldots$ till tangenternas i samma grupp beröringspunkter med sina respektive kurvor uppfylla equationen:

$$\frac{1}{\varrho_1}+\frac{1}{\varrho_2}+\cdots=\frac{1}{\varrho'_1}+\frac{1}{\varrho'_2}+\cdots$$

11. Den vigtigaste satsen om en kurvas krökning är dock den sats, som lemnar oss en bestämning af längden för krökningsradien i en gifven punkt på kurvan, eller formeln för krökningsradien. Den följande equationen (1) är gifven af *Chasles* och i slutet af sin *Mémoire de Géométrie,* forts. af *Aperçu historique* etc. har han utvecklat densamma på ungefär följande sätt:

Af *Carnots* theorem: "Sidorna BC, CA, AB i triangeln ABC skära kurvan C_m af m:te ordningen i punkter $a, a', \ldots a^{(m-1)}$; $b, b', \ldots b^{(m-1)}$; $c, c', \ldots c^{(m-1)}$ respektive, så beskaffade att

$$\frac{Ba\,.\,Ba'\ldots}{Ca\,.\,Ca'\ldots}\cdot\frac{Cb\,.\,Cb'\ldots}{Ab\,.\,Ab'\ldots}\cdot\frac{Ac\,.\,Ac'\ldots}{Bc\,.\,Bc'\ldots}=1\text{"}$$

följer att cirkeln genom punkterna b, b', c skär räta linien AB i en punkt ϱ, hvilken, emedan $Ab\,.\,Ab'=Ac\,.\,A\varrho$, uppfyller equationen:

$$A\varrho=\frac{Ba\,.\,Ba'\ldots}{Bc\,.\,Bc'\ldots}\cdot\frac{Cb\,.\,Cb'\ldots}{Ca\,.\,Ca'\ldots}Ac'\cdot\frac{Ac''\,.\,Ac'''\ldots}{Ab''\,.\,Ab'''\ldots}.$$

När b, b' närma sig oändligt nära c och A dervid äfven c, då sålunda AC blir tangent till C_m i punkten A, kommer cirkeln genom b, b', c att gå genom tre nästgränsande punkter på C_m, d. ä. att oskulera C_m i punkten A. Den punkt

ϱ, i hvilken AB skär den kurvan C_m i A oskulerande cirkeln, är derföre gifven genom equationen:

$$(1) \quad \ldots\ldots \quad A\varrho = \frac{Ac'.Ac''.Ac'''\ldots}{Ab''.Ab'''\ldots} \cdot \frac{Ba.Ba'.Ba''\ldots}{BA.Bc'.Bc''\ldots} \cdot \frac{CA^2.Cb''.Cb'''\ldots}{Ca.Ca'.Ca''.Ca'''\ldots}.$$

Häraf följer omedelbart att — om tvenne kurvor af m:te ordningen tangera hvarandra i en punkt A och af deras öfriga skärningspunkter m punkter $(a, a', a'', \ldots)$ ligga på en rät linie hvilken som heldst, $m-2$ punkter $(b'', b''', \ldots)$ på den gemensamma tangenten i A och $m-1$ punkter $(c', c'', \ldots)$ på en tredje rät linie gående genom A — de båda kurvorna oskulera hvarandra i denna punkt. — Men denna sats är innehållen i en vida allmännare, hvilken åter är en följd af det till art. 21 citerade theoremet af *Cayley;* vi mena följande sats:

Om två kurvor C_m och C_n, den förra af m:te och den sednare af n:te ordningen $(m \leqq n)$, tangera hvarandra i en punkt A och af deras öfriga skärningspunkter $mp - \frac{1}{2}(m+p-n-1)(m+p-n-2) - 2$ ligga på en kurva af p:te ordningen $(p < n)$, som har två grenar genom A, af hvilka den ena tangerar C_m i denna punkt; så oskulera de båda kurvorna C_m och C_n hvarandra i punkten A.

Antaga vi att hörnet C i triangeln ABC ligger oändligt långt borta, att sålunda BC är parallel med tangenten AC, så reducerar sig (1) till följande formel:

$$(2) \quad \ldots\ldots \quad A\varrho = \frac{Ac'.Ac''.Ac'''\ldots.}{Ab''.Ab'''\ldots.} \cdot \frac{Ba.Ba'.Ba''\ldots}{BA.Bc'.Bc''\ldots}.$$

Om R är kurvans C_m krökningsradie i punkten A, så är $A\varrho = 2R.\sin CAB$ och de föregående equationerna gifva oss dermed ett uttryck för krökningsradien i A.

12. *Transformation af equationen (2) till den i analytiska geometrien använda formeln.* — Om AB är normalen till C_m i punkten A, då sålunda $CAB = \frac{\pi}{2}$; om kurvans C_m equation, hänförd till koordinataxlar, som med hvarandra innesluta en vinkel $= \omega$, är $f(x, y) = 0$; om α, β äro de vinklar, hvilka tangenten AC bildar med X, Y axlarne; om slutligen man för korthetens skull skrifver

$$(3) \quad \ldots\ldots \quad u = \frac{\sin\beta}{\sin\omega},\; v = \frac{\sin\alpha}{\sin\omega};\; u' = \frac{\cos\beta}{\sin\omega},\; v' = -\frac{\cos\alpha}{\sin\omega}:$$

så erhåller man, genom att i $f(x, y)$ för x, y succesive substituera $x = x_0 + \varrho u'$, $y = y_0 + \varrho v'$ och $x = x_1 + \varrho u'$, $y = y_1 + \varrho v'$ — med x_0, y_0 utmärkande koordinaterna för A, med x_1, y_1 koordinaterna för B — samt genom att utveckla efter potenser af ϱ:

$$\frac{Ac' \, . \, Ac'' \, . \, Ac''' \ldots\ldots}{BA \, . \, Bc' \, . \, Bc'' \, . \, Bc''' \ldots\ldots} = - \frac{u' . \frac{df}{dx_0} + v' . \frac{df}{dy_0}}{f(x_1, y_1)};$$

och genom att successive substituera $x = x_1 + \varrho u, y = y_1 + \varrho v$ och $x = x_0 + \varrho u, y = y_0 + \varrho v$ samt utveckla efter potenser af ϱ:

$$\frac{Ba \, . \, Ba' \, . \, Ba'' \, . \, Ba''' \ldots}{Ab'' \, . \, Ab''' \ldots} = 2 \cdot \frac{f(x_1, y_1)}{u^2 . \frac{d^2f}{dx^2_0} + 2uv . \frac{d^2f}{dx_0 dy_0} + v^2 . \frac{d^2f}{dy_0{}^2}}.$$

Härigenom öfvergår (2) i följande formel:

$$(4) \ldots\ldots \qquad R = - \frac{u' . \frac{df}{dx_0} + v' . \frac{df}{dy_0}}{u^2 . \frac{d^2f}{dx_0{}^2} + 2uv . \frac{d^2f}{dx_0 dy_0} + v^2 . \frac{d^2f}{dy_0{}^2}}.$$

Af formen för denna equation och för equationerna till polarkurvorna respektive $f(x, y) = 0$ följer omedelbart att

Krökningsradierna i en punkt på C_m till denna punkts koniska, kubiska, ... första och noll:te polarer, respektive C_m, stå till hvarandra i förhållanderna:

$$1 : \frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \ldots\ldots : \frac{1}{m-2} : \frac{1}{m-1}.$$

Häraf härleder man en enkel konstruktion af krökningsradien till C_m i en gifven punkt A. Man konstruerar tre punkter utom A på koniska polaren för A: drager trenne räta linier genom A och bestämmer på hvardera af dem det till A harmoniska centrum af första graden respektive liniens öfriga $m - 1$ skärningspunkter med C_m; dessa tre punkter, hvilka vi kalla γ', α, α', bestämma en konisk sektion som går genom dem, genom A och tangerar C_m i denna punkt — just den ifrågavarande koniska polaren. Dess krökningsradie R' i punkten A är i enlighet med (1) gifven genom equationen:

$$2R' . \sin BAC = A\gamma' \cdot \frac{B\alpha \, . \, B\alpha'}{BA \, . \, B\gamma'} \cdot \frac{CA^2}{C\alpha \, . \, C\alpha'},$$

der B utmärker skärningspunkten emellan räta linierna $A\gamma'$ och $\alpha\alpha'$, samt C skärningspunkten emellan $\alpha\alpha'$ och tangenten i A. — Denna krökningsradie R' är $m - 1$ gånger så stor som den sökta krökningsradien till C_m i A.

13. Formeln (4) öfvergår, för det fall att kurvans C_m equation är gifven under formen $y = \varphi(x)$, i följande uttryck:

$$(5) \ldots\ldots \qquad R = - \frac{u'\varphi'(x_0) - v'}{u^2 . \varphi''(x_0)}.$$

Af denna formel och af satsen: "Om $x_1, x_2, \ldots x_n$ äro rötter till en equation af n:te graden $F(x) = 0$, så är städse $\frac{1}{F'(x_1)} + \frac{1}{F'(x_2)} + \ldots \frac{1}{F'(x_n)} = 0$" [1]) härleder man för de paraboliska kurvorna: $y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots$ följande theorem:

En parabolisk kurva, $y = \varphi(x)$, af m:te ordningen har $m-1$ tangenter parallela med en gifven rät linie hvilken som heldst; de parallela tangenternas beröringspunkter hafva krökningsradier, hvilkas algebraiska summa försvinner (förutsatt $m > 2$).

---

[1]) *Bevis.* Om $x_1, x_2, \ldots x_n$ äro rötter till $F(x) = 0$, så är $F(x) = (x-x_1)(x-x_2)\ldots(x-x_n)$, och $F'(x_p) = (x_p-x_1)(x_p-x_2)\ldots(x_p-x_{p-1})(x_p-x_{p+1})\ldots(x_p-x_n)$. Sålunda, om man med $\triangle$ betecknar determinanten:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \ldots 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 & \ldots x_n \\ x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 & \ldots x_n^2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ x_1^{n-1} & x_2^{n-1} & x_3^{n-1} & \ldots x_n^{n-1} \end{vmatrix} = \begin{matrix} (x_2-x_1)(x_3-x_1)(x_4-x_1)\ldots(x_n-x_1) \times \\ (x_3-x_2)(x_4-x_2)\ldots(x_n-x_2) \times \\ (x_4-x_3)\ldots(x_n-x_3) \times \\ \ldots\ldots\ldots \\ (x_n-x_{n-1}); \end{matrix}$$

blir

$$\frac{1}{F'(x_p)} = \frac{(-1)^{n-p}}{\triangle} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \ldots 1 & 1 & \ldots 1 \\ x_1 & x_2 \ldots x_{p-1} & x_{p+1} & \ldots x_n \\ x_1^2 & x_2^2 \ldots x_{p-1}^2 & x_{p+1}^2 & \ldots x_n^2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ x_1^{n-2} & x_2^{n-2} \ldots x_{p-1}^{n-2} & x_{p+1}^{n-2} & \ldots x_n^{n-2} \end{vmatrix},$$

och

$$\frac{1}{F'(x_1)} + \frac{1}{F'(x_2)} + \cdots \frac{1}{F'(x_n)} = \frac{(-1)^{n-1}}{\triangle} \cdot \left[\begin{vmatrix} 1 & 1 \ldots 1 \\ x_2 & x_3 \ldots x_n \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ x_2^{n-2} & x_3^{n-2} \ldots x_n^{n-2} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & 1 \ldots 1 \\ x_1 & x_3 \ldots x_n \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ x_1^{n-2} & x_3^{n-2} \ldots x_n^{n-2} \end{vmatrix} + \ldots \right] =$$

$$= \frac{(-1)^{n-1}}{\triangle} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 & \ldots 1 \\ 1 & 1 & \ldots 1 \\ x_1 & x_2 & \ldots x_n \\ x_1^2 & x_2^2 & \ldots x_n^2 \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ x_1^{n-2} & x_2^{n-2} & \ldots x_n^{n-2} \end{vmatrix} = 0. \text{ H. S. B.}$$

44. Om tangenten AC (42) är parallel med x–axeln, så är $\alpha=0$, $\beta=\omega$ samt $\frac{df}{dx_0}=0$ och derföre enligt (3) och (4):

$$(6) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad R\,.\sin\omega=\frac{df}{dy_0}:\frac{d^2f}{dx_0{}^2}\,.$$

Om kurvans C_m equation kan framställas under formen: $f=\varphi(x)+\psi(y)=0$, hvarest $\varphi(x)$ ej innehåller y, $\psi(y)$ ej innehåller x, så äro punkterna, hvilkas tangenter äro parallela med x–axeln, bestämda derigenom, att deras abskissor äro rötterna $x_1, x_2, \ldots x_{m-1}$ till equationen $\varphi'(x)=0$, och att de äro skärningspunkter emellan C_m och de räta linier, som från abskissornas ändpunkter dragas parallela med y–axeln. Kalla vi de, x_1 motsvarande, ordinaterna för $y'_1, y''_1, \ldots$ samt dessa punkters krökningsradier för $R'_1, R''_1, \ldots$ och låta $y'_2, y''_2, \ldots$; $R'_2, R''_2, \ldots$, etc. hafva samma betydelse respektive x_2, etc.; så följer ur (6) att:

$$(R'_1+R''_1+\ldots R_1{}^{(m)})\sin\omega=\frac{\psi'(y'_1)+\psi'(y''_1)+\ldots\psi'(y_1{}^{(m)})}{\varphi''(x_1)}\,,$$

$$(R'_2+R''_2+\ldots R_2{}^{(m)})\sin\omega=\frac{\psi'(y'_2)+\psi'(y''_2)+\ldots\psi'(y_2{}^{(m)})}{\varphi''(x_2)}\,,$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Emedan summan $\psi'(y'_1)+\psi'(y''_1)+\ldots\psi'(y_1{}^{(m)})=\sum_{k=0}^{k=m-1}(k+1)\,a_{k+1}(y'^k_1+y''^k_1+\ldots y_1{}^{(m)k})$, hvarest a_k utmärker koefficienten till y^k i utvecklingen af $\psi(y)$, är en funktion af endast koefficienterna till potenserna af y i polynomet $\psi(y)$, så äro täljarne till höger om likhetstecknen i de föregående equationerna hvarandra lika; och sålunda:

$$R'_1+R''_1+\ldots R'_2+R''_2+\ldots R'_{m-1}+\ldots R^{(m)}_{m-1}=C\,.\Big[\frac{1}{\varphi''(x_1)}+\frac{1}{\varphi''(x_2)}+\ldots\frac{1}{\varphi''(x_{m-1})}\Big]\,.$$

Men summan till höger är, enligt den i föregående artikel använda satsen, lika med noll, så att $R'_1+R''_1+\ldots R^{(m)}_{m-1}=0$.

Af denna bevisning följer ock, att *Summan* $\frac{x_1{}^k}{F'(x_1)}+\frac{x_2{}^k}{F'(x_2)}+\ldots\frac{x_n{}^k}{F'(x_n)}$ *är noll, så länge k är ett helt positivt tal $<n-1$; är 1, när $k=n-1$, samt, om $k=n+p$, lika med:*

$$(-1)^{p-1}\,.\begin{vmatrix} a_1 & 1 & 0 & 0 & \ldots \\ a_2 & a_1 & 1 & 0 & \ldots \\ a_3 & a_2 & a_1 & 1 & \ldots \\ . & . & . & . & \\ . & . & . & . & \\ a_{p+1} & a_p & a_{p-1} & a_{p-2} & \ldots \end{vmatrix}\,,$$

då $F(x)=x^n+a_1\,x^{n-1}+a_2\,x^{n-2}+\ldots a_p\,x^{n-p}+\ldots.$

Hvad som här är visadt om krökningsradierna i de punkter, hvilkas tangenter äro parallela med x-axeln, gäller tydligen äfven om tangenterna parallela med y-axeln; derföre:

För hvarje algebraisk kurva, hvars equation i något rät- eller snedvinkligt axelsystem är $\psi(y)+\varphi(x)=0$, *der* $\psi(y)$ *är en rationel funktion ensamt af* $y, \varphi(x)$ *ensamt af* x, *besitta beröringspunkterna till de med någon af axlarne parallela tangenterna den beskaffenheten, att algebraiska summan af deras krökningsradier försvinner.*

Häraf och ur satserna i (39) följer att

Hvarje kurva af tredje och fjerde ordningen, hvars equation i något axelsystem kan bringas under rationella formen $\psi(y)+\varphi(x)=0$, *har den egenskapen, att algebraiska summan af krökningsradierna i de punkter, hvilkas tangenter äro parallela med hvarandra, försvinner.*

Vi skola dock längre fram, på rent geometrisk väg, finna, att denna samma egenskap gäller alla algebraiska kurvor.

---

45. *En sats om homologa kurvor.* — Tvenne figurer äro homologa respektive en punkt S såsom centrum och en rät linie L såsom axel för homologien, när sammanbindningslinien emellan motsvarande punkter i de båda figurerna går genom S, och sammanbindningslinien emellan två punkter hvilka som heldst, i den ena figuren, skär sammanbindningslinien emellan de två motsvarande punkterna, i den andra figuren, i en punkt på L.

Betrakta vi sålunda på en gifven kurva trenne punkter a, b, c och på en med den gifna, respektive S och L, homolog kurva de tre motsvarande punkterna a', b', c'; så blifva trianglarne abc och $a'b'c'$ sjelfva homologa, i det att räta linierna aa', bb', cc' gå genom S och sidorna bc, $b'c'$; ca, $c'a'$; $ab, a'b'$ skära hvarandra i tre punkter α, β, γ liggande på L.

Om kring dessa båda trianglar beskrifvas tvenne cirklar och med m, m' utmärkas de punkter, i hvilka räta linien Saa' skär sidorna bc, $b'c'$ respektive, samt med ϱ, ϱ' de punkter, i hvilka samma linie skär cirklarne, omskrifna abc, $a'b'c'$ respektive; så finner man:

$$m\varrho = \frac{mb \,.\, mc}{ma}, \quad m'\varrho' = \frac{m'b' \,.\, m'c'}{m'a'}$$

och

$$\frac{m\varrho}{m'\varrho'} = \frac{mb}{ma} \cdot \frac{m'a'}{m'b'} \cdot \frac{mc}{m'c'} \,.$$

Drager man en rät linie genom a parallel med Saa' och kallar dess skärningspunkter med räta linierna $ba\gamma$, $b'a'\gamma$ för δ, δ': så blir:

$$\frac{mb}{ma}\cdot\frac{m'a'}{m'b'}=\frac{ab}{ab'}\cdot\frac{a\delta'}{a\delta}=\frac{ab}{ab'}\cdot\frac{\sin a\gamma b'}{\sin a\gamma b}\cdot\frac{\sin Sa\gamma}{\sin Sa'\gamma}\,.$$

Vidare är: $\dfrac{mc}{m'c'}=\dfrac{Sm}{Sm'}\cdot\dfrac{\sin Sc'a}{\sin Sca}$. — Man erhåller härigenom:

$$\frac{m\varrho}{m'\varrho'}=\frac{Sm}{Sm'}\cdot\frac{ab}{ab'}\cdot\frac{\sin a\gamma b'}{\sin a\gamma b}\cdot\frac{\sin Sa\gamma}{\sin Sa'\gamma}\cdot\frac{\sin Sc'a}{\sin Sca}\,.$$

När punkterna b, c närma sig a, komma äfven b', c' att närma sig a', de omskrifna cirklarne blifva cirklar som oskulera i punkterna m, m'; vinklarne $Sa\gamma$, $Sa'\gamma$ blifva lika med Sca, $Sc'a$ respektive, och den föregående formeln öfvergår då i den följande:

$$\frac{m\varrho}{m'\varrho'}=\frac{Sm}{Sm'}\cdot\frac{am}{am'}\cdot\frac{\sin(L,am')}{\sin(L,am)}\,.$$

Om R är krökningsradien i m, R' krökningsradien i m', så är $m\varrho = 2R.\sin Sma$, $m'\varrho' = 2R'\sin Sm'a$ och sålunda $\dfrac{m\varrho}{m'\varrho'}=\dfrac{R}{R'}\cdot\dfrac{am'}{am}$.

Den föregående equationen gifver oss härigenom:

$$\frac{R}{R'}=\frac{Sm}{Sm'}\cdot\left(\frac{am}{am'}\right)^2\cdot\frac{\sin(L,am')}{\sin(L,am)}\,.$$

Om mp är perpendikeln från m mot L, $m'p'$ perpendikeln från m' mot L, så är $\sin(L,am)=\dfrac{mp}{ma}$, $\sin(L,am')=\dfrac{m'p'}{m'a}$ och derföre:

$$\text{(A)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad \frac{R}{R'}=\frac{Sm}{Sm'}\cdot\frac{m'p'}{mp}\cdot\left(\frac{ma}{m'a}\right)^3\,.$$

Slutligen, emedan $\dfrac{Sm}{Sm'}=\lambda.\dfrac{mp}{m'p'}$, der λ är konstant, oberoende af punktens m läge:

$$\text{(B)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \frac{R}{R'}=\lambda.\left(\frac{ma}{m'a}\right)^3\,.$$

D. v. s.

Förhållandet emellan krökningsradierna till två homologa kurvor i motsvarande punkter, divideradt med förhållandet emellan kuberna på de segmenter, hvilka på dessa punkters respektive tangenter innehållas emellan punkterna sjelfva och de båda tangenternas skärningspunkt, är konstant.

Coroll. I. Om kurvorna äro likformiga, respektive S såsom centrum för likformigheten, så ligger L oändligt långt borta, $\frac{m\alpha}{m'\alpha}$ blir 1 och sålunda: $\frac{R}{R'} =$ konst.

Coroll. II. Emedan två koniska sektioner C, C'', hvilka som heldst, äro homologa med hvarandra respektive skärningspunkten S emellan två af deras gemensamma tangenter såsom centrum (och en viss, mot S svarande, korda, af de C och C'' gemensamma kordorna, såsom axel) för homologien, så äro krökningsradierna R, R' i tvenne punkter m, m', den ena på C och den andra på C', hvilkas sammanbindningslinie går genom S, förbundna med hvarandra genom relationen (B). Om D, D' utmärka de diametrar, i C och C' respektive, som äro parallela med tangenterna i m, m': så blir $\frac{m\alpha}{m'\alpha} = \lambda' \frac{D}{D'}$ [1]), hvarest λ' är konstant, och (B) kan då skrifvas under formen: $\frac{R}{R'} = \lambda_1 \cdot \frac{D^3}{D'^3}$, der λ_1 är konstant, oberoende af punktens m läge.

Emedan vidare hvarje konisk sektion C är med en cirkel, hvars centrum är en af brännpunkterna i C, homolog, respektive denna samma brännpunkt såsom centrum för homologien, så är enligt föregående dess krökningsradie R i en punkt m, hvilken som heldst:

(a) . . . . $R = \mu \cdot D^3,$

när med D utmärkes halfva diametern i C parallel med tangenten i m, och med μ en viss konstant storhet.

Vi bestämma μ för det fall att C är en Ellips, hvars större halfaxel är a och mindre är b: vi kalla dess ena brännpunkt för S och finna, under användande af samma beteckningar som förut, att, om m_0 utmärker en ändpunkt af mindre axeln och R_0 krökningsradien i denna punkt:

$$m_0 p = m_0 \alpha, \quad \frac{m'_0 p'}{m'_0 \alpha} = \frac{m'_0 \alpha}{m_0 \alpha}; \text{ sålunda } \frac{m'_0 p'}{m_0 p} = \left(\frac{m'_0 \alpha}{m_0 \alpha}\right)^2 \text{ och enligt (A):}$$

$$R_0 = Sm_0 \cdot \frac{m_0 \alpha}{m'_0 \alpha} = a \cdot \frac{a}{b}, \text{ men enligt (a) } = \mu \cdot a^3.$$

Derföre: $\mu = \frac{1}{ab}$ och ur (a):

$$R = \frac{D^3}{ab};$$

den bekanta formeln för krökningsradien till en punkt på Ellipsen.

[1]) *Chasles*, Traité des sections coniques, 1:ère partie, art. 387.

Coroll. III. Hvarje kurva C_3 af tredje ordningen har alltid en reel inflexionspunkt; vi kalla densamma för S och dess harmoniska polar för L. Då skär hvarje rät linie genom S kurvan C_3, utom S, i tvenne punkter m, m' som äro konjugat-harmoniska i afseende på S och liniens skärningspunkt π med L; d. v. s.

$$\text{(b)} \quad \frac{Sm}{Sm'} = -\frac{\pi m}{\pi m'} = -\frac{mp}{m'p'},$$

om $mp, m'p'$ utmärka perpendiklarne mot L från punkterna m, m'.

Denna equation bevisar åter, att punkterna m, m' äro homologa med harandra och att sålunda äfven kurvans C_3 tvenne grenar, på ömse sidor om L eller S, äro homologa med hvarandra, respektive S såsom centrum och L såsom axel för homologien.

Krökningsradierna R, R' i tvenne punkter m, m', hvilkas sammanbindningslinie går genom S, äro sålunda förbundna med hvarandra genom relationen (A), hvilken i detta fall, på grund af (b), öfvergår i den enklare formen:

$$\text{(c)} \quad \frac{R}{R'} = -\left(\frac{m\alpha}{m'\alpha}\right)^3.$$

För tvenne punkter m, m', hvilkas sammanbindningslinie går genom S och hvilkas tangenter äro parallela med L, blir $\frac{m\alpha}{m'\alpha} = 1$ och sålunda $R = -R'$.

De sex punkter på en kurva af tredje ordningen (saknande dubbelpunkter och spetsar), hvilkas tangenter äro parallela med harmoniska polaren för en inflexionspunkt S på kurvan, kunna fördelas i trenne punktpar af den beskaffenheten, att sammanbindningslinien emellan de båda punkterna i samma par går genom S. *De båda punkterna i samma par hafva lika stora krökningsradier, men sina normaler i motsatt riktning. Andra två punkter, hvilkas sammanbindningslinie går genom S, hafva krökningsradier, som förhålla sig till hvarandra såsom kuberna på dessa punkters afstånd från deras tangenters skärningspunkt; detta sednare förhållande räknadt negativt.*

Emedan, i enlighet härmed, de sex punkter, hvilkas tangenter äro parallela med harmoniska polaren för S, bilda en grupp punkter, för hvilka $R_1 + R_2 + \ldots R_6 = 0$, så följer af de båda satserna i (39), att

Hvarje grupp af sex punkter på en kurva af tredje ordningen, hvilkas tangenter äro parallela med hvarandra, besitter den egenskapen, att algebraiska summan af punkternas krökningsradier försvinner.

Enligt (40) skola tre grupper parallela tangenter till C_3 finnas, i hvilkas beröringspunkter krökningsradierna satisfiera equationen: $\Sigma \frac{1}{R} = 0$. I föregående är vi-

sadt att harmoniska polaren för en inflexionspunkt utmärker riktningen af tangenterna i en dylik grupp. Emedan vidare en kurva af tredje ordningen, som saknar dubbelpunkter och spetsar, hvilket i (40) varit förutsatt om C_m, alltid har tre, och endast tre reela, inflexionspunkter, så äro tangenterna i de ifrågavarande grupperna städse parallela med någon af dessa inflexionspunkters harmoniska polarer.

Equationen (c) jemförd med (a) lemnar omedelbart en sats om de koniska sektioner C_2, som tangera C_3 i tvenne punkter m, m', hvilkas sammanbindningslinie går genom S. Ur (a) erhåller man nemligen om krökningsradierna r, r' i punkterna m, m' till C_2, att $-\frac{r}{r'} = \frac{D^3}{D'^3} = \frac{\alpha m^3}{\alpha m'^3}$ och att sålunda:

Om en konisk sektion har en dubbel beröring med en kurva af tredje ordningen, och dervid beröringskordan går genom en inflexionspunkt till denna sednare; så är förhållandet emellan koniska sektionens krökningsradier i de båda beröringspunkterna lika med förhållandet emellan kurvans af tredje ordningen krökningsradier i de samma punkterna.

46. Öfverensstämmelsen emellan den andra satsen i föreg. art. sista coroll. och satsen om likheten af krökningsradierna till en konisk sektion i ändpunkterna af en diameter måste nödvändigt leda till den förmodan, att fullkomligt allmänt, för alla algebraiska kurvor, en liknande egenskap måtte kunna bestå.

Återupptaga vi den i början af föregående § afhandlade kurvan J, som är Evolutans polar resp. en cirkel C_2 med centrum i O, så finna vi, att, alldenstund J har m grenar genom O och alldenstund grenarnes tangenter i O äro inflexionstangenter i denna punkt (16), $n-1$:sta polaren för O respektive J måste, såsom varande af ordningen $m+1$, till en del bestå af dessa m inflexionstangenter sjelfva samt sålunda till en andra del af en viss rät linie R. Den nämda polaren för O resp. J är åter orten för det harmoniska centrum af första graden, i afseende på O som pol, till de n punkter e, i hvilka en transversal genom O, utom denna punkt, skär J; så att derföre orten för dessa harmoniska centra är räta linien R. Denna egenskap hos J blir följande egenskap för dess polar resp. C_2, för Evolutan:

Centrum till medeldistanserna (eller tyngdpunkten) för beröringspunkterna emellan Evolutan och dess (på ändligt afstånd belägna) med en gifven riktning parallela n tangenter blir oförändrad till sitt läge, hvilken än den gemensamma riktningen för dessa tangenter måtte vara.

Om sålunda $q, q', q'', \ldots$ äro n punkter på Evolutan, hvilkas tangenter äro parallela, om vidare ϱ är centrum för deras medeldistanser samt π en godtycklig transversal, och $q\pi, q'\pi, \ldots$ längderna af perpendiklarne från $q, q', \ldots$ mot π; så är:

$$q\pi + q'\pi + q''\pi + \ldots . = n \, . \, \varrho\pi = \text{konst.}$$

för alla möjliga systemer punkter $q, q', q'', \ldots$, hvilkas tangenter äro parallela.

Om $p, p', p'', \ldots$ utmärka normalpunkterna för Evolutans tangenter i $q, q', q'', \ldots$ till dess grundkurva C_m, af m:te ordningen och n:te klassen, så äro ock tangenterna till C_m i punkterna $p, p', p'', \ldots$ med hvarandra parallela och derföre, om ε utmärker centrum för dessa punkters medeldistanser (*Chasles, Aperçu historique etc.* p. 624):

$$p\pi + p'\pi + p''\pi + \ldots . = n \, . \, \varepsilon\pi = \text{konst.}$$

för alla möjliga systemer punkter $p, p', p'', \ldots$, hvilkas tangenter äro parallela.

Om $R, R', R'', \ldots$ äro krökningsradierna till C_m i punkterna $p, p', p'', \ldots$ och (N, π) är den vinkel, hvilken den gemensamma riktningen N af normalerna i $p, p', p'', \ldots$ innesluter med π; så är $q\pi - p\pi = R \, . \sin(N, \pi)$, $q'\pi - p'\pi = = R' \sin(N, \pi)$, etc. och sålunda, på grund af de föregående equationerna:

$$(R + R' + R'' + \ldots .) \sin(N, \pi) = n(\varrho\pi - \varepsilon\pi) = \lambda,$$

der λ är konstant, oberoende af riktningen hos N.

Enligt (21) tangera C_m och Evolutan hvarandra i två systemer af n punkter, så beskaffade att tangenterna till punkterna i samma system äro parallela med hvarandra (nemligen med någon af asymptoterna till en cirkel). Emedan då alltid två systemer af n parallela tangenter finnas gemensamma för C_m och för Evolutan, måste ϱ och ε ständigt sammanfalla; d. ä.

Centrum till medeldistanserna för punkter på C_m, hvilkas tangenter äro parallela med hvarandra, är äfven centrum till medeldistanserna för dessa punkters krökningscentra.

I den sista equationen är sålunda alltid $\lambda = 0$ och derföre:

Om man till en algebraisk kurva af n:te klassen drager n parallela tangenter, är städse algebraiska summan af beröringspunkternas krökningsradier lika med noll.

47. Den i artikel (45) framställda equationen (B) blifver nu slutligen ett medel hvarigenom satserna i föreg. art. och art. 40 kunna generaliseras.

Vi bemärka för detta ändamål, att det alltid är möjligt att konstruera en figur som är homolog med en gifven figur, respektive en gifven punkt S såsom centrum för homologien och respektive en axel för homologien, hvars läge är underkastadt det vilkoret, att en gifven rät linie L i den gifna figuren skall i den homologa figuren motsvara linien oändligt långt borta.

På räta linien Sa, der a är en punkt tillhörande den gifna figuren, väljer man godtyckligt en punkt a' att vara homolog med a; för att härefter konstruera

punkterna $b', c', \ldots$ homologa med $b, c, \ldots,$ kan man förfara på följande sätt: Man sammanbinder S med skärningspunkterna γ, β emellan L och räta linierna ab, ac respektive, samt dragar genom a' räta linier parallela med $S\gamma$, $S\beta$ respektive; dessa liniers skärningspunkter med Sb, Sc respektive äro punkterna b' c'.

Om då C är en kurva af n:te klassen i den gifna figuren och vi kalla den på det angifna sättet bestämda, med C homologa, kurvan för C'; punkterna på den första kurvan för m, m_1, etc. samt de med dem homologa punkterna på C' för m', m'_1, etc.; så finna vi, att, om om är en, genom en punkt o på L dragen, tangent till C i punkten m, tangenten till C' i motsvarande punkt m' är en rät linie genom m' parallel med So, och att sålunda krökningsradierna R, R' i punkterna m, m' resp. äro enligt (B) förbundna genom equationen:

$$\frac{R}{R'} = \lambda \cdot \left(\frac{om}{oS}\right)^3 \text{ eller } R' = \frac{R}{om^3} \cdot So^3 \times \text{konst.}$$

Emedan nu de tangenter till C', som äro parallela med tangenten i m' (parallel med So), äro homologa med de tangenter till C, som utgå från en och samma punkt o på L; så kunna vi ur den andra satsen i (40), tillämpad på C', härleda om kurvan C: att på hvarje rät linie L finnas alltid tre punkter o, från hvardera af hvilka till en gifven kurva af n:te klassen kunna dragas n tangenter, hvilkas beröringspunkter $m_1, m_2, \ldots$ hafva krökningsradier $R_1, R_2, \ldots$ uppfyllande equationen:

$$\frac{om_1^3}{R_1} + \frac{om_2^3}{R_2} + \ldots = 0. \quad \text{D. är:}$$

Om en kurva C_m af n:te klassen är gifven, så finnes i dess plan en viss kurva af tredje ordningen, med hvarje sin punkt o af den beskaffenhet att de n tangenter, som derifrån kunna dragas mot C_m, beröra denna kurva i punkter, hvilkas krökningsradier satisfiera ofvanstående equation.

När $m = 3$, är denna kurva komplexen af harmoniska polarerna för de tre reela inflexionspunkterna.

Af sista satsen i föregående art., tillämpad på C', följer åter om C:

Om från en punkt o, hvilken som heldst, tangenter dragas till en kurva af n:te klassen, och $R_1, R_2, \ldots R_n$ äro kurvans krökningsradier i dess beröringspunkter $m_1, m_2, \ldots m_n$ med dessa tangenter; så är städse:

$$\frac{R_1}{om_1^3} + \frac{R_2}{om_2^3} + \ldots \frac{R_n}{om_n^3} = 0.$$

Om Monomial-

och

Fakultetskoefficienter.

Af

VIKTOR von ZEIPEL.

---

§. 1.

Om monomialkoefficienter.

Betrakta vi de tal, hvilka ingå i följande tabeller,

klassen (—1) ....

μ	$\mu_{0,-1}$	$\mu_{1,-1}$	$\mu_{2,-1}$	$\mu_{3,-1}$	$\mu_{4,-1}$	$\mu_{5,-1}$	$\mu_{6,-1}$
1	—1	1					
2	1	—1	2				
3	—1	1	0	6			
4	1	—1	2	12	24		
5	—1	1	0	30	120	120	
6	1	—1	2	60	480	1080	720

,

klassen (0) ....

μ	$\mu_{0,0}$	$\mu_{1,0}$	$\mu_{2,0}$	$\mu_{3,0}$	$\mu_{4,0}$	$\mu_{5,0}$	$\mu_{6,0}$
1	$(\frac{0}{0})$	1					
2	0	1	2				
3	0	1	6	6			
4	0	1	14	36	24		
5	0	1	30	150	240	120	
6	0	1	62	540	1560	1800	720

,

klassen (1) ....

μ	$\mu_{0,1}$	$\mu_{1,1}$	$\mu_{2,1}$	$\mu_{3,1}$	$\mu_{4,1}$	$\mu_{5,1}$	$\mu_{6,1}$
1	1	1					
2	1	3	2				
3	1	7	12	6			
4	1	15	50	60	24		
5	1	31	180	390	360	120	
6	1	63	602	2100	3360	2520	720

,

klassen (2) ....

μ	$\mu_{0,2}$	$\mu_{1,2}$	$\mu_{2,2}$	$\mu_{3,2}$	$\mu_{4,2}$	$\mu_{5,2}$	$\mu_{6,2}$
1	2	1					
2	4	5	2				
3	8	19	18	6			
4	16	65	110	84	24		
5	32	211	570	750	480	120	
6	64	665	2702	5460	5880	3240	720

,

klassen (3) ....

μ	$\mu_{0,3}$	$\mu_{1,3}$	$\mu_{2,3}$	$\mu_{3,3}$	$\mu_{4,3}$	$\mu_{5,3}$	$\mu_{6,3}$
1	3	1					
2	9	7	2				
3	27	37	24	6			
4	81	175	194	108	24		
5	243	781	1320	1230	600	120	
6	729	3367	8162	11340	9120	3960	720

,

klassen (4) ....

μ	$\mu_{0,4}$	$\mu_{1,4}$	$\mu_{2,4}$	$\mu_{3,3}$	$\mu_{4,4}$	$\mu_{5,4}$	$\mu_{6,4}$
1	4	1					
2	16	9	2				
3	64	61	30	6			
4	256	369	302	132	24		
5	1024	2101	2550	1830	720	120	
6	4096	11529	19502	20460	13080	4680	720

,

så finna vi, att hvarje följande rad är förenad med sin föregående i tabellen (3) förmedelst relationen

(1) $$r\mu_{r-1,1} + (r+1)\,\mu_{r,1} = (\mu+1)_{r,1},$$

i tabellen (4) förmedelst relationen

(2) $$r\mu_{r-1,2} + (r+2)\,\mu_{r,2} = (\mu+1)_{r,2},$$

i tabellen (5) förmedelst

(3) $$r\mu_{r-1,3} + (r+3)\,\mu_{r,3} = (\mu+1)_{r,3},$$

i tabellen (6) förmedelst

(4) $$r\mu_{r-1,4} + (r+4)\,\mu_{r,4} = (\mu+1)_{r,4},$$

och i allmänhet i den r:te förmedelst relationen

(5) $$r\mu_{r-1,n} + (r+n)\,\mu_{r,n} = (\mu+1)_{r,n}.$$

Jemnföra vi vidare de tal, som ingå i en viss rad af den tredje tabellen med de tal, som ingå i motsvarande rad af den fjerde, finna vi, att talen i fjerde tabellen äro summan af 2 och 2 af talen i den tredje; t. ex. talen i tredje raden af klassen (2) jemnförda med talen i tredje raden af klassen (1) gifva

$$8 = 1 + 7,$$
$$19 = 7 + 12,$$
$$18 = 12 + 6,$$
$$6 = 6 + 0.$$

Samma förhållande eger rum, då vi jemnföra talen i motsvarande rader af tvenne konsekutiva tabeller hvilka som helst; t. ex.

$$\mu_{0,n} = \mu_{0,n-1} + \mu_{1,n-1},$$
$$\mu_{1,n} = \mu_{1,n-1} + \mu_{2,n-1},$$
$$\mu_{2,n} = \mu_{2,n-1} + \mu_{3,n-1},$$
$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot$$
$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

(6) $$\mu_{r,n} = \mu_{r,n-1} + \mu_{r+1,n-1}.$$

I sednast anförda exempel kunna vi säga, att vi kombinerat enhetens binomialkoefficienter med de successiva elementerna af en viss rad i ena tabellen för att erhålla elementerna i motsvarande rad af följande tabell. Kombinera vi åter elementerna i en viss rad af en tabell med 2:ans binomialkoefficienter, finna vi elementerna af motsvarande rad i den tabell, hvars ordning är två enheter högre än den förras. Betrakta vi t. ex. elementerna i tredje raden af klasserna (1) och (3) finna vi

$$27 = 1\,.\,1 + 2\,.\,7 + 1\,.\,12,$$
$$37 = 1\,.\,7 + 2\,.\,12 + 1\,.\,6,$$
$$24 = 1\,.\,12 + 2\,.\,6,$$
$$6 = 1\,.\,6,$$

och i allmänhet

$$\mu_{0,n} = 1 \,.\, \mu_{0,n-2} + 2 \,.\, \mu_{1,n-2} + 1 \,.\, \mu_{2,n-2},$$
$$\mu_{1,n} = 1 \,.\, \mu_{1,n-2} + 2 \,.\, \mu_{2,n-2} + 1 \,.\, \mu_{3,n-2},$$
$$\mu_{2,n} = 1 \,.\, \mu_{2,n-2} + 2 \,.\, \mu_{3,n-2} + 1 \,.\, \mu_{4,n-2},$$
$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$
$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$\mu_{r,n} = 1 \,.\, \mu_{r,n-2} + 2 \,.\, \mu_{r+1,n-2} + 1 \,.\, \mu_{r+2,n-2}. \tag{7}$$

Kombinera vi åter elementerna i en viss rad af en tabell med 3:ans binomialkoefficienter, erhålla vi elementerna af motsvarande rad i en tabell, hvars ordningsnummer är tre enheter högre än den förras. T. ex.

$$64 = 1 \,.\, 1 + 3 \,.\, 7 + 3 \,.\, 12 + 1 \,.\, 6,$$
$$61 = 1 \,.\, 7 + 3 \,.\, 12 + 3 \,.\, 6,$$
$$30 = 1 \,.\, 12 + 3 \,.\, 6,$$

och i allmänhet

$$\mu_{0,n} = 1 \,.\, \mu_{0,n-3} + 3 \,.\, \mu_{1,n-3} + 3 \,.\, \mu_{2,n-3} + 1 \,.\, \mu_{3,n-3},$$
$$\mu_{1,n} = 1 \,.\, \mu_{1,n-3} + 3 \,.\, \mu_{2,n-3} + 3 \,.\, \mu_{3,n-3} + 1 \,.\, \mu_{4,n-3},$$
$$\mu_{2,n} = 1 \,.\, \mu_{2,n-3} + 3 \,.\, \mu_{3,n-3} + 3 \,.\, \mu_{4,n-3} + 1 \,.\, \mu_{5,n-3},$$
$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$
$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$\mu_{r,n} = 1 \,.\, \mu_{r,n-3} + 3 \,.\, \mu_{r+1,n-3} + 3 \,.\, \mu_{r+2,n-3} + 1 \,.\, \mu_{r+3,n-3}, \text{ o. s. v.} \tag{8}$$

Den allmännaste form, under hvilken föregående equationer kunna skrifvas, blir då

$$\mu_{r,n+p} = p_0 \cdot \mu_{r,n} + p_1 \cdot \mu_{r+1,n} + p_2 \cdot \mu_{r+2,n} + \ldots + p_p \cdot \mu_{r+p,n}. \tag{9}$$

Kombinera vi vidare de successiva elementerna inom en kolumn af en tabell med de binomialkoefficienter, hvilkas ordningsnummer är lika med högsta ordningsnummern hos de ifrågavarande elementerna, finna vi den erhållna summan lika med det element i nästföljande tabell, hvilket svarar mot det element af förra tabellen, som har högsta ordningsnummern. Utgå vi t. ex. från det element, som befinner sig i femte radan och tredje kolumnen af tredje tabellen, hvilket element är 180, samt kombinera detta element äfvensom alla ofvanstående i denna kolumn med femmans binomialkoefficienter, erhålla vi till summa 570, hvilket är det element, som befinner sig i femte raden och tredje kolumnen af fjerde tabellen. Vi finna nemligen

$$570 = 1 \,.\, 180 + 5 \,.\, 50 + 10 \,.\, 12 + 10 \,.\, 2,$$

eller

$$5_{2,2} = 5_0 \,.\, 5_{2,1} + 5_1 \,.\, 4_{2,1} + 5_2 \,.\, 3_{2,1} + 5_3 \,.\, 2_{2,1}.$$

Den allmänna formen för dessa relationer är

$$\mu_{r,n+1} = \mu_0 \cdot \mu_{r,n} + \mu_1 \cdot (\mu - 1)_{r,n} + \mu_2 (\mu - 2)_{r,n} + \ldots + \mu_k \cdot (\mu - k)_{r,n}. \tag{10}$$

Kombinera vi så som i nyssnämnda fall samt dessutom införa i de särskilda termerna af föregående equationers högra membra de successiva digniteterna af 2, så öfvergå vi från elementerna i en tabell till motsvarande element i den tabell, hvars ordningsnummer är två enheter större än den förras. Vi finna då

$$1320 = 2^0 . 1 . 180 + 2 . 5 . 50 + 2^2 . 10 . 12 + 2^3 . 10 . 2$$

eller

$$5_{2,3} = 2^0 . 5_0 . 5_{2,1} + 2 . 5_1 . 4_{2,1} + 2^2 . 5_2 . 3_{2,1} + 2^3 . 5_3 . 2_{2,1} .$$

Använda vi 3:ans digniteter så som nyss 2:ans, öfvergå vi från elementerna i en tabell till motsvarande element i den tabell, hvars ordningsnummer är tre enheter större än den förras. T. ex.

$$2550 = 3^0 . 5_0 . 180 + 3 . 5_1 . 50 + 3^2 . 5_2 . 10 + 3^3 . 5_3 . 2,$$

eller

$$5_{2,4} = 3^0 . 5_0 . 5_{2,1} + 3 . 5_1 . 4_{2,1} + 3^2 . 5_2 . 3_{2,1} + 3^3 . 5_3 . 2_{2,1}, \text{ o. s. v.}$$

I detta fall blir den generella formeln

$$(11)\quad \mu_{r,n+p} = p^0 . \mu_0 . \mu_{r,n} + p . \mu_1 (\mu - 1)_{r,n} + p^2 . \mu_2 (\mu - 2)_{r,n} + \ldots . + p^k . \mu_k (\mu - k)_{r,n} .$$

Taga vi i sistnämnda fall termerna med alternerande tecken finna vi

$$(12)\quad \mu_{r,n-p} = p^0 . \mu_0 \mu_{r,n} - p . \mu_1 (\mu - 1)_{r,n} + p^2 . \mu_2 (\mu - 2)_{r,n} - \ldots . + (-p)^k \mu_k (\mu - k)_{r,n} .$$

För sanningen af formlerna (11) och (12) fordras nödvändigt att

$$r > o .$$

Om

$$r = o$$

erinra vi oss från tabellerna, att

$$\mu_{0,n} = n^\mu ,$$

hvaraf följer, att högra membrum af equationerna (11) och (12) reducera sig till

$$p^0 \mu_0 n^\mu \pm p \mu_1 n^{\mu - 1} + (\pm p)^2 \mu_2 n^{\mu - 2} + \ldots . + (\pm p)^{\mu - 1} \mu_{\mu - 1} n + (\pm p)^\mu \mu_\mu$$

d. v. s. till

$$(n \pm p)^\mu .$$

Betrakta vi algebraiska summan af de elementer, som ingå i en viss rad af tredje tabellen tagna med alternerande tecken, finna vi denna summa lika med noll. Så gifva t. ex. fjerde radens elementer af tredje tabellen

$$1 - 15 + 50 - 50 + 24 = 0 .$$

Motsvarande summa af elementer från fjerde tabellen är lika med enheten. T. ex.

$$8 - 19 + 18 - 6 = 1 .$$

Motsvarande summa af elementer från femte tabellen är lika med talet 2, upphöjdt till den dignitet radens egen ordningsnummer utvisar. T. ex.

$$27 - 37 + 24 - 6 = 2^3 .$$

Motsvarande summa af elementer från sjette tabellen är lika med 3, upphöjdt till den dignitet radens egen ordningsnummer utvisar. T. ex.

$$64 - 61 + 30 - 6 = 3^3 .$$

Den allmänna equationen blir

$$(13) \quad \mu_{0,n} - \mu_{1,n} + \mu_{2,n} - \mu_{3,n} + \ldots + (-1)^k \mu_{k,n} + \ldots + (-1)^\mu \mu_{\mu,n} = (n-1)^\mu .$$

Betrakta vi åter den verkliga summan af de elementer, som ingå i en viss rad af en tabell, finna vi denna summa lika med summan af första, tredje, femte o. s. v. elementet af motsvarande rad i den tabell, hvars ordningsnummer är en enhet högre än den föras. T. ex.

$$1 + 7 + 12 + 6 = 8 + 18,$$
$$8 + 19 + 18 + 6 = 27 + 24,$$

och i allmänhet

$$(14) \quad \mu_{0,n} + \mu_{1,n} + \mu_{2,n} + \ldots + \mu_{\mu,n} = \mu_{0,n+1} + \mu_{2,n+1} + \mu_{4,n+1} + \mu_{6,n+1} + \text{etc.}$$

Taga vi differenserna af tvänne konsekutiva elementer inom samma kolumn, finna vi, att denna differens i tredje tabellen är lika med det element i fjerde tabellen, hvilket befinner sig i näst föregående kolumn samt i subtrahendens rad, multipliceradt med sin kolumns ordningsnummer. Jemnföra vi t. ex. differenserna mellan elementerna i tredje kolumnen af tredje tabellen med elementerna i andra kolumnen af fjerde tabellen, erhålla vi

$$12 - 2 = 2 \,.\, 5 ,$$
$$50 - 12 = 2 \,.\, 19 ,$$
$$180 - 50 = 2 \,.\, 65 , \text{ o. s. v.}$$

och generelt

$$(\mu + 1)_{r,1} - \mu_{r,1} = r\, \mu_{r-1,2} .$$

Jemnföra vi motsvarande elementer inom fjerde och femte tabellerna, finna vi

$$18 - 2 \,.\, 2 = 2 \,.\, 7 ,$$
$$110 - 2 \,.\, 18 = 2 \,.\, 37 ,$$
$$570 - 2 \,.\, 110 = 2 \,.\, 175 , \text{ o. s. v.}$$

och generelt

$$(\mu + 1)_{r,2} - 2 \,.\, \mu_{r,2} = r\, \mu_{r-1,3} .$$

Analog jemnförelse mellan elementerna i femte och sjette tabellen gifver

$$24 - 3 \,.\, 2 = 2 \,.\, 9 ,$$
$$194 - 3 \,.\, 24 = 2 \,.\, 61 ,$$
$$1320 - 3 \,.\, 194 = 2 \,.\, 369 , \text{ o. s. v.}$$

samt generelt

$$(\mu + 1)_{r,3} - 3\, \mu_{r,3} = r\, \mu_{r-1,4} .$$

Inom tvenne konsekutiva tabeller hvilka som helst, finna vi

(15) $$(\mu+1)_{r,n} - n \cdot \mu_{r,n} = r \cdot \mu_{r-1,n+1}.$$

Slutligen anföra vi den gemensamma egenskap hos de tal, som ingå i ofvan anförda tabeller, att frambringa digniteter af ett monom, då de kombineras med vissa binomialkoefficienter. Så frambringa t. ex. de tal, som ingå i tredje raden af en tabell hvilken som helst, kuber, de tal, som ingå ingå i fjerde raden af endera tabellen, biquadrater o. s. v. T. ex.

$$a^3 = 1 \cdot (a-1)_0 + 7\ (a-1)_1 + 12\,(a-1)_2 + 6\,(a-1)_3,$$
$$a^3 = 8\ (a-2)_0 + 19\,(a-2)_1 + 18\,(a-2)_2 + 6\,(a-2)_3,$$

och i allmänhet

(16) $$\mu_{0,n}(a-n)_0 + \mu_{1,n}(a-n)_1 + \mu_{2,n}(a-n)_2 + \ldots + \mu_{\mu,n}(a-n)_\mu = a^\mu.$$

Det är på grund af nyssanförda egenskap vi förslagsvis kalla dessa tal monomialkoefficienter. De, som ingå i tredje tabellen, kalla vi monomialkoefficienter af första klassen, de tal, som ingå i fjerde tabellen, monomialkoefficienter af andra klassen, de som ingå i femte tabellen, monomialkoefficienter af tredje klassen o. s. v. I afseende på sättet att teckna dessa tal vilja vi nämna, att vi för vår del ansett det fördelaktigast att skrifva dem så analogt med binomialkoefficienterna som möjligt och låta derföre det tal, som förses med indices, svara mot ordningsnummern samt första index vara fullt analog med index hos binomialkoefficienterna och den andra index utmärka den klass af monomialkoefficienter, som är i fråga. Alltså då 5_2 utmärker koefficienten för tredje termen i utvecklingen af femte digniteten af ett binom, så betyder $5_{2,n}$ koefficienten för tredje termen i utvecklingen af femte digniteten af ett monom, hvarvid n betyder, att monomialkoefficienter af n^{te} klassen användas.

Vi definiera en monomialkoefficient hvilken som helst genom equationen

(17) $$\mu_{r,n} = r_0\,(n+r)^\mu - r_1\,(n+r-1)^\mu + r_2\,(n+r-2)^\mu - \ldots + (-1)^r r_r\, n^\mu$$

eller hvilket är detsamma genom

(18) $$\mu_{r,n} = \begin{vmatrix} p_0 & p_1 & p_2 & \ldots & p_{r-1} & n^\mu \\ (p+1)_0 & (p+1)_1 & (p+1)_2 & \ldots & (p+1)_{r-1} & (n+1)^\mu \\ (p+2)_0 & (p+2)_1 & (p+2)_2 & \ldots & (p+2)_{r-1} & (n+2)^\mu \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & & \cdot \\ (p+r-2)_0 & (p+r-2)_1 & (p+r-2)_2 & \ldots & (p+r-2)_{r-1} & (n+r-2)^\mu \\ (p+r-1)_0 & (p+r-1)_1 & (p+r-1)_2 & \ldots & (p+r-1)_{r-1} & (n+r-1)^\mu \\ (p+r)_0 & (p+r)_1 & (p+r)_2 & \ldots & (p+r)_{r-1} & (n+r)^\mu \end{vmatrix}.$$

Monomialkoefficienterna af första klassen äro således bestämda genom equationen

$$\mu_{r,1} = r_0\,(r+1)^\mu - r_1\,.\,r^\mu + r_2\,.\,(r-1)^\mu - \ldots + (-1)^r r_r\,.\,1^\mu$$

eller

$$(19)\quad \mu_{r,1} = \begin{vmatrix} p_0 & p_1 & p_2 & \ldots & p_{r-1} & 1^\mu \\ (p+1)_0 & (p+1)_1 & (p+1)_2 & \ldots & (p+1)_{r-1} & 2^\mu \\ (p+2)_0 & (p+2)_1 & (p+2)_2 & \ldots & (p+2)_{r-1} & 3^\mu \\ \cdot & \cdot & \cdot & \ldots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \ldots & \cdot & \cdot \\ (p+r-2)_0 & (p+r-2)_1 & (p+r-2)_2 & \ldots & (p+r-2)_{r-1} & (r-1)^\mu \\ (p+r-1)_0 & (p+r-1)_1 & (p+r-1)_2 & \ldots & (p+r-1)_{r-1} & r^\mu \\ (p+r)_0 & (p+r)_1 & (p+r)_2 & \ldots & (p+r)_{r-1} & (r+1)^\mu \end{vmatrix}$$

Monomialkoefficienterna af andra klassen genom

$$\mu_{r,2} = r_0\,(r+2)^\mu - r_1\,(r+1)^\mu + r_2\,.\,r^\mu - r_3\,(r-1)^\mu + \ldots + (-1)^r\,.\,r_r\,.\,2^\mu$$

eller

$$(20)\quad \mu_{r,2} = \begin{vmatrix} p_0 & p_1 & p_2 & \ldots & p_{r-1} & 2^\mu \\ (p+1)_0 & (p+1)_1 & (p+1)_2 & \ldots & (p+1)_{r-1} & 3^\mu \\ (p+2)_0 & (p+2)_1 & (p+2)_2 & \ldots & (p+2)_{r-1} & 4^\mu \\ \cdot & \cdot & \cdot & \ldots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \ldots & \cdot & \cdot \\ (p+r-2)_0 & (p+r-2)_1 & (p+r-2)_2 & \ldots & (p+r-2)_{r-1} & r^\mu \\ (p+r-1)_0 & (p+r-1)_1 & (p+r-1)_2 & \ldots & (p+r-1)_{r-1} & (r+1)^\mu \\ (p+r)_0 & (p+r)_1 & (p+r)_2 & \ldots & (p+r)_{r-1} & (r+2)^\mu \end{vmatrix}.$$

Monomialkoefficienterna af tredje klassen genom

$$\mu_{r,3} = r_0\,(r+3)^\mu - r_1\,(r+2)^\mu + r_2\,(r+1)^\mu - r_3\,.\,r^\mu + \ldots + (-1)^r\,.\,r_r\,.\,3^\mu,$$

eller

$$(21)\quad \mu_{r,n} = \begin{vmatrix} p_0 & p_1 & p_2 & \ldots & p_{r-1} & 3^\mu \\ (p+1)_0 & (p+1)_1 & (p+1)_2 & \ldots & (p+1)_{r-1} & 4^\mu \\ (p+2)_0 & (p+2)_1 & (p+2)_2 & \ldots & (p+2)_{r-1} & 5^\mu \\ \cdot & \cdot & \cdot & \ldots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \ldots & \cdot & \cdot \\ (p+r-2)_0 & (p+r-2)_1 & (p+r-2)_2 & \ldots & (p+r-2)_{r-1} & (r+1)^\mu \\ (p+r-1)_0 & (p+r-1)_1 & (p+r-1)_2 & \ldots & (p+r-1)_{r-1} & (r+2)^\mu \\ (p+r)_0 & (p+r)_1 & (p+r)_2 & \ldots & (p+r)_{r-1} & (r+3)^\mu \end{vmatrix}.$$

o. s. v.

$$(15)\qquad (\mu+1)_{r,n} - n \,.\, \mu_{r,n} = r \,.\, \mu_{r-1,n+1}\,.$$

Slutligen anföra vi den gemensamma egenskap hos de tal, som ingå i ofvan anförda tabeller, att frambringa digniteter af ett monom, då de kombineras med vissa binomialkoefficienter. Så frambringa t. ex. de tal, som ingå i tredje raden af en tabell hvilken som helst, kuber, de tal, som ingå ingå i fjerde raden af endera tabellen, biquadrater o. s. v. T. ex.

$$a^3 = 1\,.(a-1)_0 + 7\ (a-1)_1 + 12\,(a-1)_2 + 6\,(a-1)_3\,,$$
$$a^3 = 8\ (a-2)_0 + 19\,(a-2)_1 + 18\,(a-2)_2 + 6\,(a-2)_3\,,$$

och i allmänhet

$$(16)\quad \mu_{0,n}\,(a-n)_0 + \mu_{1,n}\,(a-n)_1 + \mu_{2,n}\,(a-n)_2 + \ldots. + \mu_{\mu,n}\,(a-n)_\mu = a^\mu.$$

Det är på grund af nyssanförda egenskap vi förslagsvis kalla dessa tal monomialkoefficienter. De, som ingå i tredje tabellen, kalla vi monomialkoefficienter af första klassen, de tal, som ingå i fjerde tabellen, monomialkoefficienter af andra klassen, de som ingå i femte tabellen, monomialkoefficienter af tredje klassen o. s. v. I afseende på sättet att teckna dessa tal vilja vi nämna, att vi för vår del ansett det fördelaktigast att skrifva dem så analogt med binomialkoefficienterna som möjligt och låta derföre det tal, som förses med indices, svara mot ordningsnummern samt första index vara fullt analog med index hos binomialkoefficienterna och den andra index utmärka den klass af monomialkoefficienter, som är i fråga. Alltså då 5_2 utmärker koefficienten för tredje termen i utvecklingen af femte digniteten af ett binom, så betyder $5_{2,n}$ koefficienten för tredje termen i utvecklingen af femte digniteten af ett monom, hvarvid n betyder, att monomialkoefficienter af n^{te} klassen användas.

Vi definiera en monomialkoefficient hvilken som helst genom equationen

$$(17)\quad \mu_{r,n} = r_0\,(n+r)^\mu - r_1\,(n+r-1)^\mu + r_2\,(n+r-2)^\mu - \ldots. + (-1)^r r_r\, n^\mu$$

eller hvilket är detsamma genom

$$(18)\quad \mu_{r,n} = \begin{vmatrix} p_0 & p_1 & p_2 & \ldots p_{r-1} & n^\mu \\ (p+1)_0 & (p+1)_1 & (p+1)_2 & \ldots (p+1)_{r-1} & (n+1)^\mu \\ (p+2)_0 & (p+2)_1 & (p+2)_2 & \ldots (p+2)_{r-1} & (n+2)^\mu \\ . & . & . & \ldots . & . \\ . & . & . & \ldots . & . \\ (p+r-2)_0 & (p+r-2)_1 & (p+r-2)_2 & \ldots (p+r-2)_{r-1} & (n+r-2)^\mu \\ (p+r-1)_0 & (p+r-1)_1 & (p+r-1)_2 & \ldots (p+r-1)_{r-1} & (n+r-1)^\mu \\ (p+r)_0 & (p+r)_1 & (p+r)_2 & \ldots (p+r)_{r-1} & (n+r)^\mu \end{vmatrix}.$$

Monomialkoefficienterna af första klassen äro således bestämda genom equationen

$$(24)\quad \begin{vmatrix} p_0 & p_1 & p_2 & \cdots & p_{r-1} & r_1 n^\mu \\ (p+1)_0 & (p+1)_1 & (p+1)_2 & \cdots & (p+1)_{r-1} & (r-1)(n+1)^\mu \\ (p+2)_0 & (p+2)_1 & (p+2)_2 & \cdots & (p+2)_{r-1} & (r-2)(n+2)^\mu \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot \\ (p+r-2)_0 & (p+r-2)_1 & (p+r-2)_2 & \cdots & (p+r-2)_{r-1} & 2\,.(n+r-2)^\mu \\ (p+r-1)_0 & (p+r-1)_1 & (p+r-1)_2 & \cdots & (p+r-1)_{r-1} & 1\,.(n+r-1)^\mu \\ (p+r)_0 & (p+r)_1 & (p+r)_2 & \cdots & (p+r)_{r-1} & 0 \end{vmatrix}.$$

Venstra membrum af equationen (5) reducerar sig således till summan af de tre determinanterna (22), (23) och (24). Erinrar man sig nu, att ett determinantsystem af formen

$$\begin{vmatrix} p_0 & p_1 & p_2 & \cdots & p_{r-1} \\ (p+1)_0 & (p+1)_1 & (p+1)_2 & \cdots & (p+1)_{r-1} \\ (p+2)_0 & (p+2)_1 & (p+2)_2 & \cdots & (p+2)_{r-1} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ (p+r-2)_0 & (p+r-2)_1 & (p+r-2)_2 & \cdots & (p+r-2)_{r-1} \\ (p+r-1)_0 & (p+r-1)_1 & (p+r-1)_2 & \cdots & (p+r-1)_{r-1} \\ (p+r)_0 & (p+r)_1 & (p+r)_2 & \cdots & (p+r)_{r-1} \end{vmatrix}$$

(se afhandlingen "Om determinanter, hvars elementer äro konsekutiva binomialkoefficienter" Lunds Univ. Årsskrift 1865 pag. 43) representerar binomialkoefficienterna

$$r_0\,,\, r_1\,,\, r_2\,,\, \ldots .\, r_r\,,$$

så följer, att determinanten (22) utvecklad enligt sista kolumnen gifver

$$\mp r\{n^\mu - (r-1)_1\,(n+1)^\mu + (r-1)_2\,(n+2)^\mu - (r-1)_3\,(n+3)^\mu + \text{etc.}\,.\}\,;$$

och på samma sätt, att determinanten (24) gifver

$$\pm r\{n^\mu - (r-1)_1\,(n+1)^\mu + (r-1)_2\,(n+2)^\mu - (r-1)_3\,(n+3)^\mu + \text{etc.}\}$$

(de öfre tecknen användas, då r är ett jemnt tal, de nedre, då n är udda).

Häraf inser man omedelbart, att determinanterna (22) och (24) äro till sin valör lika stora men hafva motsatta tecken, hvadan nyssnämnda equations venstra membrum reducerar sig till determinanten (23), hvilken enligt definitionen på monomialkoefficient är

$$(\mu + 1)_{r,n},$$

och således equationen (5) rigtig.

För att bevisa rigtigheten af equationen

$$(6)\qquad \mu_{r,n} = \mu_{r,n-1} + \mu_{r+1,n-1}$$

§. 2.

Bevis för de framstälda satserna.

Vi gå nu att på grund af den gifna definitionen bevisa de i föregående paragraf anförda satser, af hvilka den första innehålles i equationen (5), hvilken har formen

$$r\mu_{r-1,n} + (r+n)\,\mu_{r,n} = (\mu+1)_{r,n}.$$

Hafva vi öfvertygat oss om denna equations sanning inse vi omedelbart, att talen i de särskilda tabellerna öfverensstämma med de tal, som erhållas ur definitionen på monomialkoefficient.

Venstra membrum af ifrågavarande equation är lika med determinanten

$$(22)\quad \begin{vmatrix} p_0 & p_1 & p_2 & \cdots & p_{r-2} & r\,.\,n^\mu \\ (p+1)_0 & (p+1)_1 & (p+1)_2 & \cdots & (p+1)_{r-2} & r(n+1)^\mu \\ (p+2)_0 & (p+2)_1 & (p+2)_2 & \cdots & (p+2)_{r-2} & r(n+2)^\mu \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot \\ (p+r-3)_0 & (p+r-3)_1 & (p+r-3)_2 & \cdots & (p+r-3)_{r-2} & r(n+r-3)^\mu \\ (p+r-2)_0 & (p+r-2)_1 & (p+r-2)_2 & \cdots & (p+r-2)_{r-2} & r(n+r-2)^\mu \\ (p+r-1)_0 & (p+r-1)_1 & (p+r-1)_2 & \cdots & (p+r-1)_{r-2} & r(n+r-1)^\mu \end{vmatrix},$$

tillsammans med determinanten

$$\begin{vmatrix} p_0 & p_1 & p_2 & \cdots & p_{r-1} & (r+n)\;n^\mu \\ (p+1)_0 & (p+1)_1 & (p+1)_2 & \cdots & (p+1)_{r-1} & (r+n)(n+1)^\mu \\ (p+2)_0 & (p+2)_1 & (p+2)_2 & \cdots & (p+2)_{r-1} & (r+n)(n+2)^\mu \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot \\ (p+r-2)_0 & (p+r-2)_1 & (p+r-2)_2 & \cdots & (p+r-2)_{r-1} & (r+n)(n+r-2)^\mu \\ (p+r-1)_0 & (p+r-1)_1 & (p+r-1)_2 & \cdots & (p+r-1)_{r-1} & (r+n)(n+r-1)^\mu \\ (p+r)_0 & (p+r)_1 & (p+r)_2 & \cdots & (p+r)_{r-1} & (r+n)(n+r)^\mu \end{vmatrix}.$$

Denna sednare determinant kan upplösas i följande tvenne

$$(23)\quad \begin{vmatrix} p_0 & p_1 & p_2 & \cdots & p_{r-1} & n^{\mu+1} \\ (p+1)_0 & (p+1)_1 & (p+1)_2 & \cdots & (p+1)_{r-1} & (n+1)^{\mu+1} \\ (p+2)_0 & (p+2)_1 & (p+2)_2 & \cdots & (p+2)_{r-1} & (n+2)^{\mu+1} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot \\ (p+r-2)_0 & (p+r-2)_1 & (p+r-2)_2 & \cdots & (p+r-2)_{r-1} & (n+r-2)^{\mu+1} \\ (p+r-1)_0 & (p+r-1)_1 & (p+r-1)_2 & \cdots & (p+r-1)_{r-1} & (n+r-1)^{\mu+1} \\ (p+r)_0 & (p+r)_1 & (p+r)_2 & \cdots & (p+r)_{r-1} & (n+r)^{\mu+1} \end{vmatrix}$$

och

$$
(24)\quad \begin{vmatrix}
p_0 & p_1 & p_2 & \cdots & p_{r-1} & r_1 n^\mu \\
(p+1)_0 & (p+1)_1 & (p+1)_2 & \cdots & (p+1)_{r-1} & (r-1)(n+1)^\mu \\
(p+2)_0 & (p+2)_1 & (p+2)_2 & \cdots & (p+2)_{r-1} & (r-2)(n+2)^\mu \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot \\
(p+r-2)_0 & (p+r-2)_1 & (p+r-2)_2 & \cdots & (p+r-2)_{r-1} & 2\,.(n+r-2)^\mu \\
(p+r-1)_0 & (p+r-1)_1 & (p+r-1)_2 & \cdots & (p+r-1)_{r-1} & 1\,.(n+r-1)^\mu \\
(p+r)_0 & (p+r)_1 & (p+r)_2 & \cdots & (p+r)_{r-1} & 0
\end{vmatrix}.
$$

Venstra membrum af equationen (5) reducerar sig således till summan af de tre determinanterna (22), (23) och (24). Erinrar man sig nu, att ett determinantsystem af formen

$$
\begin{Vmatrix}
p_0 & p_1 & p_2 & \cdots & p_{r-1} \\
(p+1)_0 & (p+1)_1 & (p+1)_2 & \cdots & (p+1)_{r-1} \\
(p+2)_0 & (p+2)_1 & (p+2)_2 & \cdots & (p+2)_{r-1} \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\
(p+r-2)_0 & (p+r-2)_1 & (p+r-2)_2 & \cdots & (p+r-2)_{r-1} \\
(p+r-1)_0 & (p+r-1)_1 & (p+r-1)_2 & \cdots & (p+r-1)_{r-1} \\
(p+r)_0 & (p+r)_1 & (p+r)_2 & \cdots & (p+r)_{r-1}
\end{Vmatrix}
$$

(se afhandlingen "Om determinanter, hvars elementer äro konsekutiva binomialkoefficienter" Lunds Univ. Årsskrift 1865 pag. 43) representerar binomialkoefficienterna

$$r_0,\, r_1,\, r_2,\, \ldots\ldots r_r,$$

så följer, att determinanten (22) utvecklad enligt sista kolumnen gifver

$$\mp r\{n^\mu - (r-1)_1 (n+1)^\mu + (r-1)_2 (n+2)^\mu - (r-1)_3 (n+3)^\mu + \text{etc.}\,.\};$$

och på samma sätt, att determinanten (24) gifver

$$\pm r\{n^\mu - (r-1)_1 (n+1)^\mu + (r-1)_2 (n+2)^\mu - (r-1)_3 (n+3)^\mu + \text{etc.}\}$$

(de öfre tecknen användas, då r är ett jemnt tal, de nedre, då n är udda).

Häraf inser man omedelbart, att determinanterna (22) och (24) äro till sin valör lika stora men hafva motsatta tecken, hvadan nyssnämnda equations venstra membrum reducerar sig till determinanten (23), hvilken enligt definitionen på monomialkoefficient är

$$(\mu+1)_{r,n},$$

och således equationen (5) rigtig.

För att bevisa rigtigheten af equationen

$$(6)\qquad \mu_{r,n} = \mu_{r,n-1} + \mu_{r+1,n-1}$$

erinra vi oss, att

$\mu_{r,n-1} = r_0 (r+n-1)^\mu - r_1 (r+n-2)^\mu + r_2 (r+n-3)^\mu -$ etc.,

$\mu_{r+1,n-1} = (r+1)_0 (r+n)^\mu - (r+1)_1 (r+n-1)^\mu + (r+1)_2 (r+n-2)^\mu -$ etc.,

hvaraf

(25) $\mu_{r,n-1} + \mu_{r+1,n-1} = r_0 (r+n)^\mu - r_1 (r+n-1)^\mu + r_2 (r+n-2)^\mu -$ etc.,

i anledning af equationen

$$(m+1)_{p+1} - m_p = m_{p+1}.$$

Men högra membrum af (25) är enligt sjelfva definitionen

$$\mu_{r,n},$$

hvadan equationen (6) rigtig.

Emedan nu

$$\mu_{r,n-1} = \mu_{r,n-2} + \mu_{r+1,n-2},$$
$$\mu_{r+1,n-1} = \mu_{r+1,n-2} + \mu_{r+2,n-2},$$

följer, att

$$\mu_{r,n} = \mu_{r,n-2} + 2\mu_{r+1,n-2} + \mu_{r+2,n-2}.$$

Vidare emedan

$$\mu_{r,n-1} = \mu_{r,n-3} + 2\mu_{r+1,n-3} + \mu_{r+2,n-3},$$
$$\mu_{r+1,n-1} = \mu_{r+1,n-3} + 2\mu_{r+2,n-3} + \mu_{r+3,n-3}$$

och

$$\mu_{r,n} = \mu_{r,n-1} + \mu_{r+1,n-1},$$

följer, att

$$\mu_{r,n} = \mu_{r,n-3} + 3\mu_{r+1,n-3} + 3\mu_{r+2,n-3} + \mu_{r+3,n-3}$$

och således equationerna (7) och (8) rigtiga.

Genom att sluta från n till $(n+1)$ inses lätt sanningen af equationen (9).

För att bevisa sanningen af equationen

$$(10)\quad \mu_{r,n+1} = \mu_0\, \mu_{r,n} + \mu_1 (\mu-1)_{r,n} + \mu_2 (\mu-2)_{r,n} + \ldots + \mu_{\mu-r}\, r_{r,n}$$

erinra vi oss, att denna equations högra membrum är summan af determinanterna

$$(a)\quad \begin{vmatrix} p_0 & p_1 & p_2 & \ldots & p_{r-1} & n^\mu \\ (p+1)_0 & (p+1)_1 & (p+1)_2 & \ldots & (p+1)_{r-1} & (n+1)^\mu \\ (p+2)_0 & (p+2)_1 & (p+2)_2 & \ldots & (p+2)_{r-1} & (n+2)^\mu \\ \cdot & \cdot & \cdot & \ldots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \ldots & \cdot & \cdot \\ (p+r-2)_0 & (p+r-2)_1 & (p+r-2)_2 & \ldots & (p+r-2)_{r-1} & (n+r-2)^\mu \\ (p+r-1)_0 & (p+r-1)_1 & (p+r-1)_2 & \ldots & (p+r-1)_{r-1} & (n+r-1)^\mu \\ (p+r)_0 & (p+r)_1 & (p+r)_2 & \ldots & (p+r)_{r-1} & (n+r)^\mu \end{vmatrix},$$

$$(b)\quad \begin{vmatrix} p_0 & p_1 & p_2 & \cdots & p_{r-1} & \mu_1\, n^{\mu-1} \\ (p+1)_0 & (p+1)_1 & (p+1)_2 & \cdots & (p+1)_{r-1} & \mu_1 (n+1)^{\mu-1} \\ (p+2)_0 & (p+2)_1 & (p+2)_2 & \cdots & (p+2)_{r-1} & \mu_1 (n+2)^{\mu-1} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot \\ (p+r-2)_0 & (p+r-2)_1 & (p+r-2)_2 & \cdots & (p+r-2)_{r-1} & \mu_1 (n+r-2)^{\mu-1} \\ (p+r-1)_0 & (p+r-1)_1 & (p+r-1)_2 & \cdots & (p+r-1)_{r-1} & \mu_1 (n+r-1)^{\mu-1} \\ (p+r)_0 & (p+r)_1 & (p+r)_2 & \cdots & (p+r)_{r-1} & \mu_1 (n+r)^{\mu-1} \end{vmatrix},$$

$$(c)\quad \begin{vmatrix} p_0 & p_1 & p_2 & \cdots & p_{r-1} & \mu_2\, n^{\mu-2} \\ (p+1)_0 & (p+1)_1 & (p+1)_2 & \cdots & (p+1)_{r-1} & \mu_2 (n+1)^{\mu-2} \\ (p+2)_0 & (p+2)_1 & (p+2)_2 & \cdots & (p+2)_{r-1} & \mu_2 (n+2)^{\mu-2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot \\ (p+r-2)_0 & (p+r-2)_1 & (p+r-2)_2 & \cdots & (p+r-2)_{r-1} & \mu_2 (n+r-2)^{\mu-2} \\ (p+r-1)_0 & (p+r-1)_1 & (p+r-1)_2 & \cdots & (p+r-1)_{r-1} & \mu_2 (n+r-1)^{\mu-2} \\ (p+r)_0 & (p+r)_1 & (p+r)_2 & \cdots & (p+r)_{r-1} & \mu_2 (n+r)^{\mu-2} \end{vmatrix},$$

$$\cdot \qquad \cdot \qquad \cdot \qquad \cdot \qquad \cdot$$

$$\cdot \qquad \cdot \qquad \cdot \qquad \cdot \qquad \cdot$$

$$(d)\quad \begin{vmatrix} p_0 & p_1 & p_2 & \cdots & p_{r-1} & \mu_{\mu-r}\, n^{r} \\ (p+1)_0 & (p+1)_1 & (p+1)_2 & \cdots & (p+1)_{r-1} & \mu_{\mu-r} (n+1)^{r} \\ (p+2)_0 & (p+2)_1 & (p+2)_2 & \cdots & (p+2)_{r-1} & \mu_{\mu-r} (n+2)^{r} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot \\ (p+r-2)_0 & (p+r-2)_1 & (p+r-2)_2 & \cdots & (p+r-2)_{r-1} & \mu_{\mu-r} (n+r-2)^{r} \\ (p+r-1)_0 & (p+r-1)_1 & (p+r-1)_2 & \cdots & (p+r-1)_{r-1} & \mu_{\mu-r} (n+r-1)^{r} \\ (p+r)_0 & (p+r)_1 & (p+r)_2 & \cdots & (p+r)_{r-1} & \mu_{\mu-r} (n+r)^{r} \end{vmatrix}.$$

Lägges härtill summan af följande determinanter, af hvilka hvar och en är identiskt lika med noll (se nyssnämnda afhandling "Om determinanter, hvars elementer äro binomialkoefficienter" pag. 57 och följande),

$$(e)\quad \begin{vmatrix} p_0 & p_1 & p_2 & \cdots & p_{r-1} & \mu_{\mu-r+1}\, n^{r-1} \\ (p+1)_0 & (p+1)_1 & (p+1)_2 & \cdots & (p+1)_{r-1} & \mu_{\mu-r+1} (n+1)^{r-1} \\ (p+2)_0 & (p+2)_1 & (p+2)_2 & \cdots & (p+2)_{r-1} & \mu_{\mu-r+1} (n+2)^{r-1} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot \\ (p+r-2)_0 & (p+r-2)_1 & (p+r-2)_2 & \cdots & (p+r-2)_{r-1} & \mu_{\mu-r+1} (n+r-2)^{r-1} \\ (p+r-1)_0 & (p+r-1)_1 & (p+r-1)_2 & \cdots & (p+r-1)_{r-1} & \mu_{\mu-r+1} (n+r-1)^{r-1} \\ (p+r)_0 & (p+r)_1 & (p+r)_2 & \cdots & (p+r)_{r-1} & \mu_{\mu-r+1} (n+r)^{r-1} \end{vmatrix}$$

$$(f)\quad\begin{vmatrix} p_0 & p_1 & p_2 & \cdots & p_{r-1} & \mu_{\mu-r+2}\, n^{r-2} \\ (p+1)_0 & (p+1)_1 & (p+1)_2 & \cdots & (p+1)_{r-1} & \mu_{\mu-r+2}(n+1)^{r-2} \\ (p+2)_0 & (p+2)_1 & (p+2)_2 & \cdots & (p+2)_{r-1} & \mu_{\mu-r+2}(n+2)^{r-2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot \\ (p+r-2)_0 & (p+r-2)_1 & (p+r-2)_2 & \cdots & (p+r-2)_{r-1} & \mu_{\mu-r+2}(n+r-2)^{r-2} \\ (p+r-1)_0 & (p+r-1)_1 & (p+r-1)_2 & \cdots & (p+r-1)_{r-1} & \mu_{\mu-r+2}(n+r-1)^{r-2} \\ (p+r)_0 & (p+r)_1 & (p+r)_2 & \cdots & (p+r)_{r-1} & \mu_{\mu-r+2}(n+r)^{r-2} \end{vmatrix},$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$
$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$(g)\quad\begin{vmatrix} p_0 & p_1 & p_2 & \cdots & p_{r-1} & \mu_{\mu-1}\, n \\ (p+1)_0 & (p+1)_1 & (p+1)_2 & \cdots & (p+1)_{r-1} & \mu_{\mu-1}(n+1) \\ (p+2)_0 & (p+2)_1 & (p+2)_2 & \cdots & (p+2)_{r-1} & \mu_{\mu-1}(n+2) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot \\ (p+r-2)_0 & (p+r-2)_1 & (p+r-2)_2 & \cdots & (p+r-2)_{r-1} & \mu_{\mu-1}(n+r-2) \\ (p+r-1)_0 & (p+r-1)_1 & (p+r-1)_2 & \cdots & (p+r-1)_{r-1} & \mu_{\mu-1}(n+r-1) \\ (p+r)_0 & (p+r)_1 & (p+r)_2 & \cdots & (p+r)_{r-1} & \mu_{\mu-1}(n+r) \end{vmatrix},$$

$$(h)\quad\begin{vmatrix} p_0 & p_1 & p_2 & \cdots & p_{r-1} & \mu_{\mu} \\ (p+1)_0 & (p+1)_1 & (p+1)_2 & \cdots & (p+1)_{r-1} & \mu_{\mu} \\ (p+2)_0 & (p+2)_1 & (p+2)_2 & \cdots & (p+2)_{r-1} & \mu_{\mu} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot \\ (p+r-2)_0 & (p+r-2)_1 & (p+r-2)_2 & \cdots & (p+r-2)_{r-1} & \mu_{\mu} \\ (p+r-1)_0 & (p+r-1)_1 & (p+r-1)_2 & \cdots & (p+r-1)_{r-1} & \mu_{\mu} \\ (p+r)_0 & (p+r)_1 & (p+r)_2 & \cdots & (p+r)_{r-1} & \mu_{\mu} \end{vmatrix},$$

så bildar summan af determinanterna (a), (b), (c) . . . . (d), (e), (f) . . . . (g), (h) å ena sidan högra membrum af equationen (10) å andra sidan enligt ett bekant theorem determinanten

$$\begin{vmatrix} p_0 & p_1 & p_2 & \cdots & p_{r-1} & (n+1)^{\mu} \\ (p+1)_0 & (p+1)_1 & (p+1)_2 & \cdots & (p+1)_{r-1} & (n+2)^{\mu} \\ (p+2)_0 & (p+2)_1 & (p+2)_2 & \cdots & (p+2)_{r-1} & (n+3)^{\mu} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot \\ (p+r-2)_0 & (p+r-2)_1 & (p+r-2)_2 & \cdots & (p+r-2)_{r-1} & (n+r-1)^{\mu} \\ (p+r-1)_0 & (p+r-1)_1 & (p+r-1)_2 & \cdots & (p+r-1)_{r-1} & (n+r)^{\mu} \\ (p+r)_0 & (p+r)_1 & (p+r)_2 & \cdots & (p+r)_{r-1} & (n+r+1)^{\mu} \end{vmatrix},$$

hvilken determinant åter enligt definitionen på monomialkoefficient är lika med

$$\mu_{r,n+1},$$

hvadan equationen (10) bevisad.

Tänka vi oss, att vi i sista kolumnen

af determinanten (a) införa faktorn 2^0,
„ „ (b) „ „ 2,
„ „ (c) „ „ 2^2,
. . . . .
. . . . .
af determinanten (d) införa faktorn $2^{\mu-r}$,
„ „ (e) „ „ $2^{\mu-r+1}$,
„ „ (f) „ „ $2^{\mu-r+2}$,
. . . . .
. . . . .
af determinanten (g) införa faktorn $2^{\mu-1}$,
„ „ (h) „ „ 2^{μ},

så är tydligt, att summan af då uppkommande determinanter bildar determinanten

$$\begin{vmatrix} p_0 & p_1 & p_2 & \cdots & p_{r-1} & (n+2)^\mu \\ (p+1)_0 & (p+1)_1 & (p+1)_2 & \cdots & (p+1)_{r-1} & (n+3)^\mu \\ (p+2)_0 & (p+2)_1 & (p+2)_2 & \cdots & (p+2)_{r-1} & (n+4)^\mu \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot \\ (p+r-2)_0 & (p+r-2)_1 & (p+r-2)_2 & \cdots & (p+r-2)_{r-1} & (n+r)^\mu \\ (p+r-1)_0 & (p+r-1)_1 & (p+r-1)_2 & \cdots & (p+r-1)_{r-1} & (n+r+1)^\mu \\ (p+r)_0 & (p+r)_1 & (p+r)_2 & \cdots & (p+r)_{r-1} & (n+r+2)^\mu \end{vmatrix},$$

hvilken enligt definitionen på monomialkoefficient är

$$\mu_{r,n+2},$$

hvaraf equationen

$$\mu_{r,n+2} = \mu_0\,\mu_{r,n} + \mu_1\,2\,(\mu-1)_{r,n} + \mu_2\,2^2\,(\mu-2)_{r,n} + \ldots + \mu_{\mu-r}\,2^{\mu-r}\,r_{r,n}.$$

Tänka vi oss, att vi i sista kolumnen

af determinanten (a) införa faktorn p_0,
„ „ (b) „ „ p,
„ „ (c) „ „ p^2,
. . . . . .
. . . . . .

af determinanten (d) införa faktorn $p^{\mu-r}$,

" " (e) " " $p^{\mu-r+1}$,

" " (f) " " $p^{\mu-r+2}$,

. . . . . .

. . . . . .

" " (g) " " $p^{\mu-1}$,

" " (h) " " p^{μ},

så är tydligt, att summan af då uppkommande determinanter bildar determinanten

$$\begin{vmatrix} p_0 & p_1 & p_2 & \ldots & p_{r-1} & (n+p)^\mu \\ (p+1)_0 & (p+1)_1 & (p+1)_2 & \ldots & (p+1)_{r-1} & (n+p+1)^\mu \\ (p+2)_0 & (p+2)_1 & (p+2)_2 & \ldots & (p+2)_{r-1} & (n+p+2)^\mu \\ \cdot & \cdot & \cdot & \ldots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \ldots & \cdot & \cdot \\ (p+r-2)_0 & (p+r-2)_1 & (p+r-2)_2 & \ldots & (p+r-2)_{r-1} & (n+p+r-2)^\mu \\ (p+r-1)_0 & (p+r-1)_1 & (p+r-1)_2 & \ldots & (p+r-1)_{r-1} & (n+p+r-1)^\mu \\ (p+r)_0 & (p+r)_1 & (p+r)_2 & \ldots & (p+r)_{r-1} & (n+p+r)^\mu \end{vmatrix},$$

hvilken determinant enligt definitionen på monomialkoefficient är lika med

$$\mu_{r,n+p}.$$

Vidare är äfven ifrågavarande summa af determinanter lika med

$$\mu_0\, p^0 \mu_{r,n} + \mu_1\, p\, (\mu-1)_{r,n} + \mu_2\, p^2\, (\mu-2)_{r,n} + \ldots + \mu_{\mu-r}\, p^{\mu-r} r_{r,n},$$

hvaraf följer, att equationen (11) är rigtig.

Vända vi oss till equationen

$$(13) \qquad \mu_{0,n} - \mu_{1,n} + \mu_{2,n} - \mu_{3,n} + \ldots + (-1)^\mu \mu_{\mu,n} = (n-1)^\mu,$$

finna vi, att dess venstra membrum är algebraiska summan af $(\mu+1)$ stycken determinanter, hvilka utveklade bilda summan af följande expressioner:

$$n^\mu$$
$$-(n+1)^\mu + n^\mu$$
$$(n+2)^\mu - 2(n+1)^\mu + n^\mu$$
$$-(n+3)^\mu + 3(n+2)^\mu - 3(n+1)^\mu + n^\mu$$

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

$$(-1)^\mu \mu_0 (n+\mu)^\mu + (-1)^{\mu-1} \mu_1 (n+\mu-1)^\mu + (-1)^{\mu-2} \mu_2 (n+\mu-2)^\mu \ldots - \mu_{\mu-1}(n+1)^\mu + n^\mu.$$

Enligt lagen för binomialkoefficienterna följer nu, att denna summa kan skrifvas

$$(\mu+1)_1\, n^\mu - (\mu+1)_2\, (n+1)^\mu + (\mu+1)_3\, (n+2)^\mu - (\mu+1)_4\, (n+3)^\mu +$$
$$+ \ldots + (-1)^{\mu+1} (\mu+1)_\mu (n+\mu)^\mu.$$

Enligt det theorem, hvilket nyss blifvit anfört från den ofvannämnda afhandlingen, följer, att determinanten

$$\begin{vmatrix} p_0 & p_1 & .. & p^\mu & (n-1)^\mu \\ (p+1)_0 & (p+1)_1 & .. & (p+1)^\mu & n^\mu \\ (p+2)_0 & (p+2)_1 & .. & (p+2)^\mu & (n+1)^\mu \\ . & . & .. & . & . \\ . & . & .. & . & . \\ (p+\mu-1)_0 & (p+\mu-1)_1 & .. & (p+\mu-1)^\mu & (n+\mu-2)^\mu \\ (p+\mu)_0 & (p+\mu)_1 & .. & (p+\mu)^\mu & (n+\mu-1)^\mu \\ (p+\mu+1)_0 & (p+\mu+1)_1 & .. & (p+\mu+1)_\mu & (n+\mu)^\mu \end{vmatrix} = 0.$$

Denna determinant utvecklad ger

$$\pm\{(\mu+1)_0(n-1)^\mu-(\mu+1)_1 n^\mu+(\mu+1)_2(n+1)^\mu-(\mu+1)_3(n+2)^\mu+\text{etc.}\}=0,$$

hvaraf omedelbart inses sanningen af (13).

Monomialkoefficienterna af första slaget äro i det afseendet analoga med binomialkoefficienterna, att summan af de tal, hvilka tillhöra samma ordning, är lika med noll, om de tagas med alternerande tecken.

Rigtigheten af equationen

$$(14)\qquad \mu_{0,n}+\mu_{1,n}+\mu_{2,n}+\ldots+\mu_{\mu,n}=\mu_{0,n+1}+\mu_{2,n+1}+\mu_{4,n+1}+\text{etc.}$$

är en omedelbar följd af equationen (6).

För att bevisa equationen

$$(15)\qquad (\mu+1)_{r,n}-n\mu_{r,n}=r\mu_{r-1,n+1},$$

erinra vi oss, att equationens venstra membrum är summan af de båda expressionerna

$$r_0(n+r)^{\mu+1}-r_1(n+r-1)^{\mu+1}+r_2(n+r-2)^{\mu+1}-\ldots+(-1)^r r_r n^{\mu+1}$$

$$-r_0 n(n+r)^\mu+r_1 n(n+r-1)^\mu-r_2 n(n+r-2)^\mu-\ldots+(-1)^r n r_r n^\mu$$

d. v. s. lika med summan af båda följande

$$r_0(n+r)(n+r)^\mu-r_1(n+r-1)(n+r-1)^\mu+r_2(n+r-2)(n+r-2)^\mu-\ldots+(-1)^r r_r n n^\mu$$

$$-r_0 n(n+r)^\mu+r_1 n(n+r-1)^\mu-r_2 n(n+r-2)^\mu+\ldots-(-1)^r r_r n n^\mu,$$

hvilken summa är

$$r(n+r)^\mu-r(r-1)_1(n+r-1)^\mu+r(r-1)_2(n+r-2)^\mu-\ldots-(-1)^{r-1}r(r-1)_{r-1}(n+1)^\mu,$$

hvaraf equationens sanning omedelbart följer.

Vända vi oss nu till equationen

$$(16)\qquad \mu_{0,n}(a-n)_0+\mu_{1,n}(a-n)_1+\mu_{2,n}(a-n)_2+\ldots+\mu_{\mu,n}(a-n)_\mu=a^\mu,$$

hvilken uttrycker hufvudegenskapen hos monomialkoefficienterna, så erhålla vi, om densamma multipliceras med a,

$$(26)\quad \mu_{0,n}a(a-n)_0+\mu_{1,n}a(a-n)_1+\mu_{2,n}a(a-n)_2+\ldots+\mu_{\mu,n}a(a-n)_\mu=a^{\mu+1},$$

af determinanten (d) införa faktorn $p^{\mu-r}$,
,, ,, (e) ,, ,, $p^{\mu-r+1}$,
,, ,, (f) ,, ,, $p^{\mu-r+2}$,
. . . . . .
. . . . . .
,, ,, (g) ,, ,, $p^{\mu-1}$,
,, ,, (h) ,, ,, p^{μ},

så är tydligt, att summan af då uppkommande determinanter bildar determinanten

$$\begin{vmatrix} p_0 & p_1 & p_2 & \cdot\cdot\, p_{r-1} & (n+p)^{\mu} \\ (p+1)_0 & (p+1)_1 & (p+1)_2 & \cdot\cdot\,(p+1)_{r-1} & (n+p+1)^{\mu} \\ (p+2)_0 & (p+2)_1 & (p+2)_2 & \cdot\cdot\,(p+2)_{r-1} & (n+p+2)^{\mu} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\cdot\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\cdot\ \cdot & \cdot \\ (p+r-2)_0 & (p+r-2)_1 & (p+r-2)_2 & \cdot\cdot\,(p+r-2)_{r-1} & (n+p+r-2)^{\mu} \\ (p+r-1)_0 & (p+r-1)_1 & (p+r-1)_2 & \cdot\cdot\,(p+r-1)_{r-1} & (n+p+r-1)^{\mu} \\ (p+r)_0 & (p+r)_1 & (p+r)_2 & \cdot\cdot\,(p+r)_{r-1} & (n+p+r)^{\mu} \end{vmatrix},$$

hvilken determinant enligt definitionen på monomialkoefficient är lika med

$$\mu_{r,n+p}.$$

Vidare är äfven ifrågavarande summa af determinanter lika med

$$\mu_0\, p^0 \mu_{r,n} + \mu_1\, p\,(\mu-1)_{r,n} + \mu_2\, p^2\,(\mu-2)_{r,n} + \ldots + \mu_{\mu-r}\, p^{\mu-r} r_{r,n},$$

hvaraf följer, att equationen (11) är rigtig.

Vända vi oss till equationen

$$(13) \qquad \mu_{0,n} - \mu_{1,n} + \mu_{2,n} - \mu_{3,n} + \ldots + (-1)^{\mu}\mu_{\mu,n} = (n-1)^{\mu},$$

finna vi, att dess venstra membrum är algebraiska summan af $(\mu+1)$ stycken determinanter, hvilka utveklade bilda summan af följande expressioner:

$$n^{\mu}$$
$$-(n+1)^{\mu} + n^{\mu}$$
$$(n+2)^{\mu} - 2\,(n+1)^{\mu} + n^{\mu}$$
$$-(n+3)^{\mu} + 3\,(n+2)^{\mu} - 3\,(n+1)^{\mu} + n^{\mu}$$
$$\cdot \qquad \cdot \qquad \cdot \qquad \cdot$$
$$\cdot \qquad \cdot \qquad \cdot \qquad \cdot$$
$$\cdot \qquad \cdot \qquad \cdot \qquad \cdot$$
$$\cdot \qquad \cdot \qquad \cdot \qquad \cdot$$
$$(-1)^{\mu}\mu_0(n+\mu)^{\mu} + (-1)^{\mu-1}\mu_1\,(n+\mu-1)^{\mu} + (-1)^{\mu-2}\mu_2\,(n+\mu-2)^{\mu} \ldots - \mu_{\mu-1}(n+1)^{\mu} + n^{\mu}.$$

Enligt lagen för binomialkoefficienterna följer nu, att denna summa kan skrifvas

$$(\mu+1)_1\, n^{\mu} - (\mu+1)_2\,(n+1)^{\mu} + (\mu+1)_3\,(n+2)^{\mu} - (\mu+1)_4\,(n+3)^{\mu} +$$
$$+ \ldots + (-1)^{\mu+1}(\mu+1)_{\mu}\,(n+\mu)^{\mu}.$$

Enligt det theorem, hvilket nyss blifvit anfört från den ofvannnmnda afhandlingen, följer, att determinanten

$$\begin{vmatrix} p_0 & p_1 & .. & p^\mu & (n-1)^\mu \\ (p+1)_0 & (p+1)_1 & .. & (p+1)^\mu & n^\mu \\ (p+2)_0 & (p+2)_1 & .. & (p+2)^\mu & (n+1)^\mu \\ . & . & .. & . & . \\ . & . & .. & . & . \\ (p+\mu-1)_0 & (p+\mu-1)_1 & .. & (p+\mu-1)^\mu & (n+\mu-2)^\mu \\ (p+\mu)_0 & (p+\mu)_1 & .. & (p+\mu)^\mu & (n+\mu-1)^\mu \\ (p+\mu+1)_0 & (p+\mu+1)_1 & .. & (p+\mu+1)_\mu & (n+\mu)^\mu \end{vmatrix} = 0.$$

Denna determinant utvecklad ger

$$\pm\{(\mu+1)_0(n-1)^\mu-(\mu+1)_1 n^\mu+(\mu+1)_2(n+1)^\mu-(\mu+1)_3(n+2)^\mu+\text{etc.}\}=0,$$

hvaraf omedelbart inses sanningen af (13).

Monomialkoefficienterna af första slaget äro i det afseendet analoga med binomialkoefficienterna, att summan af de tal, hvilka tillhöra samma ordning, är lika med noll, om de tagas med alternerande tecken.

Rigtigheten af equationen

$$(14)\qquad \mu_{0,n}+\mu_{1,n}+\mu_{2,n}+\ldots+\mu_{\mu,n}=\mu_{0,n+1}+\mu_{2,n+1}+\mu_{4,n+1}+\text{etc.}$$

är en omedelbar följd af equationen (6).

För att bevisa equationen

$$(15)\qquad (\mu+1)_{r,n}-n\mu_{r,n}=r\mu_{r-1,n+1},$$

erinra vi oss, att equationens venstra membrum är summan af de båda expressionerna

$$r_0(n+r)^{\mu+1}-r_1(n+r-1)^{\mu+1}+r_2(n+r-2)^{\mu+1}-\ldots+(-1)^r r_r n^{\mu+1}$$
$$-r_0 n(n+r)^\mu+r_1 n(n+r-1)^\mu-r_2 n(n+r-2)^\mu-\ldots+(-1)^r n r_r n^\mu$$

d. v. s. lika med summan af båda följande

$$r_0(n+r)(n+r)^\mu-r_1(n+r-1)(n+r-1)^\mu+r_2(n+r-2)(n+r-2)^\mu-\ldots+(-1)^r r_r n n^\mu$$
$$-r_0 n(n+r)^\mu+r_1 n(n+r-1)^\mu-r_2 n(n+r-2)^\mu+\ldots-(-1)^r r_r n n^\mu,$$

hvilken summa är

$$r(n+r)^\mu-r(r-1)_1(n+r-1)^\mu+r(r-1)_2(n+r-2)^\mu-\ldots-(-1)^{r-1}r(r-1)_{r-1}(n+1)^\mu,$$

hvaraf equationens sanning omedelbart följer.

Vända vi oss nu till equationen

$$(16)\qquad \mu_{0,n}(a-n)_0+\mu_{1,n}(a-n)_1+\mu_{2,n}(a-n)_2+\ldots+\mu_{\mu,n}(a-n)_\mu=a^\mu,$$

hvilken uttrycker hufvudegenskapen hos monomialkoefficienterna, så erhålla vi, om densamma multipliceras med a,

$$(26)\quad \mu_{0,n}a(a-n)_0+\mu_{1,n}a(a-n)_1+\mu_{2,n}a(a-n)_2+\ldots+\mu_{\mu,n}a(a-n)_\mu=a^{\mu+1},$$

Upplösa vi nu hvarje term af equationens (26) venstra membrum i tvenne delar så, att vi

i st. f. $\mu_{0,n}a(a-n)_0$ skrifva $\mu_{0,n}\,.\,n+\mu_{0,n}(a-n)_1$,

„ $\mu_{1,n}a(a-n)_1$ „ $\mu_{1,n}(n+1)(a-n)_1+\mu_{1,n}(a-n-1)(a-n)_1$,

„ $\mu_{2,n}a(a-n)_2$ „ $\mu_{2,n}(n+2)(a-n)_2+\mu_{2,n}(a-n-2)(a-n)_2$,

„ $\mu_{3,n}a(a-n)_3$ „ $\mu_{3,n}(n+3)(a-n)_3+\mu_{3,n}(a-n-3)(a-n)_3$,

. . . . .

. . . . .

„ $\mu_{\mu-1,n}a(a-n)_{\mu-1}$ „ $\mu_{\mu-1,n}(n+\mu-1)(a-n)_{\mu-1}+\mu_{\mu-1,n}(a-n-\mu+1)(a-n)_{\mu-1}$,

„ $\mu_{\mu,n}a(a-n)_\mu$ „ $\mu_{\mu,n}(n+\mu)(a-n)_\mu+\mu_{\mu,n}(a-n-\mu)(a-n)_\mu$,

och omskrifva de så erhållna termerna på följande sätt

$$
\begin{array}{l}
n\mu_{0,n}(a-n)_0\\
\{\mu_{0,n}+(n+1)\mu_{1,n}\}(a-n)_1\\
\{2\mu_{1,n}+(n+2)\mu_{2,n}\}(a-n)_2\\
\{3\mu_{2,n}+(n+3)\mu_{3,n}\}(a-n)_3\\
\quad\cdot\qquad\cdot\\
\quad\cdot\qquad\cdot\\
\{\mu\,.\,\mu_{\mu-1,n}+(n+\mu)\mu_{\mu,n}\}(a-n)_\mu\\
\{(\mu+1)\mu_{\mu,n}\qquad\qquad\}(a-n)_{\mu+1}
\end{array}
$$

samt summera de inom parentheserna ingående expressioner enligt formeln (5), så finna vi, att equationen (26) kan skrifvas

$$(27)\quad (\mu+1)_{0,n}(a-n)_0+(\mu+1)_{1,n}(a-n)_1+(\mu+1)_{2,n}(a-n)_2+\ldots.(\mu+1)_{\mu+1,n}(a-n)_{\mu+1}=a^{\mu+1}.$$

Nu är equationen (27) ingenting annat än equationen (16), då man i den sednare tänkt sig $(\mu+1)$ öfver allt, der förut stod μ, hvaraf vi kunna sluta, att, om equationen (16) är rigtig för ett visst värde på μ, den äfven är rigtig för $(\mu+1)$. Vidare är equationen (16) rigtig för μ lika med enheten, ty den reducerar sig till

$$n(a-n)_0+(a-n)_1=a,$$

äfvensom för μ lika med 2, ty den reducerar sig då till

$$2_{0,n}(a-n)_0+2_{1,n}(a-n)_1+2_{2,n}(a-n)_2=a^2$$

d. v. s. till

$$n^2+\{(n+1)^2-n^2\}(a-n)_1+2(a-n)_2=a^2,$$

och således rigtig för alla obrutna positiva värden på μ.

---

§. 3.

Några egenskaper hos monomialkoefficienter.

Hvarje monomialkoefficient $\mu_{r,n}$ är alltid exakt divisibel med produkten

$$1.2.3\ldots.r.$$

Enligt equationen (5) hafva vi

$$r\mu_{r-1,n} + (r+n)\mu_{r,n} = (\mu+1)_{r,n},$$

och således i det speciella fall, att

$$\mu = r,$$

(28) $$r.r_{r-1,n} + (r+n)r_{r,n} = (r+1)_{r,n}.$$

Men

(29) $$r_{r,n} = \begin{vmatrix} p_0 & p_1 & \ldots & p_{r-1} & n^r \\ (p+1)_0 & (p+1)_1 & \ldots & (p+1)_{r-1} & (n+1)^r \\ (p+2)_0 & (p+2)_1 & \ldots & (p+2)_{r-1} & (n+2)^r \\ \cdot & \cdot & \cdot\cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot\cdot & \cdot & \cdot \\ (p+r-2)_0 & (p+r-2)_1 & \ldots & (p+r-2)_{r-1} & (n+r-2)^r \\ (p+r-1)_0 & (p+r-1)_1 & \ldots & (p+r-1)_{r-1} & (n+r-1)^r \\ (p+r)_0 & (p+r)_1 & \ldots & (p+r)_{r-1} & (n+r)^r \end{vmatrix} = 1.2.3\ldots.r,$$

hvaraf venstra membrum af (28) exakt divisibelt med r och måste alltså quantiteten $(r+1)_{r,n}$ innehålla faktorn r. Då nu $(r+1)_{r,n}$ innehåller en faktor r, så måste $r_{r-1,n}$ innehålla en faktor $(r-1)$; $(r-1)$ finnes äfven såsom faktor i $r_{r,n}$ och således i hela venstra membrum af (28), hvadan den äfven måste finnas såsom faktor i högra membrum och således $(r+1)_{r,n}$ innehålla faktorn $(r-1)$. Men då $(r+1)_{r,n}$ innehåller faktorn $(r-1)$, så måste quantiteten $r_{r-1,n}$ innehålla en faktor $(r-2)$ och således $(r-2)$ ingå som faktor i hela venstra membrum af (28) och således äfven såsom faktor i högra membrum, hvadan $(r+1)_{r,n}$ innehåller faktorn $(r-2)$. På samma sätt kan nu bevisas, att $(r+1)_{r,n}$ innehåller hvar och en af faktorerna $(r-3)$, $(r-4)$, ... 3, 2, 1.

Antaga vi vidare, att

$$\mu = r+1,$$

och substituera detta värde på μ i equationen (5), erhålla vi

(30) $$r(r+1)_{r-1,n} + (r+n)(r+1)_{r,n} = (r+2)_{r,n}.$$

Venstra membrum af (30) innehåller nu tydligen faktorn r och således måste äfven $(r+2)_{r,n}$ innehålla samma faktor; häraf följer åter, att $(r+1)_{r-1,n}$ måste innehålla $(r-1)$ och således hela venstra membrum af (30) exakt divisibelt med $(r-1)$, hvadan $(r+2)_{r,n}$ äfven innehåller $(r-1)$ bland sina faktorer. På samma sätt

kunna vi nu fortsätta vidare samt visa, att hvar och en af quantiteterna $(r-2)$, $(r-3) \ldots . 3, 2, 1$ finnas bland faktorerna i $(r+2)_{r,n}$.

Vidare efter nu $(r+2)_{r,n}$ innehåller produkten

$$1.2.3 \ldots r,$$

så kan på samma sätt som nyss visas, att $(r+3)_{r,n}$, $(r+4)_{r,n}$ etc. d. v. s. $\mu_{r,n}$ äfven måste innehålla samma produkt.

Den från differenskalkylen bekanta formeln

$$(31) \qquad \Delta^r n^m = r_0 (r+n)^m - r_1 (r+n-1)^m + r_2 (r+n-2)^m - \ldots$$

kan på grund af den egenskap hos determinantsystemer, hvilkas elementer äro binomialkoefficienter, som vi i den ofvan citerade afhandlingen pag. 43 bevisat, skrifvas

$$(32) \; \Delta^r n^m = \begin{vmatrix} p_0 & p_1 & \ldots & p_{r-1} & n^m \\ (p+1)_0 & (p+1)_1 & \ldots & (p+1)_{r-1} & (n+1)^m \\ (p+2)_0 & (p+2)_1 & \ldots & (p+2)_{r-1} & (n+2)^m \\ \cdot & \cdot & \ldots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \ldots & \cdot & \cdot \\ (p+r-2)_0 & (p+r-2)_1 & \ldots & (p+r-2)_{r-1} & (n+r-2)^m \\ (p+r-1)_0 & (p+r-1)_1 & \ldots & (p+r-1)_{r-1} & (n+r-1)^m \\ (p+r)_0 & (p+r)_1 & \ldots & (p+r)_{r-1} & (n+r)^m \end{vmatrix}$$

och således

$$(33) \qquad \Delta^r n^m = m_{r,n},$$

då

$$r > 0.$$

Åtskilliga af de i det föregående bevisade formler äro fullt kända från differenskalkylen. Vi hafva här framstält dem under en ny synpunkt för att komma i tillfälle att visa monomialkoefficienternas samband med fakultetskoefficienterna, för att bestämma dessa sednare under enklare form än hittils och på samma gång framlägga några nya egenskaper hos dem samt slutligen undersöka de anmärkningsvärda determinanter, i hvilka antingen monomialkoefficienter eller fakultetskoefficienter ingå såsom elementer.

Skrifva vi equationen

$$(5) \qquad r\,\mu_{r-1,n} + (r+n)\,\mu_{r,n} = (\mu+1)_{r,n}$$

under formen

$$(34) \qquad r(\mu_{r-1,n} + \mu_{r,n}) + n\,\mu_{r,n} = (\mu+1)_{r,n}$$

och equationen (6) under formen

$$\mu_{r-1,n+1} = \mu_{r-1,n} + \mu_{r,n},$$

så finna vi, att (34) kan sättas under formen

$$(35)\qquad r\mu_{r-1,n+1}+n\mu_{r,n}=(\mu+1)_{r,n}$$

och lemna härmedelst ett nytt bevis för equationen (16).

Multiplicera vi equationen (16) under denna sednare form med $(r+1)$, erhålla vi

$$(36)\qquad (r+1)r\mu_{r-1,n+1}+(r+1)n\mu_{r,n}=(r+1)(\mu+1)_{r,n}.$$

Skrifva vi derefter

$(n-1)$ i stället för n

samt $(r+1)$ i stället för r

i equationen (35) samt derefter multiplicera den nya equationen med $(n-1)$, finna i

$$(37)\qquad (r+1)(n-1)\mu_{r,n}+(n-1)^2\mu_{r+1,n-1}=(n-1)(\mu+1)_{r+1,n-1}.$$

Summan af equationerna (36) och (37) lemnar equationen

$$(38)\quad (r+1)r\mu_{r-1,n+1}+(r+1)(2n-1)\mu_{r,n}+(n-1)^2\mu_{r+1,n-1}=(r+1)(\mu+1)_{r,n}+\\+(n-1)(\mu+1)_{r+1,n-1},$$

hvilkens högra membrum enligt (35) är

$$(\mu+2)_{r+1,n-1},$$

hvadan equationen (38) kan skrifvas

$$(39)\quad (r+1)r\mu_{r-1,n+1}+(r+1)(2n-1)\mu_{r,n}+(n-1)^2\mu_{r+1,n-1}=(\mu+2)_{r+1,n-1}.$$

Substituera vi nu i (39)

$(n+1)$ i stället för n

samt $(r+1)$ i stället för r,

erhålla vi

$$(40)\quad (r+2)(r+1)\mu_{r,n+2}+(r+2)(2n+1)\mu_{r+1,n+1}+n^2\mu_{r+2,n}=(\mu+2)_{r+2,n}.$$

Multiplicera vi föregående equation med $(r+3)$, erhålla vi

$$(41)\quad (r+3)(r+2)(r+1)\mu_{r,n+2}+(r+3)(r+2)(2n+1)\mu_{r+1,n+1}+(r+3)n^2\mu_{r+2,n}=\\=(r+3)(\mu+2)_{r+2,n};$$

substituera vi derefter i densamma

$(n-1)$ i stället för n

samt $(r+1)$ i stället för r

och sedermera multiplicera den nya equationen med $(n-1)$, finna vi

$$(42)\quad (r+3)(r+2)(n-1)\mu_{r+1,n+1}+(r+3)(2n-1)(n-1)\mu_{r+2,n}+(n-1)^3\mu_{r+3,n-1}=\\=(n-1)(\mu+2)_{r+3,n-1}.$$

Summan af equationerna (41) och (42) gifver formeln

$$(43)\quad (r+3)(r+2)(r+1)\mu_{r,n+2}+(r+3)(r+2)3n\mu_{r+1,n+1}+(r+3)(3n^2-3n+1)\mu_{r+2,n}+\\+(n-1)^3\mu_{r+3,n-1}=(r+3)(\mu+2)_{r+2,n}+(n-1)(\mu+2)_{r+3,n-1},$$

hvilkens högra membrum enligt (35) är lika med

$$(\mu+3)_{r+3,n-1},$$

hvaraf

$$(44)\quad (r+3)(r+2)(r+1)\mu_{r,n+2}+(r+3)(r+2)3n\mu_{r+1,n+1}+(r+3)(3n^2-3n+1)\mu_{r+2,n}+ \\ +(n-1)^3\mu_{r+3,n-1}=(\mu+3)_{r+3,n-1}.$$

Sätta vi för korthets skuld

$$(45)\qquad f(r+t,s)=(r+t)(r+t-1)(r+t-2)\dots(r+t-s+1)$$

och införa detta beteckningssätt i formeln (44) samt på samma gång skrifva

$(n+1)$ i sället för n,

erhålla vi

$$(46)\quad f(r+3,3)\mu_{r,n+3}+f(r+3,2)(3n+3)\mu_{r+1,n+2}+f(r+3,1)(3n^2+3n+1)\mu_{r+2,n+1}+ \\ +n^3\mu_{r+3,n}=(\mu+3)_{r+3,n}.$$

Erinra vi oss nu, att enligt definitionen på monomialkoefficient

$$3_{0,n}=n^3,$$
$$3_{1,n}=(n+1)^3-n^3=3n^2+3n+1,$$
$$3_{2,n}=(n+2)^3-2(n+1)^3+n^3=6n+6,$$
$$3_{3,n}=(n+3)^3-3(n+2)^3+3(n+1)^3-n^3=1.2.3,$$

så kan (46) skrifvas

$$(47)\quad \frac{3_{3,n}}{1.2.3}f(r+3,3)\mu_{r,n+3}+\frac{3_{2,n}}{1.2}f(r+3,2)\mu_{r+1,n+2}+\frac{3_{1,n}}{1}f(r+3,1)\mu_{r+2,n+1}+ \\ +3_{0,n}\mu_{r+3,n}=(\mu+3)_{r+3,n}.$$

Den allmänna formeln blir alltså

$$(48)\quad t_{0,n}\mu_{r+t,n}+\frac{t_{1,n}}{1}f(r+t,1)\mu_{r+t-1,n+1}+\frac{t_{2,n}}{1.2}f(r+t,2)\mu_{r+t-2,n+2}+ \\ +\dots+\frac{t_{t,n}}{1.2.3\dots t}f(r+t,t)\mu_{r,n+t}=(\mu+t)_{r+t,n}.$$

För att bevisa sanningen af equationen (48) antaga vi den rigtig för ett visst värde på t samt visa på grund häraf, att den måste vara rigtig för $(t+1)$.

Fördenskull multiplicera vi (48) med $(r+t+1)$, hvaraf

$$(49)\quad (r+t+1)t_{0,n}\mu_{r+t,n}+(r+t+1)\frac{t_{1,n}}{1}f(r+t,1)\mu_{r+t-1,n+1}+ \\ +\dots(r+t+1)\frac{t_{t,n}}{1.2.3\dots t}f(r+t,t)\mu_{r,n+t}=(r+t+1)(\mu+t)_{r+t,n};$$

derefter insätta vi i (48)

$(n-1)$ i stället för n,

samt $(r+1)$ i stället för r, hvaraf

$$t_{0,n-1}\mu_{r+t+1,n-1}+\frac{t_{1,n-1}}{1}f(r+t+1,1)\mu_{r+t,n}+\dots+\frac{t_{t,n-1}}{1.2.3\dots t}f(r+t+1,t)\mu_{r+1,n+t-1}= \\ =(\mu+t)_{r+t+1,n-1}.$$

Denna sednare equation multiplicerad med $(n-1)$ gifver

$$(50)\quad (n-1)t_{0,n-1}\mu_{r+t+1,n-1}+(n-1)\frac{t_{1,n-1}}{1}f(r+t+1,1)\mu_{r+t,n}+$$

$$+\ldots+(n-1)\frac{t_{t,n-1}}{1.2.3\ldots t}f(r+t+1,t)\mu_{r+1,n+t-1}=(n-1)(\mu+t)_{r+t+1,n-1}.$$

Sammanlägga vi venstra membra af equationerna (49) och (50) samt taga de termer tillsamman, hvilka hafva samma faktor i afseende på μ, erhålla vi

$$\begin{aligned}&(n-1)t_{0,n-1}\mu_{r+t+1,n-1}+\\&+\{(r+t+1)t_{0,n}+(n-1)t_{1,n-1}f(r+t+1,1)\}\mu_{r+t,n}+\\&+\left\{(r+t+1)f(r+t,1)t_{1,n}+(n-1)\frac{t_{2,n-1}}{1.2}f(r+t+1,2)\right\}\mu_{r+t-1,n+1}+\\&+\left\{(r+t+1)f(r+t,2)\frac{t_{2,n}}{1.2}+(n-1)\frac{t_{3,n-1}}{1.2.3}f(r+t+1,3)\right\}\mu_{r+t-2,n+2}+\\&\qquad\vdots\qquad\qquad\qquad\vdots\\&(r+t+1)f(r+t,t)\mu_{r,n+t}\frac{t_{t,n}}{1.2.3..t}.\end{aligned}$$

Enligt definitionen (17) är

$$(n-1)t_{0,n-1}=(t+1)_{0,n-1};$$

vidare är

$$(r+t+1)t_{0,n}+(n-1)t_{1,n-1}f(r+t+1,1)=(t_{0,n}+(n-1)t_{1,n-1})f(r+t+1,1)$$

och således enligt (35)

$$(r+t+1)t_{0,n}+(n-1)t_{1,n-1}f(r+t+1,1)=(t+1)_{1,n-1}f(r+t+1,1);$$

quantiteten inom parenthesen i tredje termen af denna summa kan skrifvas

$$(t_{1,n}+(n-1)\frac{t_{2,n-1}}{1.2}f(r+t+1,2)$$

och således enligt (35) lika med

$$\frac{(t+1)_{2,n-1}}{1.2}f(r+t+1,2),\ \text{o. s. v.}$$

Summan af de högra membra reducerar sig enligt nyss anförda formel till

$$(\mu+t+1)_{r+t+1,n-1}.$$

Häraf uppkommer lätt equationen

$$(t+1)_{0,n-1}\mu_{r+t+1,n-1}+\frac{(t+1)_{1,n-1}}{1}f(r+t+1,1)\mu_{r+t,n}+$$

$$+\frac{(t+1)_{2,n-1}}{1.2}f(r+t+1,2)\mu_{r+t-1,n+1}+\ldots=(\mu+t+1)_{r+t+1,n-1},$$

hvilken, då man skrifver n öfver allt, der $(n-1)$ befinner sig, antager formen

$$(51)\quad (t+1)_{0,n}\mu_{r+t+1,n} + \frac{(t+1)_{1,n}}{1} f(r+t+1,1)\mu_{r+t,n} + \frac{(t+1)_{2,n}}{1.2} f(r+t+1,2) + \ldots = \\ = (\mu+t+1)_{r+t+1,n}.$$

Om equationen (48) antages rigtig för ett visst värde på t, så följer enligt equationen (51), att densamma äfven är rigtig, om man öfverallt, der t står, skrifver $(t+1)$. Denna equation (48) är visad vara rigtig för

$$t = 1,$$
$$t = 2,$$
$$t = 3,$$

hvaraf följer, att den är rigtig för alla värden t. H. S. B.

Enligt (33) är

$$\mu_{r,n} = \Delta^r n^\mu,$$

samt enligt (17)

$$t_{0,n} = n^t,$$

hvaraf följer, att formeln (48), som framställer en vigtig sats i läran om determinanter, skrifven enligt differenskalkylens vanliga skrifsätt, antager formen

$$(52)\quad n^t\Delta^{r+t}n^\mu + (r+t)_1\,\Delta n^t.\Delta^{r+t-1}(n+1)^\mu + (r+t)_2\,\Delta^2 n^t.\Delta^{r+t-2}(n+2)^\mu + \\ + (r+t)_3\,\Delta^3 n^t.\Delta^{r+t-3}(n+3)^\mu + \ldots = \Delta^{r+t}n^{\mu+t}.$$

Utgå vi ånyo från equationen

$$(34)\quad r\mu_{r-1,n+1} + n\mu_{r,n} = (\mu+1)_{r,n}$$

och substituera i densamma

$(r+1)$ i stället för r,
$(n-1)$ i stället för n,

erhålla vi

$$(r+1)\mu_{r,n} + (n-1)\mu_{r+1,n-1} = (\mu+1)_{r+1,n-1}.$$

Summan af dessa equationer ger

$$r\mu_{r-1,n+1} + (n+r+1)\mu_{r,n} + (n-1)\mu_{r+1,n-1} + = (\mu+1)_{r,n} + (\mu+1)_{r+1,n-1}$$

eller, om

$(r+1)$ insättes för r,
$(n+1)$ istället för n i denna sednare

$$(53)\quad (r+1)_{r,n+2} + (n+r+3)\mu_{r+1,n+1} + n\mu_{r+2,n} = (\mu+1)\mu_{r+1,n+1}, + (\mu+1)_{r+2,n}.$$

Substituera vi derefter

$(r+1)$ i stället för r)
$(n-1)$ i stället för n)

i equationen (53), erhålla vi

Denna sednare equation multiplicerad med $(n-1)$ gifver

$$(50)\quad (n-1)t_{0,n-1}\mu_{r+t+1,n-1}+(n-1)\frac{t_{1,n-1}}{1}f(r+t+1,1)\mu_{r+t,n}+$$

$$+\ldots+(n-1)\frac{t_{t,n-1}}{1.2.3\ldots t}f(r+t+1,t)\mu_{r+1,n+t-1}=(n-1)(\mu+t)_{r+t+1,n-1}.$$

Sammanlägga vi venstra membra af equationerna (49) och (50) samt taga de termer tillsamman, hvilka hafva samma faktor i afseende på μ, erhålla vi

$$(n-1)t_{0,n-1}\mu_{r+t+1,n-1}+$$

$$+\{(r+t+1)t_{0,n}+(n-1)t_{1,n-1}f(r+t+1,1)\}\mu_{r+t,n}+$$

$$+\left\{(r+t+1)f(r+t,1)t_{1,n}+(n-1)\frac{t_{2,n-1}}{1.2}f(r+t+1,2)\right\}\mu_{r+t-1,n+1}+$$

$$+\left\{(r+t+1)f(r+t,2)\frac{t_{2,n}}{1.2}+(n-1)\frac{t_{3,n-1}}{1.2.3}f(r+t+1,3)\right\}\mu_{r+t-2,n+2}+$$

$$\vdots \qquad\qquad \vdots$$

$$(r+t+1)f(r+t,t)\mu_{r,n+t}\frac{t_{t,n}}{1.2.3..t}.$$

Enligt definitionen (17) är

$$(n-1)t_{0,n-1}=(t+1)_{0,n-1};$$

vidare är

$$(r+t+1)t_{0,n}+(n-1)t_{1,n-1}f(r+t+1,1)=(t_{0,n}+(n-1)t_{1,n-1})f(r+t+1,1)$$

och således enligt (35)

$$(r+t+1)t_{0,n}+(n-1)t_{1,n-1}f(r+t+1,1)=(t+1)_{1,n-1}f(r+t+1,1);$$

quantiteten inom parenthesen i tredje termen af denna summa kan skrifvas

$$(t_{1,n}+(n-1)\frac{t_{2,n-1}}{1.2}f(r+t+1,2)$$

och således enligt (35) lika med

$$\frac{(t+1)_{2,n-1}}{1.2}f(r+t+1,2),\ \text{o. s. v.}$$

Summan af de högra membra reducerar sig enligt nyss anförda formel till

$$(\mu+t+1)_{r+t+1,n-1}.$$

Häraf uppkommer lätt equationen

$$(t+1)_{0,n-1}\mu_{r+t+1,n-1}+\frac{(t+1)_{1,n-1}}{1}f(r+t+1,1)\mu_{r+t,n}+$$

$$+\frac{(t+1)_{2,n-1}}{1.2}f(r+t+1,2)\mu_{r+t-1,n+1}+\ldots=(\mu+t+1)_{r+t+1,n-1},$$

hvilken, då man skrifver n öfver allt, der $(n-1)$ befinner sig, antager formen

$$(51)\quad (t+1)_{0,n}\mu_{r+t+1,n}+\frac{(t+1)_{1,n}}{1}f(r+t+1,1)\mu_{r+t,n}+\frac{(t+1)_{2,n}}{1.2}f(r+t+1,2)+\ldots=$$
$$=(\mu+t+1)_{r+t+1,n}.$$

Om equationen (48) antages rigtig för ett visst värde på t, så följer enligt equationen (51), att densamma äfven är rigtig, om man öfverallt, der t står, skrifver $(t+1)$. Denna equation (48) är visad vara rigtig för

$$t=1,$$
$$t=2,$$
$$t=3,$$

hvaraf följer, att den är rigtig för alla värden t. H. S. B.

Enligt (33) är

$$\mu_{r,n}=\Delta^r n^\mu,$$

samt enligt (17)

$$t_{0,n}=n^t,$$

hvaraf följer, att formeln (48), som framställer en vigtig sats i läran om determinanter, skrifven enligt differenskalkylens vanliga skrifsätt, antager formen

$$(52)\quad n^t\Delta^{r+t}n^\mu+(r+t)_1\,\Delta n^t.\Delta^{r+t-1}(n+1)^\mu+(r+t)_2\,\Delta^2 n^t.\Delta^{r+t-2}(n+2)^\mu+$$
$$+(r+t)_3\,\Delta^3 n^t.\Delta^{r+t-3}(n+3)^\mu+\ldots=\Delta^{r+t}n^{\mu+t}.$$

Utgå vi ånyo från equationen

$$(34)\quad r\mu_{r-1,n+1}+n\mu_{r,n}=(\mu+1)_{r,n}$$

och substituera i densamma

$(r+1)$ i stället för r,
$(n-1)$ i stället för n,

erhålla vi

$$(r+1)\mu_{r,n}+(n-1)\mu_{r+1,n-1}=(\mu+1)_{r+1,n-1}.$$

Summan af dessa equationer ger

$$r\mu_{r-1,n+1}+(n+r+1)\mu_{r,n}+(n-1)\mu_{r+1,n-1}+=(\mu+1)_{r,n}+(\mu+1)_{r+1,n-1}$$

eller, om

$(r+1)$ insättes för r,
$(n+1)$ istället för n i denna sednare

$$(53)\quad (r+1)_{r,n+2}+(n+r+3)\mu_{r+1,n+1}+n\mu_{r+2,n}=(\mu+1)\mu_{r+1,n+1,}+(\mu+1)_{r+2,n}.$$

Substituera vi derefter

$(r+1)$ i stället för r)
$(n-1)$ i stället för n)

i equationen (53), erhålla vi

$$(r+2)\mu_{r+1,n+1}+(n+r+3)\mu_{r+2,n}+(n-1)\mu_{r+3,n-1}=(\mu+1)_{r+2,n}+(\mu+1)_{r+3,n-1}.$$

Summan af dessa sednare equationer ger

$$(r+1)\mu_{r,n+2}+(n+2r+5)\mu_{r+1,n+1}+(2n+r+3)\mu_{r+2,n}+(n-1)\mu_{r+3,n-1}=$$
$$=(\mu+1)\mu_{r+1,n+1}+2(\mu+1)_{r+2,n}+(\mu+1)_{r+3,n-1}$$

eller, om

$(n+1)$ insättes i stället för n i denna sednare

$$(54)\quad (r+1)\mu_{r,n+3}+(n+2r+6)\mu_{r+1,n+2}+(2n+r+5)\mu_{r+2,n+1}+n\mu_{r+3,n}=$$
$$=(\mu+1)_{r+1,n+2}+2(\mu+1)_{r+2,n+1}+(\mu+1)_{r+3,n}.$$

På samma sätt

$$(55)\quad (r+1)\mu_{r,n+4}+(n+3r+9)\mu_{r+1,n+3}+(3n+3r+15)\mu_{r+2,n+2}+(3n+r+7)\mu_{r+3,n+1}+$$
$$+n\mu_{r+4,n}=(\mu+1)_{r+1,n+3}+3(\mu+1)_{r+2,n+2}+3(\mu+1)_{r+3,n+1}+(\mu+1)_{r+4,n}.$$

Genom att sluta från n till $(n+1)$ är lätt att bevisa följande formel

$$(56)\quad \sum_{p=0}^{p=m+1}\{nm_{p-1}+rm_p+m_p+2(m-p+1)m_{p-1}\}\,\mu_{r+p,n+m-p+1}=$$
$$=m_0(\mu+1)_{r+1,n+m}+m_1(\mu+1)_{r+2,n+m-1}+m_2(\mu+1)_{r+3,n+m-2}+\dots+m_m(\mu+1)_{r+m+1,n}.$$

Utgå vi ännu en gång från equationen (35), ställd under formen

$$(35)\qquad (\mu+1)_{r,n}-n\mu_{r,n}=r\mu_{r-1,n+1},$$

samt substituera i denna sednare

$(\mu+1)$ i stället för μ,

erhålla vi

$$(57)\qquad (\mu+2)_{r,n}-n(\mu+1)_{r,n}=r(\mu+1)_{r-1,n+1}.$$

Substrabera vi derefter equationen (35), multiplicerad med n, från equationen (57), finna vi

$$(58)\quad (\mu+2)_{r,n}-2n(\mu+1)_{r,n}+n^2\mu_{r,n}=r((\mu+1)_{r-1,n+1}-n\mu_{r-1,n+1})$$
$$=r((\mu+1)_{r-1,n+1}-(n+1)\mu_{r-1,n+1}+\mu_{r-1,n+1}).$$

Enligt (35) följer, att

$$(\mu+1)_{r-1,n+1}-(n+1)\mu_{r-1,n+1}=(r-1)\mu_{r-2,n+2},$$

hvadan (58) kan skrifvas

$$(59)\quad (\mu+2)_{r,n}-2n(\mu+1)_{r,n}+n^2\mu_{r,n}=r(r-1)\mu_{r-2,n+2}+r\mu_{r-1,n+1}.$$

Substituera vi i (59)

$(\mu+1)$ i stället för μ,

hvaraf

$$(\mu+3)_{r,n}-2n(\mu+2)_{r,n}+n^2(\mu+1)_{r,n}=r(r-1)(\mu+1)_{r-2,n+2}+r(\mu+1)_{r-1,n+1}$$

samt från denna sednare substrahera equationen (59), multiplicerad med n, finna vi

$$(60)\qquad (\mu+3)_{r,n}-3n(\mu+2)_{r,n}+3n^2(\mu+1)_{r,n}-n^3\mu_{r,n}=$$
$$=r(r-1)((\mu+1)_{r-2,n+2}-n\mu_{r-2,n+2})+r((\mu+1)_{r-1,n+1}-n\mu_{r-1,n+1}).$$

Transformera vi högra membrum af (60) på samma sätt, som vi förut transformerat högra membrum af (58), erhålla vi

$$(61)\qquad (\mu+3)_{r,n} - 3n(\mu+2)_{r,n} + 3n^2(\mu+1)_{r,n} - n^3\mu_{r,n} = \\ = r(r-1)(r-2)\mu_{r-3,n+3} + 3r(r-1)\mu_{r-2,n+2} + r\mu_{r-1,n+1}.$$

På lika sätt

$$(62)\quad \begin{cases} (\mu+4)_{r,n} - 4n(\mu+3)_{r,n} + 6n^2(\mu+2)_{r,n} - 4n^3(\mu+1)_{r,n} + n^4\mu_{r,n} = \\ = r(r-1)(r-2)(r-3)\mu_{r-4,n+4} + 6r(r-1)(r-2)\mu_{r-3,n+3} + 7r(r-1)\mu_{r-2,n+2} + r\mu_{r-1,n+1}. \end{cases}$$

Högra membrum af föregående equation kan i det vi omkasta termernas ordning, skrifvas under formen

$$3_{0,1}f(r,1)\mu_{r-1,n+1} + \frac{3_{1,1}}{1}f(r,2)\mu_{r-2,n+2} + \frac{3_{2,1}}{1.2}f(r,3)\mu_{r-3,n+3} + \\ \frac{3_{3,1}}{1.2.3}f(r,4)\mu_{r-4,n-4},$$

och den generella form, under hvilken föregående equationer subsumeras, blir

$$(63)\quad \begin{cases} (\mu+p)_{r,n} - p_1 n(\mu+p-1)_{r,n} + p_2 n^2(\mu+p-2)_{r,n} - p_3 n^3(\mu+p-3)_{r,n} + \ldots = \\ (p-1)_{0,1}f(r,1)\mu_{r-1,n+1} + \frac{(p-1)_{1,1}}{1}f(r,2)\mu_{r-2,n+2} + \frac{(p-1)_{2,1}}{1.2}f(r,3)\mu_{r-3,n+3} + \ldots, \end{cases}$$

hvilkens sanning är lätt att inse genom att sluta från p till $(p+1)$.

Genom att anföra några exempel vilja vi visa, hvilka för determinanters reduktion vigtiga resultater innehållas i föregående satser. Antaga vi i equationen (9)

$$p = 1,$$
$$n = 1,$$

lärer oss denna formel, att summan af determinanterna

$$\begin{vmatrix} p_0 & p_1 & \ldots & p_{r-1} & 1^\mu \\ (p+1)_0 & (p+1)_1 & \ldots & (p+1)_{r-1} & 2^\mu \\ (p+2)_0 & (p+2)_1 & \ldots & (p+2)_{r-1} & 3^\mu \\ \cdot & \cdot & \ldots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \ldots & \cdot & \cdot \\ (p+r-2)_0 & (p+r-2)_1 & \ldots & (p+r-2)_{r-1} & (r-1)^\mu \\ (p+r-1)_0 & (p+r-1)_1 & \ldots & (p+r-1)_{r-1} & r^\mu \\ (p+r)_0 & (p+r)_1 & \ldots & (p+r)_{r-1} & (r+1)^\mu \end{vmatrix}$$

och

$$\begin{vmatrix} p_0 & p_1 & \cdots & p_r & 1^\mu \\ (p+1)_0 & (p+1)_1 & \cdots & (p+1)_r & 2^\mu \\ (p+2)_0 & (p+2)_1 & \cdots & (p+2)_r & 3^\mu \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot \\ (p+r-1)_0 & (p+r-1)_1 & \cdots & (p+r-1)_r & r^\mu \\ (p+r)_0 & (p+r)_1 & \cdots & (p+r)_r & (r+1)^\mu \\ (p+r+1)_0 & (p+r+1)_1 & \cdots & (p+r+1)_r & (r+2)^\mu \end{vmatrix}$$

reduceras till determinanten

$$\begin{vmatrix} p_0 & p_1 & \cdots & p_{r-1} & 2^\mu \\ (p+1)_0 & (p+1)_1 & \cdots & (p+1)_{r-1} & 3^\mu \\ (p+2)_0 & (p+2)_1 & \cdots & (p+2)_{r-1} & 4^\mu \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot & \cdot \\ (p+r-2)_0 & (p+r-2)_1 & \cdots & (p+r-2)_{r-1} & r^\mu \\ (p+r-1)_0 & (p+r-1)_1 & \cdots & (p+r-1)_{r-1} & (r+1)^\mu \\ (p+r)_0 & (p+r)_1 & \cdots & (p+r)_{r-1} & (r+2)^\mu \end{vmatrix}$$

Antaga vi, att i equationen (15)

$$n = 3,$$
$$r = 4,$$

lära vi af densamma, att determinanten

$$\begin{vmatrix} p_0 & p_1 & p_2 & 4^\mu \\ (p+1)_0 & (p+1)_1 & (p+1)_2 & 5^\mu \\ (p+2)_0 & (p+2)_1 & (p+2)_2 & 6^\mu \\ (p+3)_0 & (p+3)_1 & (p+3)_2 & 7^\mu \end{vmatrix},$$

fyra gånger tagen, tillsammans med determinanten

$$\begin{vmatrix} p_0 & p_1 & p_2 & p_3 & 3^\mu \\ (p+1)_0 & (p+1)_1 & (p+1)_2 & (p+1)_3 & 4^\mu \\ (p+2)_0 & (p+2)_1 & (p+2)_2 & (p+2)_3 & 5^\mu \\ (p+3)_0 & (p+3)_1 & (p+3)_2 & (p+3)_3 & 6^\mu \\ (p+4)_0 & (p+4)_1 & (p+4)_2 & (p+4)_3 & 7^\mu \end{vmatrix},$$

tre gånger tagen, reducerar sig till determinanten

$$\begin{vmatrix} p_0 & p_1 & p_2 & p_3 & 3^{\mu+1} \\ (p+1)_0 & (p+1)_1 & (p+1)_2 & (p+1)_3 & 4^{\mu+1} \\ (p+2)_0 & (p+2)_1 & (p+2)_2 & (p+2)_3 & 5^{\mu+1} \\ (p+3)_0 & (p+3)_1 & (p+3)_2 & (p+3)_3 & 6^{\mu+1} \\ (p+4)_0 & (p+4)_1 & (p+4)_2 & (p+4)_3 & 7^{\mu+1} \end{vmatrix}.$$

§ 4.

Om Fakultetskoefficienter.

Fakultetskoefficienter af klassen (—1) kalla vi de tal, som ingå i den första af följande tabeller, af klassen noll de, som ingå i den andra tabellen, af första klassen de, som ingå i den tredje o. s. v.

klassen (—1) . . .

μ	$\mu_{(0,-1)}$	$\mu_{(1,-1)}$	$\mu_{(2,-1)}$	$\mu_{(3,-1)}$	$\mu_{(4,-1)}$	$\mu_{(5,-1)}$	$\mu_{(6,-1)}$
1	1	—1					
2	1	—1	0				
3	1	0	—1	0			
4	1	2	—1	—2	0		
5	1	5	5	—5	—6	0	
6	1	9	25	15	—26	—24	0

,

klassen (0) . . .

μ	$\mu_{(0,0)}$	$\mu_{(1,0)}$	$\mu_{(2,0)}$	$\mu_{(3,0)}$	$\mu_{(4,0)}$	$\mu_{(5,0)}$	$\mu_{(6,0}$
1	$\frac{0}{0}$	0					
2	1	1	0				
3	1	3	2	0			
4	1	6	11	6	0		
5	1	10	35	50	24	0	
6	1	15	85	225	274	120	0

,

klassen (1) . . .

μ	$\mu_{(0,1)}$	$\mu_{(1,1)}$	$\mu_{(2,1)}$	$\mu_{(3,1)}$	$\mu_{(4,1)}$	$\mu_{(5,1)}$	$\mu_{(6,1)}$
1	1	1					
2	1	3	2				
3	1	6	11	6			
4	1	10	35	50	24		
5	1	15	85	225	274	120	
6	1	21	175	735	1624	1764	720

,

klassen (2) . . .

μ	$\mu_{(0,2)}$	$\mu_{(1,2)}$	$\mu_{(2,2)}$	$\mu_{(3,2)}$	$\mu_{(4,2)}$	$\mu_{(5,2)}$	$\mu_{(6,2)}$
1	1	2					
2	1	5	6				
3	1	9	26	24			
4	1	14	71	154	120		
5	1	20	155	580	1044	120	
6	1	27	295	1665	5104	8028	5040

,

klassen (3) ...

μ	$\mu_{(0,3)}$	$\mu_{(1,3)}$	$\mu_{(2,3)}$	$\mu_{(3,3)}$	$\mu_{(4,3)}$	$\mu_{(5,3)}$	$\mu_{(6,3)}$
1	1	3					
2	1	7	12				
3	1	12	47	60			
4	1	18	119	342	360		
5	1	25	245	1175	2754	2520	
6	1	33	445	3135	12154	23552	20160

,

klassen (4) ...

μ	$\mu_{(0,4)}$	$\mu_{(1,4)}$	$\mu_{(2,4)}$	$\mu_{(3,4)}$	$\mu_{(4,4)}$	$\mu_{(5,4)}$	$\mu_{(6,4)}$
1	1	4					
2	1	9	20				
3	1	15	74	120			
4	1	22	179	638	840		
5	1	30	355	2670	5944	6720	
6	1	39	625	5865	29974	60216	60480

.

Likasom de successiva binomialkoefficienterna af ordningen μ tecknas med

$$\mu_0, \mu_1, \mu_2 \ldots \mu_\mu,$$

hafva vi i det föregående tecknat de successiva monomialkoefficienterna af ordningen μ tillhörande en viss t. ex. r:te klassen med

$$\mu_{0,r}, \mu_{1,r}, \mu_{2,r}, \ldots \mu_{\mu,r}.$$

Nu införa vi i analogi härmed tecknen

$$\mu_{(0,r)}, \mu_{(1,r)}, \mu_{(2,r)}, \ldots \mu_{(\mu,r)}$$

för att beteckna de successiva fakultetskoefficienterna af ordningen μ och r:te klassen. Vi hafva således att särskilja de tre

$$\mu_p, \mu_{p,r}, \mu_{(p,r)},$$

af hvilka den första är den $(p+1)$:sta binomialkoefficienten af ordningen μ, den andra är den $(p+1)$:sta monomialkoefficienten af ordningen μ samt r:te klassen och den tredje är $(p+1)$:sta fakultetskoefficienten af ordningen μ samt r:te klassen.

Quantiteten $\mu_{(p,r)}$ definiera vi genom equationen

$$(64)\quad \mu_{(p,r)} = \frac{1}{1^p.2^p.3^p\ldots(\mu-p-1)^p(\mu-p)^p(\mu-p+1)^{p-1}\ldots(\mu-3)^3(\mu-2)^2(\mu-1)} \times$$

$$(64)\qquad \times \begin{vmatrix} (\mu-p+1)_{\mu-p,r} & (\mu-p+1)_{\mu-p+1,r} & \cdots & 0 \\ (\mu-p+2)_{\mu-p,r} & (\mu-p+2)_{\mu-p+1,r} & \cdots & 0 \\ (\mu-p+3)_{\mu-p,r} & (\mu-p+3)_{\mu-p+1,r} & \cdots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdots & \\ \cdot & \cdot & \cdots & \\ (\mu-2)_{\mu-p,r} & (\mu-2)_{\mu-p+1,r} & \cdots & 0 \\ (\mu-1)_{\mu-p,r} & (\mu-1)_{\mu-p+1,r} & \cdots & (\mu-1)_{\mu-1,r} \\ \mu_{\mu-p,r} & \mu_{\mu-p+1,r} & \cdots & \mu_{\mu-1,r} \end{vmatrix},$$

under förbehåll att p ej är noll, i hvilket fall determinanten upphör att finnas till, alldenstund μ ingenstädes i densamma får ingå, ökadt med något tal.

På grund af särskildt antagande sätta vi alltid

$$\mu_{0,r} = 1,$$

så vida ej r äfven är noll, i hvilken händelse obestämdhet eger rum.

Vi skola nu bevisa, att fakultetskoefficienter af första slaget samt af ordningen μ äro koefficienterna i utvecklingen af produkten

$$x(x+1)(x+2)\ldots\ldots(x+\mu),$$

samt att fakultetskoefficienter af andra slaget och af ordningen μ äro koefficienterna i utvecklingen af produkten

$$x(x+2)(x+3)\ldots\ldots(x+\mu+1)$$

och i allmänhet, att fakultetskoefficienter af r:te slaget och af ordningen μ äro koefficienterna i utvecklingen af produkten

$$x(x+r)(x+r+1)(x+r+2)\ldots\ldots(x+\mu+r-1).$$

Lättast verkställa vi detta genom att i första fallet bevisa rigtigheten af equationen

$$(65)\qquad x(x+1)(x+2)\ldots\ldots(x+\mu) = \frac{(-1)^{\mu+1}}{1^{\mu}.2^{\mu-1}3^{\mu-2}\ldots.(\mu-2)^3(\mu-1)^2\mu} \times$$

$$\times \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & \mu & -x \\ 1 & 2^2 & 3^2 & \cdots & \mu^2 & x^2 \\ 1 & 2^3 & 3^3 & \cdots & \mu^3 & -x^3 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & & \cdot \\ 1 & 2^{\mu-1} & 3^{\mu-1} & \cdots & \mu^{\mu-1} & (-x)^{\mu-1} \\ 1 & 2^{\mu} & 3^{\mu} & \cdots & \mu^{\mu} & (-x)^{\mu} \\ 1 & 2^{\mu+1} & 3^{\mu+1} & \cdots & \mu^{\mu+1} & (-x)^{\mu+1} \end{vmatrix},$$

i andra fallet genom att visa rigtigheten af equationen

$$(66) \quad x(x+2)(x+3)\dots(x+\mu+1) = \frac{(-1)^{\mu+1}}{1^{\mu-1}.2^{\mu-1}.3^{\mu-2}\dots(\mu-1)^2\mu(\mu+1)} \times$$

$$\times \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 & \dots & (\mu+1) & -x \\ 2^2 & 3^2 & 4^2 & \dots & (\mu+1)^2 & x^2 \\ 2^3 & 3^3 & 4^3 & \dots & (\mu+1)^3 & -x^3 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ 2^{\mu-1} & 3^{\mu-1} & 4^{\mu-1} & \dots & (\mu+1)^{\mu-1} & (-x)^{\mu-1} \\ 2^\mu & 3^\mu & 4^\mu & \dots & (\mu+1)^\mu & (-x)^\mu \\ 2^{\mu+1} & 3^{\mu+1} & 4^{\mu+1} & \dots & (\mu+1)^{\mu+1} & (-x)^{\mu+1} \end{vmatrix},$$

och i det allmänna fallet genom att visa rigtigheten af equationen

$$(67) \quad x(x+r)(x+r+1)(x+r+2)\dots(x+r+\mu-1) =$$

$$= \frac{(-1)^{\mu+1}}{1^{\mu-1}.2^{\mu-2}\dots(\mu-2)^2(\mu-1)r(r+1)(r+2)\dots(\mu+r-1)} \times$$

$$\times \begin{vmatrix} r & (r+1) & \dots & (\mu+r-1) & -x \\ r^2 & (r+1)^2 & \dots & (\mu+r-1)^2 & x^2 \\ r^3 & (r+1)^3 & \dots & (\mu+r-1)^3 & -x^3 \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ r^{\mu-1} & (r+1)^{\mu-1} & \dots & (\mu+r-1)^{\mu-1} & (-x)^{\mu-1} \\ r^\mu & (r+1)^\mu & \dots & (\mu+r-1)^\mu & (-x)^\mu \\ r^{\mu+1} & (r+1)^{\mu+1} & \dots & (\mu+r-1)^{\mu+1} & (-x)^{\mu+1} \end{vmatrix}.$$

Båda membra af equationen (65) blifva lika med noll för

$$x = 0,$$
$$x = -1,$$
$$x = -2,$$
$$\cdot \quad \cdot$$
$$\cdot \quad \cdot$$
$$\cdot \quad \cdot$$
$$x = -\mu,$$

och innehålla således samma faktorer i afseende på x, hvadan dessa membra måste vara identiska, så snart vi öfvertygat oss, att koefficienterna för $x^{\mu+1}$ äro lika i båda. Denna koefficient är 1 på venstra sidan om likhetstecknet och alltså behöfva vi endast visa, att

$$(68)\quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \ldots(\mu-1) & \mu \\ 1 & 2^2 & 3^2 & \ldots(\mu-1)^2 & \mu^2 \\ 1 & 2^3 & 3^3 & \ldots(\mu-1)^3 & \mu^3 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \ldots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \ldots & \cdot \\ 1 & 2^{\mu-2} & 3^{\mu-2} & \ldots(\mu-1)^{\mu-2} & \mu^{\mu-2} \\ 1 & 2^{\mu-1} & 3^{\mu-1} & \ldots(\mu-1)^{\mu-1} & \mu^{\mu-1} \\ 1 & 2^{\mu} & 3^{\mu} & \ldots(\mu-1)^{\mu} & \mu^{\mu} \end{vmatrix} = 1^{\mu}.2^{\mu-1}.3^{\mu-2}\ldots(\mu-2)^3(\mu-1)^2.\mu$$

Subtrahera vi i föregående determinant från andra kolumnen den första, två gånger tagen, från den tredje den andra tre gånger tagen samt addera till den första, äfven tre gånger tagen, från den fjerde subtrahera vi fyra gånger den tredje addera till sex gånger den andra samt subtrahera fyra gånger den första etc. d. v. s. till den kolumn, der digniteterna af μ ingå, addera vi föregående kolumner i ordning multiplicerade med binomialkoefficienterna

$$-\mu_1,\ \mu_2,\ -\mu_3,\ \mu_4,\ \text{etc.}$$

och således frambringa i de särskilda raderna af μ:de kolumnen expressionerna

$$\begin{array}{l} \mu_0\ \mu - \mu_1\ (\mu-1) + \mu_2\ (\mu-2) - \mu_3\ (\mu-3) + \ldots., \\ \mu_0\ \mu^2 - \mu_1\ (\mu-1)^2 + \mu_2\ (\mu-2)^2 - \mu_3\ (\mu-3)_2 + \ldots., \\ \mu_0\ \mu^3 - \mu_1\ (\mu-1)^3 + \mu_2\ (\mu-2)^3 - \mu_3\ (\mu-3)_3 + \ldots., \\ \cdot \qquad \cdot \qquad \cdot \qquad \cdot \qquad \ldots., \\ \cdot \qquad \cdot \qquad \cdot \qquad \cdot \qquad \ldots., \\ \mu_0\ \mu^{\mu} - \mu_1\ (\mu-1)^{\mu} + \mu_2\ (\mu-2)^{\mu} - \mu_3\ (\mu-3)^{\mu} + \ldots., \end{array}$$

så följer enligt (53) i afhandlingen om determinanter, hvars elem. äro binomialkoefficienter, att algebraiska summan af dessa särskilda expressioner är lika med noll utom den sista samt att denna åter är

$$1.2.3.4\ldots.\mu.$$

Den ifrågavarande determinanten kan då skrifvas

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & \ldots 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & \ldots 0 & 0 \\ 1 & (2^3-2) & 6 & \ldots 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & & \ldots & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \ldots & \cdot \\ 1 & (2^{\mu-2}-2) & (3^{\mu-2}-3.2^{\mu-2}+3) & \ldots\ 0 & 0 \\ 1 & (2^{\mu-1}-2) & (3^{\mu-1}-3.2^{\mu-1}+3 & \ldots\ 1.2.3\ldots(\mu-1) & 0 \\ 1 & (2^{\mu}-2) & (3^{\mu}-3.2^{\mu}+3) & \ldots\{(\mu-1)^{\mu}-(\mu-1)_1(\mu-2)^{\mu}\ldots\} & 1.2.3\ldots\mu \end{vmatrix},$$

hvaraf omedelbart inses sanningen af (65).

För att bevisa sanningen af equationen (66) öfvertyga vi oss först, att båda membra innehålla samma faktorer. Detta åter följer deraf, att båda membra blifva noll för

$$
\begin{aligned}
x &= 0\\
x &= -2\\
x &= -3\\
. &\quad .\\
. &\quad .\\
. &\quad .\\
x &= -\mu\\
x &= -(\mu+1).
\end{aligned}
$$

Derefter visa vi, att koefficienten för $x^{\mu+1}$ är densamma i båda membra. Detta åter inses omedelbart, så snart vi visat sanningen af equationen

$$
(69)\quad \begin{vmatrix}
2 & 3 & 4 & \ldots & (\mu+1)\\
2^2 & 3^2 & 4^2 & \ldots & (\mu+1)^2\\
2^3 & 3^3 & 4^3 & \ldots & (\mu+1)^3\\
. & . & . & \ldots & .\\
. & . & . & \ldots & .\\
2^{\mu-1} & 3^{\mu-1} & 4^{\mu-1} & \ldots & (\mu+1)^{\mu-1}\\
2^{\mu} & 3^{\mu} & 4^{\mu} & \ldots & (\mu+1)^{\mu}
\end{vmatrix} = 1^{\mu-1}.2^{\mu-1}.3^{\mu-2}\ldots(\mu-1)^2\mu(\mu+1).
$$

Fördenskull dividera vi båda membra af (69) med produkten

$$2\,.\,3\,.\,4\ldots\mu(\mu+1),$$

hvarefter det återstår att bevisa rigtigheten af

$$
(70)\quad \begin{vmatrix}
1 & 1 & 1 & \ldots & 1\\
2 & 3 & 4 & \ldots & (\mu+1)\\
2^2 & 3^2 & 4^2 & \ldots & (\mu+1)^2\\
. & . & . & \ldots & .\\
. & . & . & \ldots & .\\
2^{\mu-2} & 3^{\mu-2} & 4^{\mu-2} & \ldots & (\mu+1)^{\mu-2}\\
2^{\mu-1} & 3^{\mu-1} & 4^{\mu-1} & \ldots & (\mu+1)^{\mu-1}
\end{vmatrix} = 1^{\mu-1}.2^{\mu-2}.3^{\mu-3}\ldots(\mu-2)^2(\mu-1).
$$

Subtrahera vi i venstra membrum af (70) den första kolumnen från den andra, från den tredje den andra två gånger tagen samt addera dertill den första, från den fjerde tre gånger den tredje samt en gång den första samt addera dertill tre gånger den andra etc., så kan ifrågavarande determinant skrifvas

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & . & 0 \\ 2 & 1 & 0 & . & 0 \\ 2^2 & (3^2-2^2) & 2 & . & 0 \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ 2^{\mu-2} & (3^{\mu-2}-2^{\mu-2}) & (4^{\mu-2}-2.3^{\mu-2}+2^{\mu-2}) & . & 0 \\ 2^{\mu-1} & (3^{\mu-1}-2^{\mu-1}) & (4^{\mu-1}-2.3^{\mu-1}+2^{\mu-1}) & . & 1.2.3\ldots(\mu-1) \end{vmatrix},$$

hvaraf följer, att equationen (70) är identisk.

Vända vi oss nu till den allmänna equationen (67), så se vi i analogi med det föregående, att för dess rigtighet endast fordras sanningen af equationen

$$(71)\quad \begin{vmatrix} r & (r+1) & (r+2) & .. & (\mu+r-1) \\ r^2 & (r+1)^2 & (r+2)^2 & .. & (\mu+r-1)^2 \\ r^3 & (r+1)^3 & (r+2)^3 & .. & (\mu+r-1)^3 \\ . & . & . & .. & . \\ . & . & . & .. & . \\ r^{\mu-1} & (r+1)^{\mu-1} & (r+2)^{\mu-1} & .. & (\mu+r-1)^{\mu-1} \\ r^{\mu} & (r+1)^{\mu} & (r+2)^{\mu} & .. & (\mu+r-1)^{\mu} \end{vmatrix} =$$

$$= 1^{\mu-1}.2^{\mu-2}\ldots.(\mu-2)^2(\mu-1)r(r+1)(r+2)\ldots.(\mu+r-1).$$

Först dividera vi båda membra af (71) med produkten

$$r(r+1)(r+2)\ldots.(\mu+r-1),$$

och skrifva (71) under formen

$$(72)\quad \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & .. & 1 \\ r & (r+1) & (r+2) & .. & (\mu+r-1) \\ r^2 & (r+1)^2 & (r+2)^2 & .. & (\mu+r-1)^2 \\ . & . & . & .. & . \\ . & . & . & .. & . \\ r^{\mu-2} & (r+1)^{\mu-2} & (r+2)^{\mu-2} & .. & (\mu+r-1)^{\mu-2} \\ r^{\mu-1} & (r+1)^{\mu-1} & (r+2)^{\mu-1} & .. & (\mu+r-1)^{\mu-1} \end{vmatrix} =$$

$$= 1^{\mu-1}2^{\mu-2}\ldots.(\mu-2)^2(\mu-1);$$

derefter applicera vi på determinanten i equationen (72) samma transformation som vi förut användt vid transformationen af determinanten i venstra membrum af equationen (70) och finna, att determinanten i equationen (72) kan skrifvas under formen

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & .. & 0 \\ 1_{0,r} & 1_{1,r} & 0 & .. & 0 \\ 2_{0,r} & 2_{1,r} & 2_{2,r} & .. & 0 \\ . & . & . & .. & . \\ . & . & . & .. & . \\ (\mu-2)_{0,r} & (\mu-2)_{1,r} & (\mu-2)_{2,r} & .. & (\mu-2)_{\mu-1,r} \\ (\mu-1)_{0,r} & (\mu-1)_{1,r} & (\mu-1)_{2,r} & .. & (\mu-1)_{\mu-1,r} \end{vmatrix}$$

och alltså sanningen af equationen (71) uppenbar.

Antaga vi nu, att

$$(x+r)(x+r+1)\ldots.(x+r+\mu-1)=\overset{\mu}{A}_{0,r}x^{\mu}+\overset{\mu}{A}_{1,r}x^{\mu-1}+\overset{\mu}{A}_{2,r}x^{\mu-2}\ldots.+\overset{\mu}{A}_{\mu,r},$$

så måste enligt formeln (67)

$$\overset{\mu}{A}_{0,r}x^{\mu}+\overset{\mu}{A}_{1,r}x^{\mu-1}+\overset{\mu}{A}_{2,r}x^{\mu-2}\ldots+\overset{\mu}{A}_{\mu,r}=\frac{(-1)^{\mu+1}}{1^{\mu-1}2^{\mu-2}\ldots(\mu-2)^2(\mu-1)r(r+1)(r+2)\ldots(r+\mu-1)}\times$$

$$\times\begin{vmatrix} r & (r+1) & .. & (r+\mu-1) & -1 \\ r^2 & (r+1)^2 & .. & (r+\mu-1)^2 & x \\ r^3 & (r+1)^3 & .. & (r+\mu-1)^3 & -x^2 \\ . & . & .. & . & . \\ . & . & .. & . & . \\ r^{\mu-1} & (r+1)^{\mu-1} & .. & (r+\mu-1)^{\mu-1} & (-x)^{\mu-2} \\ r^{\mu} & (r+1)^{\mu} & .. & (r+\mu-1)^{\mu} & (-x)^{\mu-1} \\ r^{\mu+1} & (r+1)^{\mu-1} & .. & (r+\mu-1)^{\mu-1} & (-x)^{\mu} \end{vmatrix},$$

hvaraf följer, att

$$\overset{\mu}{A}_{p,r}=\frac{1}{1^{\mu-1}2^{\mu-2}\ldots.(\mu-2)^2(\mu-1)r(r+1)\ldots.(r+\mu-1)}\times$$

$$\times\begin{vmatrix} r & (r+1) & . & (r+\mu-1) \\ r^2 & (r+1)^2 & . & (r+\mu-1)^2 \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ r^{\mu-p} & (r+1)^{\mu-p} & . & (r+\mu-1)^{\mu-p} \\ r^{\mu-p+2} & (r+1)^{\mu-p+2} & . & (r+\mu-1)^{\mu-p+2} \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ r^{\mu} & (r+1)^{\mu} & . & (r+\mu-1)^{\mu} \\ r^{\mu+1} & (r+1)^{\mu+1} & . & (r+\mu-1)^{\mu+1} \end{vmatrix}$$

och genom förkortning

$$\overset{\mu}{A}_{p,r} = \frac{1}{1^{\mu-1}2^{\mu-2}\ldots(\mu-2)^2(\mu-1)}\begin{vmatrix} 1 & 1 & \ldots & 1 \\ r & (r+1) & \ldots & (r+\mu-1) \\ \cdot & \cdot & \ldots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \ldots & \cdot \\ r^{\mu-p-1} & (r+1)^{\mu-p-1} & \ldots & (r+\mu-1)^{\mu-p-1} \\ r^{\mu-p+1} & (r+1)^{\mu-p+1} & \ldots & (r+\mu-1)^{\mu-p+1} \\ \cdot & \cdot & \ldots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \ldots & \cdot \\ r^{\mu-1} & (r+1)^{\mu-1} & \ldots & (r+\mu-1)^{\mu-1} \\ r^{\mu} & (r+1)^{\mu} & \ldots & (r+\mu-1)^{\mu} \end{vmatrix}.$$

Använda vi på denna determinant samma transformation, som blifvit använd vid determinanten (70), erhålla vi

$$\overset{\mu}{A}_{p,r} = \frac{1}{1^{\mu-1}2^{\mu-2}\ldots(\mu-2)^2(\mu-1)}\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & .\,0 & \ldots \\ 1_{0,r} & 1_{1,r} & 0 & .\,0 & \ldots \\ 2_{0,r} & 2_{1,r} & 2_{2,r} & .\,0 & \ldots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\,\cdot & \ldots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\,\cdot & \ldots \\ (\mu-p-1)_{0,r} & (\mu-p-1)_{1,r} & (\mu-p-1)_{2,r} & .(\mu-p-1)_{\mu-p-1,r} & \ldots \\ (\mu-p+1)_{0,r} & (\mu-p+1)_{1,r} & (\mu-p+1)_{2,r} & .(\mu-p+1)_{\mu-p-1,r} & \ldots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\,\cdot & \ldots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\,\cdot & \ldots \\ (\mu-1)_{0,r} & (\mu-1)_{1,r} & (\mu-1)_{2,r} & .(\mu-1)_{\mu-p-1,r} & \ldots \\ \mu_{0,r} & \mu_{1,r} & \mu_{2,r} & .\,\mu_{\mu-p-1,r} & \ldots \end{vmatrix}$$

och således

$$\overset{\mu}{A}_{p,r} = \frac{1^{\mu-p-1}2^{\mu-p-2}\ldots(\mu-p-2)^2(\mu-p-1)}{1^{\mu-1}2^{\mu-2}\ldots(\mu-2)^2(\mu-1)}\times$$

$$\times\begin{vmatrix} (\mu-p+1)_{\mu-p,r} & (\mu-p+1)_{\mu-p+1,r} & 0 & \ldots & 0 \\ (\mu-p+2)_{\mu-p,r} & (\mu-p+2)_{\mu-p+1,r} & (\mu-p+2)_{\mu-p+2,r} & \ldots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \ldots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \ldots & \cdot \\ (\mu-1)_{\mu-p,r} & (\mu-1)_{\mu-p+1,r} & (\mu-1)_{\mu-p+2,r} & \ldots & (\mu-1)_{\mu-1,r} \\ \mu_{\mu-p,r} & \mu_{\mu-p+1,r} & \mu_{\mu-p+2,r} & \ldots & \mu_{\mu-1,r} \end{vmatrix}$$

d. v. s.

$$\overset{\mu}{A}_{p,r} = \frac{1}{1^p\,2^p\ldots(\mu-p-2)^p(\mu-p-1)^p(\mu-p)^p\ldots(\mu-2)^2(\mu-1)}\times$$

$$\times\begin{vmatrix} (\mu-p+1)_{\mu-p,r} & (\mu-p+1)_{\mu-p+1,r} & 0 & .. \\ (\mu-p+2)_{\mu-p,r} & (\mu-p+2)_{\mu-p+1,r} & (\mu-p+2)_{\mu-p+2} & .. \\ . & . & . & .. \\ . & . & . & .. \\ (\mu-1)_{\mu-p,r} & (\mu-1)_{\mu-p+1,r} & (\mu-1)_{\mu-p+2,r} & .. \\ \mu_{\mu-p,r} & \mu_{\mu-p+1,r} & \mu_{\mu-p+2,r} & .. \end{vmatrix}$$

och sålunda enligt (64)

$$\overset{\mu}{A}_{p,r} = \mu_{(p,r)},$$

och alltså den af oss gifna definitionen på fakultetskoefficient berättigad.

Erinra vi oss nu, att hvarje monomialkoefficient

$$\mu_{p,r}$$

alltid kan exakt divideras med produkten

$$1 \,.\, 2 \,.\, 3 \ldots. p,$$

så är tydligt, att de särskilda kolumnerna i determinanten i högra membrum af equationen (64) kunna exakt divideras med de motsvarande produkterna

$$\begin{array}{l} 1 \,.\, 2 \,.\, 3 \ldots. (\mu-p) \\ 1 \,.\, 2 \,.\, 3 \ldots. (\mu-p)(\mu-p+1) \\ . \quad . \quad . \quad \ldots. \quad . \quad . \\ . \quad . \quad . \quad \quad\; . \quad . \\ 1 \,.\, 2 \,.\, 3 \ldots. (\mu-p)(\mu-p+1) \ldots. (\mu-1). \end{array}$$

Deraf följer åter, att ifrågavarande determinant innehåller produkten

$$1^p \,.\, 2^p \,.\, 3^p \ldots. (\mu-p)^p (\mu-p+1)^{p-1} \ldots. (\mu-2)^2 (\mu-1)$$

och alltså $\mu_{(p,r)}$ ett helt tal.

Teckna vi

$$\frac{\mu_{p,r}}{1 \,.\, 2 \,.\, 3 \ldots. p} = \mu'_{p,r} \tag{73}$$

och således

$$\frac{(\mu-p+1)_{\mu-p,r}}{1.2.3\ldots.(\mu-p)} = (\mu-p+1)'_{\mu-p,r},$$

så kan equationen (64) skrifvas

$$\mu_{(p,r)} = \begin{vmatrix} (\mu\text{-}p\text{+}1)'_{\mu-p,r} & (\mu\text{-}p\text{+}1)'_{\mu-p+1,r} & 0 & .. & 0 & 0 \\ (\mu\text{-}p\text{+}2)'_{\mu-p,r} & (\mu\text{-}p\text{+}2)'_{\mu-p+1,r} & (\mu\text{-}p\text{+}2)'_{\mu-p+2,r} & .. & 0 & 0 \\ (\mu\text{-}p\text{+}3)'_{\mu-p,r} & (\mu\text{-}p\text{+}3)'_{\mu-p+1,r} & (\mu\text{-}p\text{+}3)'_{\mu-p+2,r} & .. & 0 & 0 \\ . & . & . & .. & . & . \\ . & . & . & .. & . & . \\ (\mu\text{-}2)'_{\mu-p,r} & (\mu\text{-}2)'_{\mu-p+1,r} & (\mu\text{-}2)'_{\mu-p+2,r} & .. & (\mu\text{-}2)'_{\mu-2,r} & 0 \\ (\mu\text{-}1)'_{\mu-p,r} & (\mu\text{-}1)'_{\mu-p+1,r} & (\mu\text{-}1)'_{\mu-p+2,r} & .. & (\mu\text{-}1)'_{\mu-2,r} & (\mu\text{-}1)'_{\mu-1,r} \\ \mu'_{\mu-p,r} & \mu'_{\mu-p+1,r} & \mu'_{\mu-p+2,r} & .. & \mu'_{\mu-2,r} & \mu'_{\mu-1,r} \end{vmatrix}, \tag{74}$$

troligen den enklaste form, som åt fakultetskoefficienterna kan gifvas.

Anmärkningsvärd är i sanning ofvananförda relation emellan monomialkoefficienter och fakultetskoefficienter, tillhörande samma klass. Denna relation visar oss nemligen, att fakultetskoefficienterna af en viss klass äro aldeles samma funktioner af monomialkoefficienterna af motsvarande klass som fakultetskoefficienterna af hvarje annan klass äro af sina motsvarande monomialkoefficienter.

Vi anföra några exempel:

$$\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 12 \end{vmatrix} = 11,$$

$$\frac{1}{12}\begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 7 & 12 & 6 \\ 15 & 50 & 60 \end{vmatrix} = 50,$$

$$\frac{1}{288}\begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & 0 \\ 7 & 12 & 6 & 0 \\ 15 & 50 & 60 & 24 \\ 31 & 180 & 390 & 360 \end{vmatrix} = 274,$$

$$\frac{1}{2}\begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 19 & 18 \end{vmatrix} = 26,$$

$$\frac{1}{12}\begin{vmatrix} 5 & 2 & 0 \\ 19 & 18 & 6 \\ 65 & 110 & 84 \end{vmatrix} = 154,$$

$$\frac{1}{288}\begin{vmatrix} 5 & 2 & 0 & 0 \\ 19 & 18 & 6 & 0 \\ 65 & 110 & 84 & 24 \\ 211 & 570 & 750 & 480 \end{vmatrix} = 1044.$$

Elementerna i de tre första determinanterna igenfinnas lätt i tabellen för klassen (1) för monomialkoefficienterna, de tre första högra membra i tabellen för klassen (1) för fakultetskoefficienterna. Talen, som ingå i de tre sednare equationerna, äro motsvarande tal i tabellerna för klassen (2).

Förhållandena emellan fakultetskoefficienterna

$$\mu_{(0,r)}, \mu_{(1,r)}, \mu_{(2,r)}, \ldots \mu_{(\mu,r)}$$

måste enligt det föregående vara i ordning lika med hvar sitt af de förhållanden, som determinanterna i följande system hafva till hvarandra

$$\left\|\begin{array}{lllll} 1 & 1 & 1 & .. & 1 \\ r & (r+1) & (r+2) & .. & (r+\mu-1) \\ r^2 & (r+1)^2 & (r+2)^2 & .. & (r+\mu-1)^2 \\ . & . & . & .. & . \\ . & . & . & .. & . \\ r^{\mu-1} & (r+1)^{\mu-1} & (r+2)^{\mu-1} & .. & (r+\mu-1)^{\mu-1} \\ r^{\mu} & (r+1)^{\mu} & (r+2)^{\mu} & .. & (r+\mu-1)^{\mu} \end{array}\right\|,$$

då den determinant betraktas som den första, hvilken saknar systemets sista rad, den som den andra, hvilken saknar systemets näst sista rad o. s. v.

För jemnförelses skuld anföra vi här den expression, hvilken Prof. Schlaeffli i Bern framstält för att bestämma $\mu_{(p,r)}$. Denna expression finnes i en afhandling, hvilken under titel "Sur les coëfficients du développement du produit

$$(1+x)(1+2x)(1+3x)\ldots\ldots(1+(n-1)x)$$

suivant les puissances ascendantes de x" är införd i (43) bandet af Crelles journal och har följande form

$$\overset{n+1}{A}_r\,(=\mu_{(p,r)}) = \sum_{\alpha=0}^{\alpha=r-1} (-1)^{r+\alpha+1}(n+\alpha+1)_{r+\alpha+1}\,\underset{\alpha}{\overset{r}{B}},$$

der $\underset{\alpha}{\overset{r}{B}}$ är bestämd genom equationen

$$\underset{\alpha}{\overset{r}{B}} = \sum_{u=1}^{u=\alpha+1} \frac{(-1)^{\alpha-u+1}}{\Pi(u-_1)} u^{r+u-1}\left\{(r+\alpha+u+1)_{\alpha-u+1} + u\sum_{\gamma=0}^{\gamma=\alpha-1}\frac{\overset{u}{D}_\gamma}{(\gamma+1)(\gamma+2)}(r+\alpha+u-\gamma)_{\alpha-u-\gamma-1}\right\},$$

der vidare

$$\overset{u}{D}_\gamma=(1-u)\left(1-\frac{u}{2}\right)\ldots\left(1-\frac{u}{\gamma}\right)+\sum_{m=1}^{m=\gamma}\frac{1}{\Pi(m-1)}(\gamma+1)_{m+1}u^m\left(1-\frac{u}{m+1}\right)\left(1-\frac{u}{m+2}\right)\ldots\left(1-\frac{u}{\gamma}\right);$$

om denna formel tillägger han: "On ne peut pas espérer de pousser plus loin les reductions des sommes multipels. Tout ce que nous avons pu obtenir, est d'avoir répresenter $\overset{n+1}{A}_r(=\mu_{(p,r)})$ par une somme quadruple, tandis qu' elle paraissait d'abord être sextuple."

Om ofvannämnda lag yttrar den vidtberömde professor Cayley i Cambridge i en mindre uppsats, hvilken under titel, "On some numerical expansions" är införd i tredje bandet af Quarterly Journal of Mathematics, såsom vi tycka med allt skäl, "but the law is a very complicated one."

§ 5.

Några Egenskaper hos Fakultetskoefficienterna.

I. Summan af fakultetskoefficienter af ordningen μ, tagna med alternerande tecken, är

i första klassen lika med noll,
i andra d:o lika med $(-1)^\mu 1.2.3\ldots.\mu$,
i tredje d:o d:o $(-1)^\mu 2.3.4\ldots.(\mu+1)$,

. . . .

. . . .

i r:te d:o d:o $(-1)^\mu(r-1)r(r+1)\ldots.(r+\mu-2)$.

Bevis. Enligt det föregående veta vi, att

$$(x+r)(x+r+1)\ldots.(x+r+\mu-1)=\mu_{(0,r)}x^\mu+\mu_{(1,r)}x^{\mu-1}+\mu_{(2,r)}x^{\mu-2}\ldots.+\mu_{(\mu,r)}.$$

Antaga vi

$$x=-1,$$

erhålla vi

$$(75)\quad (r-1)r(r+1)\ldots.(r+\mu-2)=(-1)^\mu\{\mu_{(0,r)}-\mu_{(1,r)}+\mu_{(2,r)}-\text{etc.}\}\ \text{H. S. B.}$$

Summan af fakultetskoefficienterna af ordningen μ, tagna med positiva tecken är

i första klassen lika med $2.3.4\ldots.(\mu+1)$,
i andra d:o d:o $3.4.5\ldots.(\mu+2)$,

. . . .

. . . .

i r:te d:o d:o $(r+1)(r+2)\ldots.(r+\mu)$.

Bevis. Antaga vi i nyss använda equation

$$x=1,$$

erhålla vi

$$(76)\quad (r+1)(r+2)\ldots.(r+\mu)=\mu_{(0,r)}+\mu_{(1,r)}+\mu_{(2,r)}+\ldots.\ \text{H. S. B.}$$

Nyss anförda, så enkelt bevisade, formler gifva resultater icke utan vigt för determinanttheorien. Detta inses kanske lättast, om vi i ett speciellt fall fullständigt utskrifva de determinanter, som ligga i tecknet $\mu_{(p,r)}$. Antaga vi t. ex.

$$\mu=4,$$

så finna vi

$$1-\frac{1}{1.2.3}4_{3,r}+\frac{1}{1^2.2^2.3}\begin{vmatrix}3_{2,r} & 3_{3,r}\\ 4_{2,r} & 4_{3,r}\end{vmatrix}-\frac{1}{1^3.2^2.3}\begin{vmatrix}2_{1,r} & 2_{2,r} & 0\\ 3_{1,r} & 3_{2,r} & 3_{3,r}\\ 4_{1,r} & 4_{2,r} & 4_{3,r}\end{vmatrix}+\frac{1}{1^3.2^2.3}\begin{vmatrix}1_{0,r} & 1_{1,r} & 0 & 0\\ 2_{0,r} & 2_{1,r} & 2_{2,r} & 0\\ 3_{0,r} & 3_{1,r} & 3_{2,r} & 3_{3,r}\\ 4_{0,r} & 4_{1,r} & 4_{2,r} & 4_{3,r}\end{vmatrix}=$$

$$=(r-1)r(r+1)(r+2).$$

Antaga vi tillika

$$r = 1$$

samt taga alla termer med positiva tecken, finna vi

$$1 + \tfrac{1}{6}.60 + \tfrac{1}{12}\begin{vmatrix} 12 & 6 \\ 50 & 60 \end{vmatrix} + \tfrac{1}{12}\begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 7 & 12 & 6 \\ 15 & 50 & 60 \end{vmatrix} + \tfrac{1}{12}\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 2 & 0 \\ 1 & 7 & 12 & 6 \\ 1 & 15 & 50 & 60 \end{vmatrix} = 2.3.4.5.$$

II. Fakultetskoefficienter af samma ordning samt med samma första indices och med konsekutiva hela tal såsom andra indices gifva, om de kombineras med binomialkoefficienter, hvilkas ordning är till det minsta en enhet högre, än fakultetskoefficienternas gemensamma första indices, noll till resultat, då termerna tagas med alternerande tecken samt så många termer tagas, att alla binomialkoefficienter användas.

Exempel. Låt oss taga talen

$$2_{(2,1)},\ 2_{(2,2)},\ 2_{(2,3)},\ 2_{(2,4)},\ 2_{(2,5)} \ldots.$$

d. v. s. talen

$$2,\ 6,\ 12,\ 20,\ 30 \ldots.$$

samt kombinera dem med treans, fyrans, etc. binomialkoefficienter på följande sätt

$$3_0\, 2_{(2,1)} - 3_1\, 2_{(2,2)} + 3_2\, 2_{(2,3)} - 3_3\, 2_{(2,4)},$$
$$4_0\, 2_{(2,1)} - 4_1\, 2_{(2,2)} + 4_2\, 2_{(2,3)} - 4_3\, 2_{(2,4)} + 4_4\, 2_{(2,5)} \quad \text{etc.},$$

så skola dessa summor vara noll.

Innan vi gå till det generella beviset, skola vi först visa sanningen af den förra af nyss anförda formler, hvarefter det allmänna beviset lätt nog torde uppfattas.

Enligt det föregående veta vi, att

$$(x+1)(x+2) = 2_{(0,1)}x^2 + 2_{(1,1)}x + 2_{(2,1)},$$
$$(x+2)(x+3) = 2_{(0,2)}x^2 + 2_{(1,2)}x + 2_{(2,2)},$$
$$(x+3)(x+4) = 2_{(0,3)}x^2 + 2_{(1,3)}x + 2_{(2,3)},$$
$$(x+4)(x+5) = 2_{(0,4)}x^2 + 2_{(1,4)}x + 2_{(2,4)}.$$

Multiplicera vi den första af dessa equationer med 3_0,
den andra d:o d:o -3_1,
den tredje d:o d:o 3_2,
den fjerde d:o d:o -3_3,
och på samma gång förlänga alla venstra membra med produkten

$$1.2$$

och reducera alla 4 equationerna tillsamman, så finna vi

$$1.2\{3_0(x+2)_2-3_1(x+3)_2+3_2(x+4)_2-3_3(x+5)_2\} =$$

$$= x^2\sum_{r=1}^{r=4}(-1)^{r-1}3_{r-1}2_{(0,r)}+x\sum_{r=1}^{r=4}(-1)^{r-1}3_{r-1}2_{(1,r)}+\sum_{r=1}^{r=4}(-1)^{r-1}3_{r-1}2_{(2,r)}.$$

Enligt en känd formel kan venstra membrum reduceras till

$$(-1)^3\,1.2(x+2)_{-1},$$

hvilken expression är noll. oberoende af x, hvaraf följer, att de särskilda koefficienterna i högra membrum måste vara noll d. v. s.

$$\sum_{r=1}^{r=4}(-1)^{r-1}3_{r-1}2_{(2,r)} = 0. \quad \text{H. S. B.}$$

Enligt det föregående veta vi, att

$$(x+1)(x+2)(x+3)\dots(x+\mu) = \mu_{(0,1)}x^\mu+\mu_{(1,1)}x^{\mu-1}+\mu_{(2,1)}x^{\mu-2}+\dots\mu_{(\mu,1)},$$
$$(x+2)(x+3)(x+4)\dots(x+\mu+1) = \mu_{(0,2)}x^\mu+\mu_{(1,2)}x^{\mu-1}+\mu_{(2,2)}x^{\mu-2}+\dots\mu_{(\mu,2)},$$
$$(x+3)(x+4)(x+5)\dots(x+\mu+2) = \mu_{(0,3)}x^\mu+\mu_{(1,3)}x^{\mu-1}+\mu_{(2,3)}x^{\mu-2}+\dots\mu_{(\mu,3)},$$

. . . .

. . . .

$$(x+r)(x+r+1)(x+r+2)\dots(x+r+\mu-1) = \mu_{(0,r)}x^\mu+\mu_{(1,r)}x^{\mu-1}+\mu_{(2,r)}x^{\mu-2}+\dots\mu_{(\mu,r)}.$$

Multiplicera vi den första af dessa equationer med n_0,

den andra	d:o	d:o	$-n_1$,
den tredje	d:o	d:o	n_2,
den fjerde	d:o	d:o	$-n_3$, etc.

och på samma gång multiplicera och dividera alla venstra membra med produkten

$$1.2.3\dots\mu,$$

samt summera alla dessa equationer, finna vi

$$1.2.3\dots\mu\{n_0(x+\mu)_\mu-n_1(x+\mu+1)_\mu+n_2(x+\mu+2)_\mu\dots\pm n_n(x+r+\mu-1)_\mu\} =$$

$$= x^\mu\sum_{r=1}^{n+1}(-1)^{r-1}n_{r-1}\mu_{(0,r)}+x^{\mu-1}\sum_{r=1}^{n+1}(-1)^{r-1}n_{r-1}\mu_{(1,r)}+x^{\mu-2}\sum_{r=1}^{n+1}(-1)^{r-1}n_{r-1}\mu_{(2,r)}\dots,$$

eller enligt en känd formel

$$(-1)^n\,1.2.3\dots\mu(x+r+\mu-n-1)_{\mu-n} =$$

$$= x^\mu\sum_{r=1}^{n+1}(-1)^{r-1}n_{r-1}\mu_{(0,r)}+x^{\mu-1}\sum_{r=1}^{n+1}(-1)^{r-1}n_{r-1}\mu_{(1,r)}+\dots$$

Nu är venstra membrum i föregående equation tydligen ett polynom af gradtalet $(\mu-n)$, hvaraf vi kunna draga den slutsats, att de r första koefficienterna i höra membrum äro noll d. v. s.

$$\sum_{r=1}^{n+1}(-1)^{r-1}n_{r-1}\mu_{(p,r)} = 0, \tag{77}$$

så vida

$$p<n. \quad \text{H. S. B.}$$

III. Kombineras fakultetskoefficienterna af ordningen μ och r:te klassen med talen i den Pascalska triangeln, så är summan af de tal, som ingå i de särskilda raderna af den sammansatta triangeln lika med de särskilda fakultetskoefficienterna af ordningen μ och $(r+1)$:sta klassen. T. ex.

$$\begin{aligned} 1.1+1.6+1.11+1.6 &= 24,\\ 3.1+2.6+1.11 &= 26,\\ 3.1+1.6 &= 9,\\ 1.1 &= 1. \end{aligned}$$

I detta exempel äro talen 1, 6, 11, 6 fakultetskoefficienterna af tredje ordningen och första klassen samt summorna 1, 9, 26, 24 fakultetskoefficienterna af tredje ordningen och andra klassen.

Den allmänna formel, som skall bevisas, är alltså följande

$$\mu_n \mu_{(0,r)} + (\mu-1)_n \mu_{(1,r)} + (\mu-2)_n \mu_{(2,r)} + \dots + n_n \mu_{(\mu-n,r)} = \mu_{(\mu-n,r+1)}. \tag{78}$$

Anmärkning. Vi erinra om det i det föregående redan en gång för alla gjorda förbehåll, att om en binomialkoefficient antager den obestämda formen 0_0, antaga vi den alltid lika med 1.

Utveckla vi determinanten

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \\ r & (r+1) & (r+2) & \dots & (r+\mu-1) & 0 \\ r^2 & (r+1)^2 & (r+2)^2 & \dots & (r+\mu-1)^2 & 0 \\ r^3 & (r+1)^3 & (r+2)^3 & \dots & (r+\mu-1)^3 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ r^{n-1} & (r+1)^{n-1} & (r+2)^{n-1} & \dots & (r+\mu-1)^{n-1} & 0 \\ r^n & (r+1)^n & (r+2)^n & \dots & (r+\mu-1)^n & \pm n_n \\ r^{n+1} & (r+1)^{n+1} & (r+2)^{n+1} & \dots & (r+\mu-1)^{n+1} & \mp (n+1)_n \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ r^{\mu-1} & (r+1)^{\mu-1} & (r+2)^{\mu-1} & \dots & (r+\mu-1)^{\mu-1} & -(\mu-1)_n \\ r^\mu & (r+1)^\mu & (r+2)^\mu & \dots & (r+\mu-1)^\mu & \mu_n \end{vmatrix} \tag{79}$$

efter sista kolumnen, så erhålles tydligen venstra membrum af equationen (78) multipliceradt med

$$1^{\mu-1}.2^{\mu-2}.3^{\mu-3}\dots(\mu-2)^2(\mu-1).$$

Transformera vi determinanten (79) på det sätt, att vi till den andra raden addera den första, till den tredje raden addera två gånger den andra och en gång

den första, till den fjerde raden addera tre gånger den tredje, tre gånger den andra och en gång den första o. s. v. erhålla vi

$$(80)\quad \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & .. & 1 & 0 \\ (r+1) & (r+2) & (r+3) & .. & (r+\mu) & 0 \\ (r+1)^2 & (r+2)^2 & (r+3)^2 & .. & (r+\mu)^2 & 0 \\ (r+1)^3 & (r+2)^3 & (r+3)^3 & .. & (r+\mu)^3 & 0 \\ . & . & . & .. & . & . \\ . & . & . & .. & . & . \\ (r+1)^{n-1} & (r+2)^{n-1} & (r+3)^{n-1} & .. & (r+\mu)^{n-1} & 0 \\ (r+1)^n & (r+2)^n & (r+3)^n & .. & (r+\mu)^n & \pm 1 \\ (r+1)^{n+1} & (r+2)^{n+1} & (r+3)^{n+1} & .. & (r+\mu)^{n+1} & 0 \\ . & . & . & .. & . & . \\ . & . & . & .. & . & . \\ (r+1)^{\mu-1} & (r+2)^{\mu-1} & (r+3)^{\mu-1} & .. & (r+\mu)^{\mu-1} & 0 \\ (r+1)^\mu & (r+2)^\mu & (r+3)^\mu & .. & (r+\mu)^\mu & 0 \end{vmatrix},$$

hvilken sednare utvecklad efter sista kolumnen gifver under positiv form determinanten

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & .. & 1 \\ (r+1) & (r+2) & .. & (r+\mu) \\ . & . & .. & . \\ . & . & .. & . \\ (r+1)^{n-1} & (r+2)^{n-1} & .. & (r+\mu)^{n-1} \\ (r+1)^{n+1} & (r+2)^{n+1} & .. & (r+\mu)^{n+1} \\ . & . & .. & . \\ . & . & .. & . \\ (r+1)^{\mu-1} & (r+2)^{\mu-1} & .. & (r+u)^{\mu-1} \\ (r+1)^\mu & (r+2)^\mu & .. & (r+\mu)^\mu \end{vmatrix}.$$

Enligt expressionen på $\overset{\mu}{A}_{(p,r)}$ sidan (35) är föregående determinant lika med

$$1^{\mu-1}.2^{\mu-2}.3^{\mu-3}\ldots.(\mu-2)^2(\mu-1)\overset{\mu}{A}_{(\mu-n,r+1)}$$

eller

$$1^{\mu-1}.2^{\mu-2}.3^{\mu-3}\ldots.(\mu-2)^2(\mu-1)\,\mu_{(\mu-n,r+1)},$$

hvaraf följer, att equationen (78) är rigtig, emedan så väl dess venstra membrum, multipliceradt med

$$1^{\mu-1}.2^{\mu-2}\ldots.(\mu-2)^2(\mu-1),$$

som dess högra membrum, multipliceradt med samma quantitet, är lika med en och samma determinant (79).

Denna equation (78) anse vi förtjena särskild uppmärksamhet både för dess

vackra form och för den vigtiga relation mellan binomial- och fakultetskoefficienter, hvilken densamma uttrycker.

IV. Om den föregående af tvenne konsekutiva fakultetskoefficienter af samma ordning i en viss klass multipliceras med det tal, som är summan af ordningsnummern och klassen och dertill adderas den sednare, så är summan lika med den fakultetskoefficient, hvilkens ordningsnummer är en enhet högre än de gifnas och som har den sednares indices.

Denna egenskap uttryckes analytiskt genom equationen

$$(\mu+r)\,\mu_{(p,r)}+\mu_{(p+1,r)}=(\mu+1)_{(p+1,r)}. \tag{81}$$

Bevis. Vi veta, att

$$(x+r)(x+r+1)(x+r+2)\ldots(x+r+\mu-1)=\sum_{p=0}^{p=\mu}\mu_{(p,r)}x^{\mu-p} \tag{82}$$

och att

$$(x+r)(x+r+1)\ldots(x+r+\mu-1)(x+r+\mu)=\sum_{p=0}^{p=\mu+1}(\mu+1)_{(p,r)}x^{\mu-p+1}. \tag{83}$$

Tillsätta vi till equationen (82) faktorn

$$(x+r+\mu),$$

så följer, att

$$\sum_{p=0}^{p=\mu+1}(\mu+1)_{(p,r)}x^{\mu-p+1}=(x+r+\mu)\sum_{p=0}^{p=\mu}\mu_{(p,r)}x^{\mu-p}$$

samt att denna equation är identisk d. v. s. koefficienterna för lika digniter af x lika. Jemnföra vi då de termer i båda membra, hvilkas gemensamma exponent är

$$\mu-p,$$

finna vi

$$(\mu+1)_{(p+1,r)}=(\mu+r)\,\mu_{(p,r)}+\mu_{(p+1,r)}.\quad \text{H. S. B.}$$

V. Om den föregående af tvenne konsekutiva fakultetskoefficienter af samma ordning i en viss klass multipliceras med ett tal, som är en enhet lägre än klassens ordningsnummer och till denna produkt lägges den sednare, så är summan lika med den fakultetskoefficient, hvilkens ordningsnummer är en enhet högre än de förras och hvilkens första index är lika med den sednares första index och hvilkens andra index är en enhet mindre än de förras gemensamma andra index.

Vi hafva då att bevisa equationen

$$(r-1)\,\mu_{(p,r)}+\mu_{(p+1,r)}=(\mu+1)_{(p+1,r-1)}. \tag{84}$$

Bevis. Summan af de båda equationerna

$$(x+r)(x+r+1)\ldots.(x+r+\mu-1)=\sum_{p=0}^{p=\mu}\mu_{(p,r)}x^{\mu-p},$$

$$(x+r+1)(x+r+2)\ldots.(x+r+\mu)=\sum_{p=0}^{p=\mu}\mu_{(p,r+1)}x^{\mu-p}$$

kan skrifvas

$$(x+r+1)(x+r+2)\ldots.(x+r+\mu-1)(2x+2r+\mu)=\sum_{p=0}^{p=\mu}\mu_{(p,r)}x^{\mu-p}+\sum_{p=0}^{p=\mu}\mu_{(p,r+1)}x^{\mu-p};$$

men

$$(x+r+1)(x+r+2)\ldots.(x+r+\mu-1)(2x+2r+\mu)=(2x+2r+\mu)\sum_{p=0}^{p=\mu-1}(\mu-1)_{(p,r+1)}x^{\mu-p-1},$$

hvaraf

$$\sum_{p=0}^{p=\mu}\mu_{(p,r)}x^{\mu-p}+\sum_{p=0}^{p=\mu}\mu_{(p,r+1)}x^{\mu-p}=(2x+2r+\mu)\sum_{p=0}^{p=\mu-1}(\mu-1)_{(p,r+1)}x^{\mu-p-1}.$$

Jemnföra vi koefficienterna för lika digniteter af x å ömse sidor om likhetstecknet, erhålla vi

$$\mu_{(p,r)}+\mu_{(p,r+1)}=(2r+\mu)(\mu-1)_{(p-1,r+1)}+2(\mu-1)_{(p,r+1)}. \tag{85}$$

Skrifva vi i equationen (81) $(p-1)$ i stället för p, $(\mu-1)$ i stället för μ och $(r+1)$ i stället för r, finna vi

$$(\mu+r)(\mu-1)_{(p-1,r+1)}+(\mu-1)_{(p,r+1)}=\mu_{(p,r+1)}.$$

Substitueras detta sednare resultat i högra membrum af equationen (85), kan denna sednare skrifvas

$$\mu_{(p,r)}+\mu_{(p,r+1)}=r(\mu-1)_{(p-1,r+1)}+(\mu-1)_{(p,r+1)}+\mu_{(p,r+1)}$$

eller

$$\mu_{(p,r)}=r(\mu-1)_{(p-1,r+1)}+(\mu-1)_{(p,r+1)},$$

hvilken sednare tydligen är densamma som (84). Alltså equationen (84) sann.

VI. Differensen emellan fakultetskoefficienter i samma klass och samma kolumn.

Skrifva vi equationen (81) under formen

$$(\mu+1)_{(p+1,r)}-\mu_{(p+1,r)}=(\mu+r)\mu_{(p,r)} \tag{86}$$

samt i denna sednare successivt

$$(\mu+1),\ (\mu+2),\ (\mu+3),\ \ldots.\ (\mu+n-1)$$

i stället för μ, erhålla vi

$$(\mu+2)_{(p+1,r)}-(\mu+1)_{(p+1,r)}=(\mu+r+1)(\mu+1)_{(p,r)},$$
$$(\mu+3)_{(p+1,r)}-(\mu+2)_{(p+1,r)}=(\mu+r+2)(\mu+2)_{(p,r)},$$
$$(\mu+4)_{(p+1,r)}-(\mu+3)_{(p+1,r)}=(\mu+r+3)(\mu+3)_{(p,r)},$$
$$\vdots$$
$$(\mu+n)_{(p+1,r)}-(\mu+n-1)_{(p+1,r)}=(\mu+r+n-1)(\mu+n-1)_{(p,r)}.$$

Sammanlägga vi dessa equationer äfvensom den första, finna vi

$$(87)\qquad (\mu+n)_{(p+1,r)}-\mu_{(p+1,r)}=\sum_{s=0}^{s=n-1}(\mu+r+s)(\mu+s)_{(p,r)}.$$

Antaga vi

$$p+1=\mu+t$$

samt

$$t>0,$$

öfvergår (87) till

$$(88)\qquad (\mu+n)_{(\mu+t,r)}=\sum_{s=0}^{s=n-1}(\mu+r+s)(\mu+s)_{(\mu+t-1,r)},$$

emedan

$$\mu_{(\mu+t,r)}=0.$$

VII. Fakultetskoefficienter tillhörande samma klass och samma kolumn, kombinerade med binomialkoefficienter af en viss ordning, tagna med alternerande teeken.

Utgå vi ånyo från equationen (86) samt i densamma skrifva $(\mu+1)$ i stället för μ, och taga equationen (86) med ombytta tecken, d. v. s. bilda de båda equationerna

$$-(\mu+1)_{(p+1,r)}+\mu_{(p+1,r)}=-(\mu+r)\mu_{(p,r)}$$

$$(\mu+2)_{(p+1,r)}-(\mu+1)_{(p+1,r)}=(\mu+r+1)(\mu+1)_{(p,r)},$$

finna vi genom addition

$$(89)\quad (\mu+2)_{(p+1,r)}-2(\mu+1)_{(p+1,r)}+\mu_{(p+1,r)}=(\mu+r+1)(\mu+1)_{(p,r)}-(\mu+r)\mu_{(p,r)}.$$

Införa vi vidare i equationen (89) $(\mu+1)$ i stället för μ, uppkommer equationen

$$(\mu+3)_{(p+1,r)}-2(\mu+2)_{(p+1,r)}+(\mu+1)_{(p+1,r)}=(\mu+r+2)(\mu+2)_{(p,r)}-(\mu+r+1)(\mu+1)_{(p,r)}.$$

Subtraheras equationen (89) från denna sednare, erhålla vi

$$(90)\qquad \begin{aligned}&(\mu+3)_{(p+1,r)}-3(\mu+2)_{(p+1,r)}+3(\mu+1)_{(p+1,r)}-\mu_{(p+1),r}=\\ &=(\mu+r+2)(\mu+2)_{(p,r)}-2(\mu+r+1)(\mu+1)_{(p,r)}+(\mu+r)\mu_{(p,r)}.\end{aligned}$$

Genom att sluta från n till $(n+1)$ kan lätt bevisas formeln

$$(91)\quad \left\{\begin{aligned}&n_0(\mu+n)_{(p+1,r)}-n_1(\mu+n-1)_{(p+1,r)}+n_2(\mu+n-2)_{(p+1,r)}-\ldots\pm n_n\mu_{(p+1,r)}=\\ &=(n-1)_0(\mu+r+n-1)(\mu+n-1)_{(p,r)}-(n-1)_1(\mu+r+n-2)(\mu+n-2)_{(p,r)}+\\ &+\ldots\mp(n-1)_{n-1}(\mu+r)\mu_{(p,r)}.\end{aligned}\right.$$

Föregående equation är identisk med equationen

$$\begin{vmatrix}(\mu+n)_{(p+1,r)} & 1 & m_1 & m_2 & \ldots & m_{n-1}\\ (\mu+n-1)_{(p+1,r)} & 1 & (m+1)_1 & (m+1)_2 & \ldots & (m+1)_{n-1}\\ (\mu+n-2)_{(p+1,r)} & 1 & (m+2)_1 & (m+2)_2 & \ldots & (m+2)_{n-1}\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \ldots & \cdot\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \ldots & \cdot\\ (\mu+2)_{(p+1,r)} & 1 & (m+n-2)_1 & (m+n-2)_2 & \ldots & (m+n-2)_{n-1}\\ (\mu+1)_{(p+1,r)} & 1 & (m+n-1)_1 & (m+n-1)_2 & \ldots & (m+n-1)_{n-1}\\ \mu_{(p+1,r)} & 1 & (m+n)_1 & (m+n)_2 & \ldots & (m+n)_{n-1}\end{vmatrix}=$$

$$
= \begin{vmatrix}
(\mu+r+n-1)(\mu+n-1)_{(p,r)} & 1 & m_1 & m_2 & \cdots & m_{n-2} \\
(\mu+r+n-2)(\mu+n-2)_{(p,r)} & 1 & (m+1)_1 & (m+1)_2 & \cdots & (m+1)_{n-2} \\
(\mu+r+n-3)(\mu+n-3)_{(p,r)} & 1 & (m+2)_1 & (m+2)_2 & \cdots & (m+2)_{n-2} \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\
(\mu+r+2)(\mu+2)_{(p,r)} & 1 & (m+n-3)_1 & (m+n-3)_2 & \cdots & (m+n-3)_{n-2} \\
(\mu+r+1)(\mu+1)_{(p,r)} & 1 & (m+n-2)_1 & (m+n-2)_2 & \cdots & (m+n-2)_{n-2} \\
(\mu+r)\mu_{(p,r)} & 1 & (m+n-1)_1 & (m+n-1)_2 & \cdots & (m+n-1)_{n-2}
\end{vmatrix}.
$$

Teckna vi med $\Delta_{n,p+1}$ determinanten i venstra membrum af föregående equation, så kan determinanten i högra membrum upplösas i två termer, af hvilka den ena är

$$(\mu+r)\,\Delta_{n-1,p}\,,$$

och vi erhålla eqnationen

$$
(92)\quad \Delta_{n,p+1}-(\mu+r)\Delta_{n-1,p} = \begin{vmatrix}
(n-1)(\mu+n-1)_{(p,r)} & 1 & m_1 & \cdots & m_{n-2} \\
(n-2)(\mu+n-2)_{(p,r)} & 1 & (m+1)_1 & \cdots & (m+1)_{n-2} \\
(n-3)(\mu+n-3)_{(p,r)} & 1 & (m+2)_1 & \cdots & (m+2)_{n-2} \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\
2(\mu+2)_{(p,r)} & 1 & (m+n-3)_1 & \cdots & (m+n-3)_{n-2} \\
(\mu+1)_{(p,r)} & 1 & (m+n-2)_1 & \cdots & (m+n-2)_{n-2} \\
0 & 1 & (m+n-1)_1 & \cdots & (m+n-1)_{n-2}
\end{vmatrix}.
$$

Antaga vi, att i formeln (91)

$$p=\mu+n-1,$$

så öfvergår densamma till

$$(\mu+n)_{(\mu+n,r)}=(\mu+n+r-1)(\mu+n-1)_{(\mu+n-1,r)}.$$

Skrifva vi vidare

$$\mu \text{ i stället för } (\mu+n-1),$$

finna vi

$$(93)\qquad (\mu+1)_{(\mu+1,r)}=(\mu+r)\,\mu_{(\mu,r)},$$

hvilken equation gifver relationen emellan de yttersta fakultetskoefficienterna af konsekutiv ordning inom en klass hvilken som helst. Samma relation kan erhållas ur equationen (81), om man der antager

$$\mu=p.$$

VIII. Fakultetskoefficienter tillhörande samma ordning och samma kolumn samt konsekutiva klasser, kombinerade med binomialkoefficienter af en viss ordning hvilken som helst, tagna med alternerande tecken.

Skrifva vi equationen (85) under formen

$$(94)\qquad \mu_{(p,r)}+\mu_{(p,r+1)}=2[r(\mu-1)_{(p-1,r+1)}+(\mu-1)_{(p,r+1)}]+\mu(\mu-1)_{(p-1,r+1)}$$

samt i equationen (84) substituera

$(r+1)$ i stället för r,

$(\mu-1)$ i stället för μ,

$(p-1)$ i stället för p,

i följe hvaraf (84) öfvergår till

$$r(\mu-1)_{(p-1,r+1)}+(\mu-1)_{(p,r+1)}=\mu_{(p,r)},$$

så uppkommer, sedan värdet af venstra membrum af föregående equation blifvit införd i stället för parenthesen i (94), equationen

$$\mu_{(p,r)}+\mu_{(p,r+1)}=2\mu_{(p,r)}+\mu(\mu-1)_{(p-1,r+1)}$$

eller

$$(95)\qquad \mu_{(p,r+1)}-\mu_{(p,r)}=\mu(\mu-1)_{(p-1,r+1)}.$$

Substituera vi

$(r+1)$ i stället för r

i equationen (95), erhålla vi

$$(96)\qquad \mu_{(p,r+2)}-\mu_{(p,r+1)}=\mu(\mu-1)_{(p-1,r+2)}.$$

Subtraheras (95) från (96), uppkommer

$$\mu_{(p,r+2)}-2\mu_{(p,r+1)}+\mu_{(p,r)}=\mu[(\mu-1)_{(p-1,r+2)}-(\mu-1)_{(p-1,r+1)}]$$

eller

$$(97)\qquad \mu_{(p,r+2)}-2\mu_{(p,r+1)}+\mu_{(p,r)}=\mu(\mu-1)(\mu-2)_{(p-2,r+2)}.$$

Substituera vi

$(r+1)$ i stället för r

i equationen (97), erhålla vi

$$(98)\qquad \mu_{(p,r+3)}-2\mu_{(p,r+2)}+\mu_{(p,r+1)}=\mu(\mu-1)(\mu-2)_{(p-2,r+3)}.$$

Subtraheras (97) från (98), uppkommer

$$\mu_{(p,r+3)}-3\mu_{(p,r+2)}+3\mu_{(p,r+1)}-\mu_{(p,r)}=\mu(\mu-1)[(\mu-2)_{(p-2,r+3)}-(\mu-2)_{(p-2,r+2)}]$$

eller

$$\mu_{(p,r+3)}-3\mu_{(p,r+2)}+3\mu_{(p,r+1)}-\mu_{(p,r)}=\mu(\mu-1)(\mu-2)(\mu-3)_{(p-3,r+3)}.$$

Genom att sluta från n till $(n+1)$ kan lätt bevisas den anmärkningsvärda formeln

$$(99)\qquad \begin{cases} n_0\mu_{(p,r+n)}-n_1\mu_{(p,r+n-1)}+n_2\mu_{(p,r+n-2)}-\ldots\pm n_{n-1}\mu_{(p,r+1)}\mp n_n\mu_{(p,r)}= \\ =\mu(\mu-1)(\mu-2)\ldots(\mu-n+2)(\mu-n+1)(\mu-n)_{(p-n,r+n)}. \end{cases}$$

Antaga vi här

$$p=n,$$

i följe hvaraf

$$(\mu - n)_{(p-n, r+n)} = 1,$$

finna vi

$$(100) \quad n_0 \mu_{(n, r+n)} - n_1 \mu_{(n, r+n-1)} + n_2 \mu_{(n, r+n-2)} - \text{etc.} = \mu(\mu-1)(\mu-2)\ldots.(\mu-n+1).$$

Antaga vi vidare

$$n = p + \beta,$$

der

$$\beta > 0,$$

i följe hvaraf

$$(\mu - n)_{(-\beta, r+n)} = 0,$$

erhålla vi

$$(101) \quad (p+\beta)_0 \mu_{(p, p+r+\beta)} - (p+\beta)_1 \mu_{(p, p+r+\beta-1)} + (p+\beta)_2 \mu_{(p, p+r+\beta-2)} - \text{etc.} = 0.$$

I händelse att

$$\mu = p + \beta, \; r = 0$$

kan (101) skrifvas

$$\mu_0 \mu_{(p,\mu)} - \mu_1 \mu_{(p,\mu-1)} + \mu_2 \mu_{(p,\mu-2)} - \ldots. \pm \mu_{\mu-1} \mu_{(p,1)} \mp \mu_\mu \mu_{(p,0)} = 0.$$

Men

$$\mu_{p,0} = (\mu - 1)_{p,1},$$

hvaraf

$$\mu_0 \mu_{(p,\mu)} - \mu_1 \mu_{(p,\mu-1)} + \mu_2 \mu_{(p,\mu-2)} - \ldots. \pm \mu_{\mu-1} \mu_{p,1} = \pm (\mu - 1)_{p,1}.$$

Equationen (99) lärer, att determinanten

$$\begin{vmatrix} m_0 & m_1 & m_2 & \ldots & m_{n-1} & \mu_{(p,r)} \\ (m+1)_0 & (m+1)_1 & (m+1)_2 & \ldots & (m+1)_{n-1} & \mu_{(p,r+1)} \\ (m+2)_0 & (m+2)_1 & (m+2)_2 & \ldots & (m+2)_{n-1} & \mu_{(p,r+2)} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \ldots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \ldots & \cdot & \cdot \\ (m+n-2)_0 & (m+n-2)_1 & (m+n-2)_2 & \ldots & (m+n-2)_{n-1} & \mu_{(p,r+n-2)} \\ (m+n-1)_0 & (m+n-1)_1 & (m+n-1)_2 & \ldots & (m+n-1)_{n-1} & \mu_{(p,r+n-1)} \\ (m+n)_0 & (m+n)_1 & (m+n)_2 & \ldots & (m+n)_{n-1} & \mu_{(p,r+n)} \end{vmatrix}$$

är lika med produkten af de båda determinanterna

$$\frac{1}{1^{n-1} \cdot 2^{n-2} \ldots. (n-2)^2 (n-1)} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \ldots & (n-1) & \mu \\ 1 & 2^2 & 3^2 & \ldots & (n-1)^2 & \mu^2 \\ 1 & 2^3 & 3^3 & \ldots & (n-1)^3 & \mu^3 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \ldots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \ldots & \cdot & \cdot \\ 1 & 2^{n-2} & 3^{n-2} & \ldots & (n-1)^{n-2} & \mu^{n-2} \\ 1 & 2^{n-1} & 3^{n-1} & \ldots & (n-1)^{n-1} & \mu^{n-1} \\ 1 & 2^n & 3^n & \ldots & (n-1)^n & \mu^n \end{vmatrix}$$

och

$$\frac{1}{1^{p-n}.2^{p-n}\ldots(\mu-p)^{p-n}(\mu-p-1)^{p-n-1}\ldots(\mu-n-2)^2(\mu-n-1)}\times$$

$$\times\begin{vmatrix}(\mu-p+1)_{\mu-p,r+n} & (\mu-p+1)_{\mu-p+1,r+n} & \cdot\cdot\\(\mu-p+2)_{\mu-p,r+n} & (\mu-p+2)_{\mu-p+1,r+n} & \cdot\cdot\\(\mu-p+3)_{\mu-p,r+n} & (\mu-p+3)_{\mu-p+1,r+n} & \cdot\cdot\\ \cdot & \cdot & \cdot\cdot\\ \cdot & \cdot & \cdot\cdot\\(\mu-n-1)_{\mu-p,r+n} & (\mu-n-1)_{\mu-p+1,r+n} & \cdot\cdot\\(\mu-n)_{\mu-p,r+n} & (\mu-n)_{\mu-p+1,r+n} & \cdot\cdot\end{vmatrix}.$$

Kombinera vi equationen (99) med (100), finna vi

$$(102)\qquad \frac{\begin{vmatrix}m_0 & m_1 & \cdot\cdot & m_{n-1} & \mu_{(p,r)}\\(m+1)_0 & (m+1)_1 & \cdot\cdot & (m+1)_{n-1} & \mu_{(p,r+1)}\\(m+2)_0 & (m+2)_1 & \cdot\cdot & (m+2)_{n-1} & \mu_{(p,r+2)}\\ \cdot & \cdot & \cdot\cdot & \cdot & \cdot\\ \cdot & \cdot & \cdot\cdot & \cdot & \cdot\\(m+n-2)_0 & (m+n-2)_1 & \cdot\cdot & (m+n-2)_{n-1} & \mu_{(p,r+n-2)}\\(m+n-1)_0 & (m+n-1)_1 & \cdot\cdot & (m+n-1)_{n-1} & \mu_{(p,r+n-1)}\\(m+n)_0 & (m+n)_1 & \cdot\cdot & (m+n)_{n-1} & \mu_{(p,r+n)}\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}m_0 & m_1 & \cdot\cdot & m_{n-1} & \mu_{(n,r)}\\(m+1)_0 & (m+1)_1 & \cdot\cdot & (m+1)_{n-1} & \mu_{(n,r+1)}\\(m+2)_0 & (m+2)_1 & \cdot\cdot & (m+2)_{n-1} & \mu_{(n,r+2)}\\ \cdot & \cdot & \cdot\cdot & \cdot & \cdot\\ \cdot & \cdot & \cdot\cdot & \cdot & \cdot\\(m+n-2)_0 & (m+n-2)_1 & \cdot\cdot & (m+n-2)_{n-1} & \mu_{(n,r+n-2)}\\(m+n-1)_0 & (m+n-1)_1 & \cdot\cdot & (m+n-1)_{n-1} & \mu_{(n,r+n-1)}\\(m+n)_0 & (m+n)_1 & \cdot\cdot & (m+n)_{n-1} & \mu_{(n,r+n)}\end{vmatrix}} = (\mu-n)_{(p-n,r+n)}.$$

IX. Generalisering af formeln (84).

Vi börja med att skrifva equationen (84) under formen

$$(103)\qquad (r-1)\mu_{(p-1,r)}+\mu_{(p,r)}=(\mu+1)_{(p,r-1)}.$$

Derefter substituera vi i denna equation $(p-1)$ i stället för p samt multiplicera den nya equationen med $(r-2)$, hvaraf vi erhålla

$$(104)\qquad (r-1)(r-2)\mu_{(p-2,r)}+(r-2)\mu_{(p-1,r)}=(r-2)(\mu+1)_{(p-1,r-1)}.$$

Vidare addera vi equationerna (103) och (104) membrum för membrum, hvaraf uppkommer

$$(105)\quad (r-1)(r-2)\mu_{(p-2,r)}+(2r-3)\mu_{(p-1,r)}+\mu_{(p,r)}=(r-2)(\mu+1)_{(p-1,r-1)}+(\mu+1)_{(p,r-1)}.$$

Om i equationen (103) substitueras

$(r-1)$ i stället för r,

$(\mu+1)$ i stället för μ,

uppkommer

$$(r-2)(\mu+1)_{(p-1,r-1)}+(\mu+1)_{(p,r-1)}=(\mu+2)_{(p,r-2)};$$

häraf följer, att (105) kan skrifvas

$$(106)\qquad (r-1)(r-2)\mu_{(p-2,r)}+(2r-3)\mu_{(p-1,r)}+\mu_{(p,r)}=(\mu+2)_{(p,r-2)}.$$

Skrifva vi sedan $(p-1)$ i stället för p i (106) samt multiplicera den nya equationen med $(r-3)$, finna vi

$$(107)\quad (r-1)(r-2)(r-3)\mu_{(p-3,r)}+(2r-3)(r-3)\mu_{(p-2,r)}+(r-3)\mu_{(p-1,r)}=(r-3)(\mu+2)_{(p-1,r-2)}.$$

Bilda vi derefter summan af equationerna (106) och (107), erhålla vi

$$(r-1)(r-2)(r-3)\mu_{(p-3,r)}+(3r^2-12r+11)\mu_{(p-2,r)}+(3r-6)\mu_{(p-1,r)}+\mu_{(p,r)}=$$
$$=(r-3)(\mu+2)_{(p-1,r-2)}+(\mu+2)_{(p,r-2)}.$$

Denna sednare equation kan lätt skrifvas

$$(108)\quad (r-1)(r-2)(r-3)\mu_{(p-3,r)}+\frac{d\{(r-1)(r-2)(r-3)\}}{dr}\mu_{(p-2,r)}+$$
$$+\frac{d^2\{r-1)(r-2)(r-3)\}}{2\,dr^2}\mu_{(p-1,r)}+\mu_{p,r}=(\mu+3)_{(p,r-3)}.$$

Teckna vi kortligen

$$(109)\qquad f(r,n)=(r-1)(r-2)(r-3)\ldots.(r-n),$$

så skola vi bevisa den allmänna formeln

$$(110)\quad f(r,n)\mu_{(p-n,r)}+\frac{1}{1}\frac{df(r,n)}{dr}\mu_{(p-n+1,r)}+\frac{1}{1.2}\frac{d^2f(r,n)}{dr^2}\mu_{(p-n+2,r)}+$$
$$+\frac{1}{1.2.3}\frac{d^3f(r,n)}{dr^3}\mu_{(p-n+3,r)}+\text{ etc. }=(\mu+n)_{(p,r-n)}.$$

För att bevisa detta substituera vi i föregående formel $p-1$ i stället för p, hvaraf

$$(111)\qquad f(r,n)\mu_{(p-n-1,r)}+\frac{1}{1}\frac{df(r,n)}{dr}\mu_{(p-n,r)}+\frac{1}{1.2}\frac{d^2f(r,n)}{dr^2}\mu_{(p-n+1,r)}+$$
$$+\frac{1}{1.2.3}\frac{d^3f(r,n)}{dr^3}\mu_{(p-n+2,r)}+\text{etc.}=(\mu+n)_{(p-1,r-n)}$$

samt addera equationerna (110) och (111) membrum för membrum efter att hafva multiplicerat (111) med faktorn $(r-n-1)$, då vi erhålla

$$(112)\quad \left\{f(r,n+1)\mu_{(p-n-1,r)}+\left\{f(r,n)+(r-n-1)\frac{df(r,n)}{dr}\right\}\mu_{(p-n,r)}+\right.$$

$$+\left\{\frac{df(r,n)}{dr}+(r-n-1)\frac{d^2f(r,n)}{1.2dr^2}\right\}\mu_{(p-n+1,r)}+\left\{\frac{d^2f(r,n)}{1.2dr^2}+(r+n-1)\frac{d^3f(r,n)}{1.2.3dr^3}\right\}\mu_{(p-n+2,r)}+\text{etc.}=$$

$$=(r-n-1)(\mu+n)_{(p-1,r-n)}+(\mu+n)_{(p,r-n)}.$$

Erinra vi oss, att

$$f(r,n+1)=(r-1)(r-2)\dots(r-n)(r-n-1),$$

$$\frac{df(r,n+1)}{dr}=(f(r,n)+(r-n-1)\frac{df(r,n)}{dr},$$

$$\frac{d^2f(r,n+1)}{dr^2}=2\frac{df(r,n)}{dr}+(r-n-1)\frac{d^2f(r,n)}{dr^2},$$

$$\frac{d^3f(r,n+1)}{dr^3}=3\frac{d^3f(r,n)}{dr^3}+(r-n-1)\frac{d^3f(r,n)}{dr^3},\ \text{etc.}$$

äfvensom att

$$(r-n-1)(\mu+n)_{(p-1,r-n)}+(\mu+n)_{(p,r-n)}=(\mu+n+1)_{(p,r-n-1)},$$

så kan equationen (112) skrifvas

$$(113)\quad f(r,n+1)\mu_{(p-n-1,r)}+\frac{1}{1}\frac{df(r,n+1)}{dr}\mu_{(p-n,r)}+\frac{1}{1.2}\frac{d^2f(r,n+1)}{dr^2}\mu_{(p-n+1,r)}+$$

$$+\frac{1}{1.2.3}\frac{d^3f(r,n+1)}{dr^3}\mu_{(p-n+2,r)}+\text{etc.}=(\mu+n+1)_{(p,r-n-1)}.$$

Antaga vi alltså equationen (110) rigtig för ett visst värde på n, så följer ur formeln (113) att (110) äfven är rigtig, om man i stället för n skrifver $(n+1)$. Nu är (110) rigtig för

$$n=1,\ n=2,\ n=3,$$

och alltså rigtig för alla värden på n, hvad r och μ vara må.

Genom att substituera $(r+k)$ i stället för r i formeln (110) finna vi, att fakulteten $f(r,n)$ kan vara af en klass hvilken som helst och behöfver ej nödvändigt vara af formen (109). Vidare erinra vi, att formeln (110) förblir rigtig äfven för

$$r=1,$$
$$r=2,$$
$$r=3,\ \text{etc.}$$

äfvensom att

$$\frac{d^mf(r,n)}{dr^m}\gtrless 0.$$

för värden på r, hvilka göra

$$f(r,n)=0.$$

X. Generalisering af formeln (78).

Determinanten

$$(114)\quad \begin{vmatrix} 1 & 1 & .. & 1 & 0 \\ r & (r+1) & .. & (r+\mu-1) & 0 \\ r^2 & (r+1)^2 & .. & (r+\mu-1)^2 & 0 \\ . & . & .. & . & . \\ . & . & .. & . & . \\ r^{n-1} & (r+1)^{n-1} & .. & (r+\mu-1)^{n-1} & 0 \\ r^n & (r+1)^n & .. & (r+\mu-1)^n & \pm m_m \\ r^{n+1} & (r+1)^{n+1} & .. & (r+\mu-1)^{n+1} & \mp(m+1)_m \\ r^{n+2} & (r+1)^{n+2} & .. & (r+\mu-1)^{n+2} & \pm(m+2)_m \\ . & . & .. & . & . \\ . & . & .. & . & . \\ r^{\mu-1} & (r+1)^{\mu-1} & .. & (r+\mu-1)^{\mu-1} & -(m+\mu-n-1)_m \\ r^{\mu} & (r+1)^{\mu} & .. & (r+\mu-1)^{\mu} & (m+\mu-n)_m \end{vmatrix}$$

gifver, om den utvecklas efter sista kolumnen, till resultat produkten af expressionen

$$(m+\mu-n)_m\,\mu_{(0,r)}+(m+\mu-n-1)_m\,\mu_{(1,r)}+(m+\mu-n-2)_m\,\mu_{(2,r)}+\ldots+m_m\,\mu_{(\mu-n,r)}$$

och expressionen

$$1^{\mu-1}.2^{\mu-2}.3^{\mu-3}\ldots(\mu-2)^2(\mu-1).$$

Transformera vi determinanten (114) efter den method, vi användt för att från (79) härleda (80), erhålla vi determinanten

$$(115)\quad \begin{vmatrix} 1 & 1 & .. & 1 & 0 \\ (r+1) & (r+2) & .. & (r+\mu) & 0 \\ (r+1)^2 & (r+2)^2 & .. & (r+\mu)^2 & 0 \\ . & . & .. & . & . \\ . & . & .. & . & . \\ (r+1)^{n-1} & (r+2)^{n-1} & .. & (r+\mu)^{n-1} & 0 \\ (r+1)^n & (r+2)^n & .. & (r+\mu)^n & \pm(m-n)_0 \\ (r+1)^{n+1} & (r+2)^{n+1} & .. & (r+\mu)^{n+1} & \mp(m-n)_1 \\ (r+1)^{n+2} & (r+2)^{n+2} & .. & (r+\mu)^{n+2} & \pm(m-n)_2 \\ . & . & .. & . & . \\ . & . & .. & . & . \\ (r+1)^{\mu-1} & (r+2)^{\mu-1} & .. & (r+\mu)^{\mu-1} & -(m-n)_{\mu-n-1} \\ (r+1)^{\mu} & (r+2)^{\mu} & .. & (r+\mu)^{\mu} & (m-n)_{\mu-n} \end{vmatrix},$$

hvilken utvecklad efter sista kolumnen gifver till resultat produkten af expressionen

$$(m-n)_{\mu-n}\mu_{(0,r+1)}+(m-n)_{\mu-n-1}\,\mu_{(1,r+1)}+(m-n)_{\mu-n-2}\,\mu_{(2,r+1)}+\ldots+(m-n)_0\,\mu_{(\mu-n,r+1)}$$

och expressionen

$$1^{\mu-1}.2^{\mu-2}.3^{\mu-3}\ldots(\mu-2)^2(\mu-1)$$

Efter lika faktorers borttagande erhålles omedelbart

$$(116)\quad (m+\mu-n)_m\,\mu_{(0,r)}+(m+\mu-n-1)_m\,\mu_{(1,r)}+\ldots+m_m\,\mu_{(\mu-n,r)}=$$
$$=(m-n)_{\mu-n}\mu_{(0,r+1)}+(m-n)_{\mu-n-1}\,\mu_{(1,r+1)}+\ldots+(m-n)_0\,\mu_{(\mu-n,r+1)}$$

eller

$$(117)\quad (m-n+\mu)_{\mu-n}\mu_{(0,r)}+(m-n+\mu-1)_{\mu-n-1}\mu_{(1,r)}+\ldots+m_0\,\mu_{(\mu-n,r)}=$$
$$=(m-n)_{\mu-n}\mu_{(0,r+1)}+(m-n)_{(\mu-n-1)}\mu_{(1,r+1)}+\ldots+(m-n)_0\,\mu_{(\mu-n,r+1)}.$$

För

$$m=n$$

sammanfalla dessa formler med (78).

För

$$m=n+1$$

finna vi

$$(\mu+1)_m\mu_{(0,r)}+\mu_m\mu_{(1,r)}+(\mu-1)_m\mu_{(2,r)}+\ldots+m_m\,\mu_{(\mu-m+1,r)}=\mu_{(\mu-m,r+1)}+\mu_{(\mu-m+1,r+1)}.$$

För

$$m=n+2$$

$$(\mu+2)_m\,\mu_{(0,r)}+(\mu+1)_m\,\mu_{(1,r)}+\mu_m\,\mu_{(2,r)}+\ldots+m_m\,\mu_{(\mu-m+2,r)}=$$
$$=\mu_{(\mu-m,r+1)}+2\,\mu_{(\mu-m+1,r+1)}+\mu_{(\mu-m+2,r+1)}.$$

Vi upprepa här, hvad vi redan vid formeln (78) yttrat, att vi anse dessa formler förtjena synnerlig uppmärksamhet för det märkvärdiga samband mellan binomialkoefficienter och fakultetskoefficienter, hvilket de uttrycka.

XI. Åtskilliga expressioner för $\mu_{(p,r)}$.

Om vi i formeln (81) flytta det högra membrum till venster samt det venstra till höger och på samma gång skrifva $(\mu-1)$ i stället för μ och $(p-1)$ i stället för p, finna vi

$$\mu_{(p,r)}=(\mu-1)_{(p.r)}+(\mu+r-1)\,(\mu-1)_{(p-1,r)}.$$

Häraf hafva vi

$$(\mu-1)_{(p-1,r)}=(\mu-2)_{(p-1,r)}+(\mu+r-2)\,(\mu-2)_{(p-2,r)}.$$

Införa vi detta uttryck på $(\mu-1)_{(p-1,r)}$ i högra membrum af (81). skrifven under denna sednare form, erhålla vi equationen

$$\mu_{(p,r)}=(\mu-1)_{(p,r)}+(\mu+r-1)\,(\mu-2)_{(p-1,r)}+(\mu+r-1)\,(\mu+r-2)\,(\mu-2)_{(p-2,r)}.$$

Införa vi vidare i den sednaste equationen värdet af

$$(\mu-2)_{(p-2,r)},$$

bestämdt genom formeln

$$(\mu-2)_{(p-2,r)}=(\mu-3)_{(p-2,r)}+(\mu+r-3)\,(\mu-3)_{(p-3,r)},$$

öfvergår den ifrågavarande equationen till

$$\mu_{(p,r)}=(\mu-1)_{(p,r)}+(\mu+r-1)\,(\mu-2)_{(p-1,r)}+(\mu+r-1)\,(\mu+r-2)\,(\mu-3)_{(p-2,r)}+$$
$$+\,(\mu+r-1)\,(\mu+r-2)\,(\mu+r-3)\,(\mu-3)_{(p-3,r)}.$$

Genom att sluta från n till $(n+1)$ kan lätt bevisas sanningen af formeln

$$(118)\qquad \mu_{(p,r)}=\sum_{n=0}^{n=p}(\mu+r-1)(\mu+r-2)\ldots(\mu+r-n)(\mu-n-1)_{(p-n,r)},$$

hvarvid bör iakttagas att produkten

$$(\mu+r-1)(\mu+r-2)\ldots.(\mu+r-n)$$

sättes lika med 1 för

$$n=0.$$

För att finna ett andra uttryck för $\mu_{(p,r)}$ utgå vi från equationen (84) efter att hafva flyttat det högra membrum till venster och det venstra till höger samt skrifvit

μ i stället för $(\mu+1)$,
p i stället för $(p+1)$,
r i stället för $(r-1)$

d. v. s. skrifvit densamma under formen

$$\mu_{(p,r)}=(\mu-1)_{(p,r+1)}+r(\mu-1)_{(p-1,r+1)}.$$

Om vi i denna sednare substituera valören af

$$(\mu-1)_{(p-1,r+1)},$$

bestämd genom denna formel, erhålla vi

$$\mu_{(p,r)}=(\mu-1)_{(p,r+1)}+r(\mu-2)_{(p-1,r+2)}+r(r+1)\,(\mu-2)_{(p-2,r+2)}.$$

På samma sätt

$$\mu_{(p,r)}=(\mu-1)_{(p,r+1)}+r(\mu-2)_{(p-1,r+2)}+r(r+1)(\mu-3)_{(p-2,r+3)}+r(r+1)(r+2)(\mu-3)_{(p-3,r+3)}.$$

Genom att sluta från n till $(n+1)$ finna vi

$$(119)\qquad \mu_{(p,r)}=(\mu-1)_{(p,r+1)}+r(\mu-2)_{(p-1,r+2)}+r(r+1)\,(\mu-3)_{(p-2,r+3)}+$$
$$+\,r(r+1)\,(r+2)\,(\mu-4)_{(p-3,r+4)}+\text{ etc.}$$

Sista termen i högra membrum blifver

$$r(r+1)\,(r+2)\ldots.(r+p-1)\,(\mu-p-1)_{0,r+p+1)}.$$

För att finna ett tredje uttryck för $\mu_{(p,r)}$ erinra vi oss, att

$$(x+r)\,(x+r+1)\,(x+r+2)\ldots.(x+r+\mu-1)=\sum_{p=0}^{p=\mu}\mu_{(p,r)}\,x^{\mu-p}.$$

Tänka vi oss fakulteten i venstra membrum af föregående equation upplöst i tvenne fakulteter, af hvilka den första innehåller n faktorer, den andra $(\mu - n)$ sådana, d. v. s. tänka vi oss detta membrum skrifvet under formen

$$[(x+r)(x+r+1)\ldots(x+r+n-1)].[(x+r+n)(x+r+n+1)\ldots(x+r+\mu-1)],$$

så kan föregående equation skrifvas

$$\sum_{p=0}^{p=n} n_{(p,r)} x^{n-p} . \sum_{p=0}^{p=\mu-n} (\mu-n)_{(p,r+n)} x^{\mu-n-p} = \sum_{p=0}^{p=\mu} \mu_{(p,r)} x^{\mu-p}$$

Jemnföra vi koefficienterna för lika digniteter af x i föregående equation, erhålla vi

$$(120) \quad \mu_{(p,r)} = n_{(0,r)} (\mu-n)_{(p,r+n)} + n_{(1,r)} (\mu-n)_{(p-1,r+n)} + n_{(2,r)} (\mu-n)_{(p-2,r+n)} + \\ + \ldots + n_{(n,r)} (\mu-n)_{(p-n,r+n)}.$$

Ett fjerde uttryck för $\mu_{(p,r)}$, finna vi med tillhjelp af equationen (120) på följande sätt. I högra membrum af denna equation insätta vi för hvarje särskild term tvenne nya termer enligt formeln

$$(\mu-n)_{(s,r+n)} = (\mu-n-1)_{(s,r+n+1)} + (r+n)(\mu-n-1)_{(s-1,r+n+1)},$$

hvaraf uppkommer equationen

$$\mu_{(p,r)} = n_{(0,r)} (\mu-n-1)_{(p,r+n+1)} + \left.\begin{matrix} n_{(1,r)} \\ +(r+n)\, n_{(0,r)} \end{matrix}\right| (\mu-n-1)_{(p-1,r+n+1)} +$$

$$+ \left.\begin{matrix} n_{(2,r)} \\ +(r+n)\, n_{(1,r)} \end{matrix}\right| (\mu-n-1)_{(p-2,r+n+1)} + \left.\begin{matrix} n_{(3,r)} \\ +(r+n)\, n_{(2,r)} \end{matrix}\right| (\mu-n-1)_{(p-3,r+n+1)} + \text{ etc.}$$

Enligt equationen (81) är nu

$$(n+r) n_{(0,r)} + n_{(1,r)} = (n+1)_{(1,r)},$$
$$(n+r) n_{(1,r)} + n_{(2,r)} = (n+1)_{(2,r)},$$
$$(n+r) n_{(2,r)} + n_{(3,r)} = (n+1)_{(3,r)} \quad \text{o. s. v.,}$$

hvaraf

$$\mu_{(p,r)} = n_{(0,r)}(\mu-n-1)_{(p,r+n+1)} + (n+1)_{(1,r)}(\mu-n-1)_{(p-1,r+n+1)} + (n+1)_{(2,r)}(\mu-n-1)_{(p-2,r+n+1)} + \\ + (n+1)_{(3,r)} (\mu-n-1)_{(p-3,r+n+1)} + \text{ etc.}$$

Om vi i alla termer från och med den andra i högra membrum af denna equation substituera för fakultetskoefficienterna af ordningen

$$(\mu - n - 1)$$

binomer, bestämda enligt nyss anförda formel, kan ifrågavarande equation skrifvas

$$\mu_{(p,r)} = n_{(0,r)} (\mu-n-1)_{(p,r+n+1)} + (n+1)_{(1,r)} (\mu-n-2)_{(p-1,r+n+2)} +$$

$$+ \left.\begin{matrix} (n+1)_{(2,r)} \\ +(r+n+1)(n+1)_{(1,r)} \end{matrix}\right| (\mu-n-2)_{(p-2,r+n+2)} + \left.\begin{matrix} (n+1)_{(3,r)} \\ +(r+n+1)(n+1)_{(2,r)} \end{matrix}\right| (\mu-n-2)_{(p-3,r+n+2)} + \text{ etc.}$$

Sammanslå vi derefter de binomiska koefficienterna i tredje, fjerde, etc. termerna i hödra membrum enligt equationen (81) d. v. s. bilda vi equationerna

$$(n+r+1)(n+1)_{(1,r)}+(n+1)_{(2,r)}=(n+2)_{(2,r)},$$
$$(n+r+1)(n+1)_{(2,r)}+(n+1)_{(3,r)}=(n+2)_{(3,r)} \text{ etc.}$$

så finna vi

$$\mu_{(p,r)}=n_{(0,r)}(\mu-n-1)_{(p,r+n+1)}+(n+1)_{(1,r)}(\mu-n-2)_{(p-1,r+n+2)}+(n+2)_{(2,r)}(\mu-n-2)_{(p-2,r+n+2)}+$$
$$+(n+2)_{(3,r)}(\mu-n-2)_{(p-3,r+n+2)}+\text{ etc.}$$

Fortsätta vi samma transformation allt vidare och vidare, så måste, emedan här endast är fråga om ett begränsadt antal termer, vi erhålla

$$(121)\qquad \mu_{(p,r)}=n_{(0,r)}(\mu-n-1)_{(p,r+n+1)}+(n+1)_{(1,r)}(\mu-n-2)_{(p-1,r+n+2)}+$$
$$+(n+2)_{(2,r)}(\mu-n-3)_{(p-2,r+n+3)}+(n+3)_{(3,r)}(\mu-n-4)_{(p-3,r+n+4)}+\text{ etc.}$$

ett synnerligen anmärkningsvärdt uttryck för $\mu_{(p,r)}$, emedan talet n icke är determineradt.

Formeln, hvilken är sann äfven för

$$n=0,$$

fordrar dessutom för sin rigtighet, att

$$\mu-n-1 \geqq p.$$

Om

$$\mu-n-1<p,$$

försvinna samtidigt alla termer i equationens högra membrum.

Anmärkta tryckfel.

Sid. 27 I tabellen för klassen (0) rad. 1 står: $\frac{0}{0}$, läs: 1

„ 27 Raden 13 står: så vida ej r, läs: så vida ej μ.

Planet- och Komet-Observationer,

anställda år 1869 på Lunds Observatorium,

utgifna af

AXEL MÖLLER.

(Meddelade Physiographiska Sällskapet den 13 April 1870.)

Under år 1869 hafva 162 planet- och komet-orter blifvit bestämda med Jüngerska refraktorn. Detta antal öfverstiger något det som erhölls under förra året; men att det icke blifvit ännu större härleder sig derifrån, att observationerna under år 1869 blifvit anställda nästan uteslutande af mig ensam, samt att jag under 8 veckor af sommaren varit frånvarande från observatoriet. Fördelade på de olika observatörerna komma nemligen 149 observationer på mig, 11 på Adjunkten Dunér, till största delen anställda under min frånvaro, och 2 på D:r Anderson. Af årets trenne kometer har endast den första eller Winneckes periodiska komet här blifvit observerad; af de öfriga, hvilka begge upptäcktes af Tempel i Marseille, hade den ena så hastig rörelse mot söder, att den redan stod för lågt för att kunna observeras, då dess läge här blef tillförlitligt kändt, hvaremot den sista till följe af den under December månad nästan beständigt rådande dåliga väderleken ej kunde finnas, oaktadt den eftersöktes både den 11 och den 26 i nämnde månad.

I inledningen till förra årets observationer omnämndes att tvenne af mikrometerns transversaltrådar den 10 November 1868 befunnits stå snedt mot de öfriga trådarne. Dessa trådar hafva icke sedermera blifvit använda vid passageobservationerna, förr än efter det refraktorn den 9—11 April 1869 blifvit rengjord af Herr Mekanikus Jürgensen från Köpenhamn, då de nämnda trådarne på samma gång återfördes i sitt rätta läge. Någon oregelbundenhet i trådnätet observerades icke derefter förr än den 20 November, då den ena af de yttersta transversaltrådarne åter tycktes afvika något från de öfriga. Jag undersökte derföre läget af nätets samtlige trådar, hvarvid jag erhöll följande afläsningar på positionscirkeln, då trådarne ställdes parallela med den dagliga rörelsen:

Passage-trådarne. Mikrometerskrufven till venster.			Mikrometer-trådarne. Mikrometerskrufven nedtill.		
Öfversta tråden	1	221°46	Öfversta tråden	1	311°41
	2	221 39		2	311 41
	3	221 39		3	311 41
	4	221 39		4	311 41
	5	221 39		5	311 38
			Rörliga tråden		311 41

Den första passagetrådens afvikelse från de öfriga trådarne berodde dock sannolikt endast af någon tillfällig orsak, ty dels visade sig denna tråd vid observationen bågformigt spänd, och dels iakttog jag sedan ej någon vidare afvikelse. (Se t. ex. observationerna den 26 och 27 November).

Värdet af en skrufrevolution har under detta likasom under förra året blifvit antaget 17″,3181. Från och med nästa år kommer deremot följande värde att användas, hvilket blifvit härledt af Adjunkten Dunér ur passager af α Ursæ minoris och mätningar af deklinationsdifferensen emellan 19 och 21 Ursæ minoris.

$$1 \text{ Rev.} = 17'',317 \{1 - 0,000074 (t - 7°,3)\},$$

hvarest t betecknar grader på den Celsiska thermometern. Jag anför detta värde här, på det man dermed må kunna korrigera de såväl här som förut angifna deklinations-differenserna. För detta ändamål har jag äfven meddelat en sammanställning af de under observationerna gjorda thermometerafläsningarne.

Under 1869 års sommar har refraktorns timaxel ytterligare förändrat sitt läge i samma riktning, som iakttagits under sommaren (?) 1868. Med användande af samma beteckningar som i förra årgången har nemligen Adjunkten Dunér ur de i detta afseende anställda observationerna beräknat följande värden:

		ξ	η	e	c	i
1869 Jan.	17	— 14″,6	— 19″,6	+ 23″,2	— 6ˢ,78	+ 0ˢ,58
April	20	— 13,8	— 15,9	+ 18,2	— 7,67	+ 1,31
Juli	15	— 40,1	— 20,0	+ 14,0	— 7,92	+ 1,54
Okt.	28	— 36,2	— 12,6	+ 20,0	— 7,27	+ 0,90
1870 April	12	— 30,4	— 18,0	+ 20,0	— 7,48	+ 1,36

Qvantiteten ξ har således från Augusti 1867 till April 1870 öfvergått från + 14″,6 till — 30″,4, hvaremot η bibehållit sig nästan oförändradt; men den iakttagna förändringen har icke försiggått successivt utan medelst tvenne språng, af hvilka åt-

minstone det ena inträffat under den varma årstiden. Det synes derför kunna vara skäl för det antagandet att denna förändring icke härleder sig från någon verklig sättning i refraktorns fundament utan snarare från torkningen af den betonpelare, på hvilken instrumentet omedelbart är fästadt.

Såsom observationsur har i allmänhet användts Chronometern Kessels N:o 1335, hvilken är reglerad efter medeltid och slår halfva sekunder. Vid bestämmande af deklinationsdifferensen har med få undantag den tid blifvit antecknad, då det följande objektet blifvit inställdt med den rörliga tråden, till följe hvaraf, då planeten är föregående, den angifna tiden bör minskas med passagedifferensen. Tiden är i detta fall alltid angifven i den andra kolumnen; har deremot den tid blifvit antecknad, då det föregående objektet blifvit inställdt, så är den angifven i den första kolumnen. Vid några tillfällen hafva passagerna blifvit registrerade, och då är tiden angifven medelst pendeluret Tiede N:o 374, hvilket är regleradt efter stjerntid. För att i dessa fall kunna reducera Tiede till Kessels, efter hvilket deklinationsinställningarne blifvit gjorda, har jag för tvenne särskilda epoker angifvit jemförelserna mellan uren.

Såsom förut blifvit nämndt, ha observationerna blifvit anställda af mig, Adjunkten Dunér och D:r Anderson. Vid deras reduktion har jag sjelf beräknat jemförelsestjernornas orter; de öfriga räkningarne ha utförts af D:r Anderson, hvarefter de slutligen blifvit kontrollerade af mig.

Vid reduktionen af observationerna har Observatoriets polhöjd blifvit antagen $= 55°41'51''$ samt solens aequatoreal-horizontal-parallax $= 8'',94$. Med dessa värden, hvilka ligga till grund för de tabeller, som blifvit meddelade i årsskriften för 1867, ha differentialrefraktioner och parallaxer blifvit beräknade. Vid observationernas jemförelse med de förhandenvarande efemeriderna har Observatoriets longitud från Berlin provisoriskt blifvit antagen $= 49^s$ vestlig.

Sid. 1—85 innehålla de egentliga planet- och komet-observationerna. De äldre planeterna äro här ordnade efter deras oppositionstider; efter dem följa de nyupptäckta efter deras upptäcktstider, samt sist Winneckes komet. Hvarje sida är delad i tvenne afdelningar, af hvilka den förra innehåller de omedelbara observationerna och den senare de för deras reduktion erforderliga qvantiteterna. Anordningen af de förra är af sig sjelf tydlig; af de senare kommer först den observerade koincidensen och urets reduktion till medeltid $= \Delta u$; derefter följer jemförelsestjernans medelort för 1869,0 och dess reduktion till apparenta orten för observationsdagen; samt slutligen mediet af de till en antagen epok reducerade differenserna i Rektascension och Deklination med deras korrektioner $t =$ reduktion till stjerntid, $p =$ korrektion

för transversaltrådarnes positionsvinkel och r = refraktion. De inom parentes satta talen äro icke använda; de inom parentes satta bokstäfverna beteckna att observationen blifvit anställd af Möller, Dunér eller Anderson. Jemförelsestjernornas medelorter äro i Rektascension hänförda till WOLFERS, i Deklination till AUWERS.

Sid. 86—94 innehålla mikrometer-observationer för närmare bestämning af en del använda jemförelsestjernor. Denna afdelning är anordnad på samma sätt som den näst föregående; dock bör anmärkas att bland reduktionstalen äfven förekommer red. = reduktionen till 1869,0.

Betydelsen af de å sid. 92—94 angifna talen är tillräckligt antydd genom öfverskriften öfver hvarje särskild kolumn.

Sid. 95—99 innehålla resultaterna af de erhållna observationerna, deras reduktion till jordens medelpunkt, samt jemförelse med de förhandenvarande efemeriderna. Då någon noggrann efemerid icke förefunnits, har logarithmen för den parallaktiska faktorn blifvit angifven i stället för parallaxen.

Aurora.

Aurora.	A. M. + 34° 1553.	α′ − α.	Mikr.
55,7s	40,1s	− 1m 44,4s	
11 27 7,8	11 28 52,1	44,3	
8,8	53,5	− 1 44,7	
30 20,9	32 5,5	44,6	
26,2	11,1	− 1 44,9	
33 38,2	35 23,1	44,9	
17,0	2,1	− 1 45,1	
41 29,1	43 14,2	45,1	
	11h 49m 20s	− 1m 46s	26,693
	11 52 49		26,657
	11 56 33		26,679
	12 2 7		26,763
40,1	26,2	− 1 46,1	
12 3 52,2	12 5 38,2	46,0	
	12h 5m 48s	− 1m 46s	26,737
21,6	8,0	− 1 46,4	
8 33,8	10 19,9	46,1	
41,2	27,7	− 1 46,5	
11 53,2	13 39,8	46,6	

1869 Jan. 16.

Coinc.

39,450 39,442 } 39,480
513 514

Aurora nordlig. $\Delta u = -4^m 37,7^s$

		α	δ
Arg. Mer. + 34° 1553		7h 3m 32,280s	+ 34° 15′ 59,23″
red. =	+	0,851	− 7,23

11h 45m 0 M. T.

	α′ − α		δ′ − δ
	− 1m 45,467s	+	3′ 41,34″
t = −	0,288		0,00
r =	0,000	+	0,07
	− 1 45,755	+	3 41,41

(M.)

Aurora.

Aurora.	A. M + 34° 1553.	α′ − α	Mikr.
51,0s	28,6s	− 2m 37,6s	
3,0	40,8	37,8	
10 24 15,2	26 52,8	37,6	
10,4	48,3	− 2 37,9	
22,4	0,3	37,9	
36 34,5	39 12,4	37,9	
36,0	14,0	− 2 38,0	
48,0	26,1	38,1	
43 0,1	45 38,1	38,0	
30,0	8,3	− 2 38,3	
42,1	20,4	38,3	
47 54,2	50 32,6	38,4	
45,6	24,2	− 2 38,6	
57,8	36,2	38,4	
53 9,9	55 48,4	38,5	
	11h 0m 29s	− 2m 38s	42,390
	11 5 18		42,454
	11 10 5		42,504
	11 14 10		42,508
	11 18 56		42,498

1869 Jan. 17.

Coinc. = 53,461

Aurora nordlig. $\Delta u = -4^m 39,2^s$

Jemförelsestjernan densamma som 1869 Jan. 16.

red. = $+0,856^s$ $-7,16''$.

10h 33m 0 M. T.

	α′ − α		δ′ − δ
	− 2m 37,972s	+	3′ 11,09″
t = −	0,433		0,00
r =	0,000	+	0,06
	− 2 38,405	+	3 11,15

(M.)

Aurora.

Aurora.	Weisse 6h 1834.	α' — α.	Mikr.
45,2	35,7	— 0 50,5	
57,2	47,9	50,7	
8 33 9,4	8 34 0,0	50,6	
27,1	17,9	— 0 50,8	
39,2	30,0	50,8	
35 51,4	36 42,1	50,7	
41,0	31,4	— 0 50,4	
53,0	43,5	50,5	
42 5,2	42 55,7	50,5	
	8 45 16		25,975
	8 47 18		26,060
	8 48 58	— 0 51	26,043
	8 50 52		25,978
	8 52 50		26,053
26,8	17,9	— 0 51,1	
38,9	30,0	51,1	
54 51,0	55 42,1	51,1	
11,3	2,6	— 0 51,3	
23,5	14,8	51,3	
57 35,7	58 27,0	51,3	

1869 Jan. 18.

Coinc.

29,117 29,116 } 29,082
050 045

Aurora nordlig. Δu = — 4m 41,4s

	α	δ	Vigt.
B. Z. 403	7h 0m 54,232s	+ 34° 17' 37,98"	1
B. Z. 518	54,625	45,86	1
Antaget	7 0 54,428	+ 34 17 41,92	
red. = +	0,861	— 7,00	

8h 40m 0s M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	— 0m 50,855s	+ 0' 53,09"
t = —	0,139	0,00
r =	0.000	+ 0,02
	— 0 50,994	+ 0 53,11

(M.)

Pandora.

A. M. + 31° 1726.	Pandora.	α' — α.	Mikr.
20,5	6,8	+ 0 46,3	
8 34 44,1	8 35 30,2	46,1	
38,2	24,2	+ 0 46,0	
37 1,8	37 47,8	46,0	
42,0	28,4?	+ 0 46,4	
39 5,7	39 52,0	46,3	
51,2	37,2	+ 0 46,0	
41 14,8	42 0,8	46,0	
	8 45 23		40,961
	8 47 43		41,003
	8 49 41		41,032
	8 51 38		41,011
	8 53 23		41,013
	mulet.		
19,3	3,8	+ 0 44,5	
9 17 42,9	9 18 27,2	44,3	
50,1	—	—	
21 13,5	21 57,8	+ 0 44,3	
	mulet.		
0,3	—	—	
26 23,8	27 8,0	+ 0 44,2	

1869 Jan. 6.

Coinc.

17,051 17,050 } 17,022
16,992 16,995

Pandora nordlig. Δu = — 4m 25,2s

Arg. Mer. + 31° 1726 (2 obs.) 7h 57m 21,057s + 31° 41' 3,68"
red. = + 0,638 — 9,04

Pandora.

A. M. + 31° 1726.	Pandora.	α′ — α.	Mikr.
6,2 s	50,1 s	+ 0 43,9 m s	
9 28 29,8	9 29 13,8	44,0	
57,7	41,8	+ 0 44,1	
30 21,2	31 5,2	44,0	
50,1	33,9	+ 0 43,8	
32 13,7	32 57,5	43,8	
34,2	17,9	+ 0 43,7	
33 57,8	34 41,4	43,6	

1869 Jan. 6.

9h 0m 0s M. T.

	α′ — α.	δ′ — δ.
	+ 0m 45s,045	+ 6′ 57″,07
t =	+ 0,123	0,00
r =	— 0,001	+ 0,19
	+ 0 45,167	+ 6 57,26

(M.)

Pandora.

Pandora.	Weisse 7h 1342.	α′ — α.	Mikr.
45,3 s	31,7 s	— 0 46,4 m s	
9 14 57,5	9 15 43,7	46,2	
51,0	37,3	— 0 46,3	
19 3,0	19 49,3	46,3	
59,5	45,8	— 0 46,3	
21 11,4	21 57,7	46,3	
14,4	1,0	— 0 46,6	
23 26,5	24 13,0	46,5	
	9h 26m 21s		27,532
	9 28 57		27,431
	9 32 47	— 0m 47s	27,426
	9 34 45		27,429
	9 36 52		27,384
	9 38 44		27,414
8,7	55,9	— 0 47,2	
40 20,7	41 7,9	47,2	
35,2	22,6	— 0 47,4	
42 47,1	43 34,5	47,4	
42,6	30,0	— 0 47,4	
44 54,5	45 42,0	47,5	
39,0	26,3	— 0 47,3	
46 51,0	47 38,3	47,3	

1869 Jan. 16.

Coinc.

53,434 53,438 }
502 499 } 53,468

Pandora nordlig. $\Delta u = - 4^m\, 37^s,6$

	α	δ	Vigt.
Lal. 15409	7h 48m 6s,103	+ 32° 2′ 21″,57	1
B. Z. 401	5,957	19,46	1
Antaget	7 48 6,030	+ 32 2 20,51	
red. =	+ 0,802	— 8,38	

9h 26m 0s M. T.

	α′ — α.	δ′ — δ.
	— 0m 46s,807	+ 7′ 30″,70
t =	— 0,128	0,00
r =	— 0,001	+ 0,19
	— 0 46,936	+ 7 30,89

(M.)

Pandora.

Pandora.	Weisse 7h 1342.	α′ — α.	Mikr.
7,8 s	58,7 s	— 1 50,9 m s	
19,8	10,6	50,8	
9 19 31,7	9 21 22,5	50,8	
6,6	58,0	— 1 51,4	
18,6	9,9	51,3	
25 30,5	27 21,6	51,1	

1869 Jan. 17.

Coinc.

53,431 53,429 }
491 494 } 53,461

Pandora nordlig. $\Delta u = - 4^m\, 39^s,1$

Jemförelsestjernan densamma som 1869 Jan. 16.

red. = + 0s,813 — 8″,32

Pandora.

Pandora.	Weisse 7^h 1342.	α′ — α.	Mikr.
46,0^s	37,0^s	— 1^m 51,0^h	
57,8	48,8 ?	51,0	
9 30 9,8	9 32 0,8	51,0	
	9^h 35^m 29^s		22,589
	9 38 41		22,480
	9 42 20	— 1^m 52^s	22,420
	9 45 35		22,408
	9 48 23		22,491
59,1	51,8	— 1 52,7	
11,1	3,7	52,6	
50 23,0	52 15,6	52,6	
24,7	17,1	— 1 52,4	
36,5	29,0	52,5	
54 48,4	56 41,0	52,6	
6,0	58,7	— 1 52,7	
18,0	10,7	52,7	
59 29,8	10 1 22,6	52,8	

1869 Jan. 17.

9^h 35^m 0^s M. T.

	α′ — α.	δ′ — δ.
	— 1^m 51^s,822	+ 8′ 56″,53
t =	— 0,306	0,00
r =	0,000	+ 0,20
	— 1 52,128	+ 8 56,73

(M.)

Pandora.

Weisse 7^h 1237.	Pandora.	α′ — α.	Mikr.
31,3^s	26,0^s	+ 0^m 54,7^h	
43,3	38,0	54,7	
9 13 55,5	9 14 50,0	54,5	
36,8	31,0	+ 0 54,2	
48,8	43,0	54,2	
27 0,9	27 55,0	54,1	
20,0	13,6	+ 0 53,6	
31,9	25,6	53,7	
31 43,8	32 37,4	53,6	
	9^h 36^m 8^s		26,754
	9 38 9		26,778
	9 40 0		26,781
	9 41 46		26,869
	9 43 52		26,825
	9 45 30		26,814
59,0	52,0	+ 0 53,0	
11,0	4,0	53,0	
48 23,0	49 16,0	53,0	
11,2	14,0	+ 0 52,8	
33,1	26,0	52,9	
50 45,0	51 37,9	52,9	
36,8	29,4	+ 0 52,6	
48,8	41,4	52,6	
54 0,7	54 53,4	52,7	

1869 Jan. 18.

Coinc. = 53,464.

Pandora sydlig. $\Delta u = - 4^m 40^s,7$

	α	δ	Vigt.
B. Z. 401	7^h 44^m 16^s,072	+ 32° 20′ 16″,12	1
Jemförd med a	15,716	13,34	1
Antaget	7 44 15,894	+ 32 20 14,73	
red. =	+ 0,829	— 8,17	

Weisse 7^h 1237 jemförd med a = Weisse 7^h 1256 den 4 Mars 1869.

9^h 30^m 0^s M. T.

	α′ — α.	δ′ — δ.
	+ 0^m 53^s,643	— 7′ 42″,01
t =	+ 0,147	0,00
r =	0,000	— 0,17
	+ 0 53,790	— 7 42,18

(M.)

Pandora.

α^2 Gemin.	Pandora.	$\alpha' - \alpha$.	Mikr.
3,8	11,1	+ 4 7,3	
15,8	23,2	7,4	
12 58 27,8	13 2 35,1	7,3	
33,3	40,6	+ 4 7,3	
45,1	52,6	7,5	
13 4 57,0	9 4,4	7,4	
	13 14 57		42,349
30,3	37,0	+ 4 6,7	
42,1	49,0	6,9	
30 54,2	35 0,8	6,6	42,326
9,0	15,4	+ 4 6,4	
20,9	27,2	6,3	
38 32,8	42 39,1	6,3	
	13 50 11		42,413
	55 35		42,433
29,8	35,0	+ 4 5,2	
41,6	46,9	5,3	
57 53,6	14 1 58,8	5,2	42,292

1869 Febr. 2.

Coinc.

53,450 53,447 }
520 519 } 53,484

Pandora nordlig. $\Delta u = -5^m 14^s,1$.

		α	δ
α^2 Geminorum (Berl. Jahrb).		7 26 14,206	+ 32 10 22,64
red. =	+	0,892	− 6,59

13 26 0 M. T.

	$\alpha' - \alpha$.	$\delta' - \delta$.
	+ 4 6,512	+ 3 13,10
t =	+ 0,674	0,00
r =	0,000	+ 0,07
	+ 4 7,186	+ 3 13,17

(M.)

Pandora.

α^2 Gemin.	Pandora.	$\alpha' - \alpha$.	Mikr.
0,0	21,8	+ 3 21,8	
12,0	33,7	21,7	
11 6 23,8	11 9 45,5	21,7	
9,0	31,0	+ 3 22,0	
21,0	42,9	21,9	
11 32,9	14 54,7	21,8	
58,2	19,6	+ 3 21,4	
10,0	31,4	21,4	
19 21,9	22 43,2	21,3	
	11 27 21		21,442
	11 32 26		21,319
	11 36 57		21,403
	11 42 8		21,401
	11 46 25		21,412
32,6	52,6	{ + 3 20,0 }	
44,5	4,5	{ 20,0 }	
47 56,4	51 16,6	{ 20,2 }	
12,7	33,0	+ 3 20,3	
24,5	44,8	20,3	
53 36,3	56 56,6	20,3	

1869 Febr. 3.

Coinc. = 29,098.

Pandora nordlig. $\Delta u = -5^m 15^s,5$.

Jemförelsestjernan densamma som 1869 Febr. 2.

red. = + 0,881 − 6,52

11 28 0 M. T.

	$\alpha' - \alpha$.	$\delta' - \delta$.
	+ 3 21,072	+ 2 13,61
t =	+ 0,551	0,00
r =	0,000	+ 0,04
	+ 3 21,623	+ 2 13,65

(M.)

Leto.

Leto.	A. M. + 29° 1847.	α' — α.	Mikr.
15,8 s	42,0 s	— 2 26,2 m s	
27,5	53,7	26,2	
9 46 39,3	9 49 5,4	26,1	
26,6	52,8	— 2 26,2	
38,3	4,6	26,3	
51 50,0	54 16,0	26,0	
35,2	1,7	— 2 26,5	
47,0	13,5	26,5	
57 58,8	10 0 25,1	26,3	
	10 5 13 h m s	— 2 27 m s	21,200
	10 9 2		21,377
	10 12 8		21,132
	10 15 58		21,409
	10 19 18		21,222
	10 23 26		21,387
26,4	53,8	— 2 27,4	
38,2	5,4	27,2	
10 26 49,9	29 17,1	27,2	
3,4	31,3	— 2 27,9	
15,2	43,0	27,8	
36 26,9	38 54,7	27,8	
9,2	37,2	— 2 28,0	
21,0	49,0	28,0	
42 32,7	45 0,7	28,0	

1869 Febr. 15.

Coinc.

3,113 3,116 } 3,088
064 059 }

Leto sydlig. Δu = — 0 33,0 m s

	α	δ	Vigt.
Arg. Mer. + 29° 1847	8 49 12,376 h m s	+ 29 42 55,51 ° ' "	1
Jemförd med a	12,738	59,22	2
Antaget	8 49 12,617	+ 29 42 57,98	
red. =	+ 0,954	— 7,42	

Arg. Mer. + 29° 1847 jemförd med a = Weisse 8h 1262 den 4 Mars 1869.

10 10 0 M. T. (h m s)

	α' — α.	δ' — δ.
	— 2 26,863 m s	— 5 15,26 ' "
t =	— 0,402	0,00
r =	0,000	— 0,11
	— 2 27,265	— 5 15,37

(M.)

Arethusa.

Arethusa.	Schjell. 3681.	α' — α	Mikr.
23,2 s	36,4 s	— 3 13,2 m s	
33,2	46,5	13,3	
11 42 43,3	11 45 56,7	13,4	
6,0	19,8	— 3 13,8	
16,1	29,9	13,8	
53 26,3	56 40,0	13,7	
	12 2 59 h m s	— 3 14 m s	20,572
	12 8 6		20,609
	12 12 48		20,603
	12 17 38		20,602
1,0	15,3	— 3 14,3	
11,1	25,5	14,4	
12 19 21,2	12 22 35,6	14,4	
6,5	21,1	— 3 14,6	
16,7	31,2	14,5	
24 26,8	27 41,3	14,5	

1869 Febr. 20.

Coinc. = 22,000.

Arethusa nordlig. Δu = — 0 40,8 m s

	α	δ	Vigt.
Lal. 19578	9 54 11,754 h m s	— 6 28 10,16 ° ' "	1
B. Z. 226	11,869	8,46	1
Schjell. 3681	11,968	10,59	2
Antaget	9 54 11,890	— 6 28 9,95	
red. =	+ 1,089	— 9,20	

12 0 0 M. T. (h m s)

	α' — α.	δ' — δ.
	— 3 13,860 m s	+ 0 23,14 ' "
t =	— 0,531	0,00
r =	0,000	+ 0,03
	— 3 14,391	+ 0 23,17

(M.)

Arethusa.

Arethusa.	Rob. 2160.	α' — α.	Mikr.
s 4,0	s 34,6	m s — 0 30,6	
10 54 14,1	10 54 44,7	30,6	
52,1	22,9	— 0 30,8	
56 2,3	56 33,0	30,7	
26,3	57,0	— 0 30,7	
57 36,3	58 7,1	30,8	
53,0	23,6	— 0 30,6	
59 3,1	59 33,8	30,7	
	h m s 11 1 30		38,110
	11 3 28		37,980
	11 5 37	m s — 0 31	38,050
	11 9 53		38,032
	11 12 39		38,011
38,0	8,9	— 0 30,9	
11 13 48,0	11 14 19,0	31,0	
12,3	43,5	— 0 31,2	
16 22,3	16 53,7	31,4	
4,0	35,1	— 0 31,1	
18 14,0	18 45,3	31,3	
13,2	44,6 ?	— 0 31,4	
20 23,2	20 54,8 ?	31,6	
22,2	53,4	— 0 31,2	
22 32,2	23 3,6	31,4	

1869 Mars 1.

Coinc. = 3,082.

Arethusa sydlig. $\Delta u = -0^m 52^s,5$

	α	δ	Vigt.
Piazzi 9^h 195 (8.7)	9^h 44^m 50^s,677	— 5° 34′ 22″,81	1.2
B. Z. 226	50,394	20,60	1.1
Rob. 2160 (5 obs.)	50,107	21,60	1.3
Antaget	9 44 49,844	— 5 34 21,84	
red. =	+ 1,081	— 10,53	

Egen rörelse i AR. = — 0^s,012006
med öfrigblifvande fel:

1798	+ 0^s,019
1828	— 0,058
1844	+ 0,037

11^h 8^m 0^s M. T.

	α' — α	δ' — δ
	— 0^m 31^s,003	— 10′ 4″,75
t = —	0,085	0,00
r =	0,000	— 0,73
	— 0 31,088	— 10 5,48

(M.)

Arethusa.

Arethusa.	Rob. 2160.	α' — α.	Mikr.
s 4,0	s 16,2	m s — 1 12,2	
14,1	26,2	12,1	
10 56 24,1	10 57 36,4	12,3	
28,3	40,9	— 1 12,6	
38,3	50,9	12,6	
11 0 48,4	11 2 1,0	12,6	
18,0	30,4	— 1 12,4	
28,1	40,5	12,4	
4 38,1	5 50,5	12,4	
	h m s 11 7 50		33,555
	11 10 17		33,495
	11 12 26	m s — 1 13	33,384
	11 14 44		33,432
	11 16 43		33,480
26,1	39,3	— 1 13,2	
36,1	49,4	13,3	
19 46,3	20 59,5	13,2	
13,1	26,1	— 1 13,0	
23,3	36,2	12,9	
22 33,3	23 46,2	12,9	

1869 Mars 2.

Coinc. = 17,021

Artehusa sydlig. $\Delta u = -0^m 53^s,8$

Jemförelsestjernan densamma som 1869 Mars 1.

red. = + 1^s,079 — 10″,63.

11^h 9^m 0^s M. T.

	α' — α	δ' — δ
	— 1^m 12^s,716	— 4′ 44″,45
t = —	0,199	0,00
r =	0,000	— 0,34
	— 1 12,915	— 4 44,79

(M.)

Arethusa.

Arethusa.	Rob. 2160	α' — α	Mikr.
s	s	m s	
43,2	14,5	— 2 31,3	
53,3	24,6	31,3	
9 47 3,5	9 49 34,8	31,3	
49,8	21,2	— 2 31,4	
59,9	31,4	31,5	
52 10,0	54 41,6	31,6	
53,2	25,2	— 2 32,0	
3,3	35,3	32,0	
10 3 13,5	10 5 45,5	32,0	
	h m s		
	10 10 29		(19,350)
	10 16 50		19,052
	10 21 30	— 2m 32s	18,948
	10 25 27		18,834
	10 29 32		18,801
5,0	37,8	— 2 32,8	
15,0	47,9	32,9	
32 25,1	34 58,0	32,9	
51,8	24,8	— 2 33,0	
1,9	34,8	32,9	
36 12,0	38 45,0	33,0	

1869 Mars 4.

Coinc.

39,442 39,450 }
530 526 } 39,487

Arethusa nordlig. $\Delta u =$ 0m 56s,4

Jemförelsestjernan densamma som 1869 Mars 1.

red. = + 1s,075 — 10'',83

10h 12m 0s M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	m s	' ''
	— 2 32,226	+ 5 54,57
t =	— 0,417	0,00
r =	— 0,003	+ 0,43
	— 2 32,646	+ 5 55,00

(M.)

Arethusa.

Schjell. 3600.	Arethusa.	α' — α.	Mikr.
h m s	h m s	m s	
10 10 23,8	10 10 48,8	+ 0 25,0	15,918?
14 20,1	14 44,9	24,8	
15 32,1	15 56,9	24,8	
16 37,3	17 2,4	25,1	
17 47,1	18 1,7	24,6	
19 8,6	19 33,3	24,7	
19 57,1	20 21,8	24,7	
21 45,1	22 9,6	24,5	
22 40,8	23 5,3	24,5	
	h m s		
	10 24 57		16,200
	10 26 40		16,249
	10 28 57		16,283
	10 30 46		16,198
	10 32 14		16,339
	10 34 24		16,160
36 27,5	36 52,0	+ 0 24,5	
37 33,7	37 57,8	24,1	
38 38,3	39 2,3	24,0	
40 39,0	41 3,1	24,1	
41 31,7	41 55,8	24,1	
42 49,8	43 13,9	24,1	
43 55,0	44 18,9	23.9	

1869 Mars 6.

Coinc. = 29,073.

Arethusa sydlig, svag. $\Delta u =$ — 0m 59s,0

	α		δ	Vigt.
	h m s		° ' ''	
Lal. 19211	9 40 33,551	—	5 13 31,53	1
B. Z. 226	(33,129)		30,47	1
Schjell. 3600	33,574		29,68	2
Schjell. 3601	33,584		31,28	2
Antaget	9 40 33,573	—	5 13 30,65	
red. =	+ 1,058	—	11,09	

10h 29m 0s M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	m s	' ''
	+ 0 24,411	— 3 42,50
t =	+ 0,067	0,00
r =	+ 0,001	— 0,26
	+ 0 24,479	— 3 42,76

(M.)

Arethusa.

Arethusa.	Schjell. 3594.	α' — α.	Mikr.
s	s	m s	
48,4	8,2	— 3 19,8	
58,6	18,4	19,8	
9 35 8,8	9 38 28,5	19,7	
35,0	55,0	— 3 20,0	
45,1	5,1	20,0	
39 55,3	43 15,2	19,9	
	h m s 9 48 59	m s — 3 20	24,468
	9 54 12		24,432
24,1	44,4	— 3 20,3	
34,2	54,6	20,4	
59 44,3	10 3 4,7	20,4	
20,8	41,1	— 3 20,3	
30,9	51,2	20,3	
10 4 41,1	8 1,3	20,2	
	h m s 10 16 9	m s — 3 20	24,100
	10 21 24		24,078

1869 Mars 13.

Coinc. = 25,000.

Arethusa nordlig. $\Delta u = -1^m 10^s,2$

	α	δ	Vigt.
	h m s	° ' "	
Lal. 19195	9 40 11,409	— 4 37 5,38	1
Schjell. 3594	11,504	5,70	2
Antaget	9 40 11,472	— 4 37 5,59	
red. =	+ 1,016	— 11,52	

h m s 9 50 0 M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	m s	' "
	— 3 20,127	+ 0 10,28
t =	— 0,548	0,00
r =	0,000	+ 0,01
	— 3 20,675	+ 0 10,29

(M.)

Galatea.

Galatea.	A. N. 53.279.	α' — α.	Mikr.
s	s	m s	
25,6	59,2	— 0 33,6	
12 14 35,6	12 15 9,3	33,7	
9,1	42,8	— 0 33,7	
16 19,2	16 53,0	33,8	
51,2	24,7	— 0 33,5	
18 1,2	18 35,9	33,7	
35,8	9,6	— 0 33,8	
19 45,8	20 19,8	34,0	
	h m s 12 22 56		(17,721)
	12 25 23		17,855
	12 27 22	m s — 0 34	17,826
	12 29 5		17,819
	12 31 1		17,787
51,2	25,2	— 0 34,0	
33 1,2	33 35,3	34,1	
41,3	15,8	— 0 34,5	
42 51,3	43 26,0	34,7	
12,2	46,6	— 0 34,4	
44 22,3	44 56,7	34,4	
36,0	10,4	— 0 34,4	
45 46,0	46 20,6	34,6	

1869 Mars 2.

Coinc.

3,115 3,115 } 3,083
051 050 }

Galatea sydlig. $\Delta u = -0^m 53^s,8$

	α	δ	Vigt.
	h m s	° ' "	
B. Z. 64	10 28 53,472	+ 5 46 34,07	1
Königsb. A.N.53.279(3)	53,262	34,97	6
Antaget	10 28 53,292	+ 5 46 34,84	
red. =	+ 1,041	— 8,89	

h m s 12 30 0 M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	m s	' "
	— 0 34,115	— 4 14,49
t =	— 0,093	0,00
r =	— 0,001	— 0,17
	— 0 34,209	— 4 14,66

(M.)

Galatea.

Galatea.	A. N. 53.279.	$\alpha' - \alpha$.	Mikr.
s	s	m s	
17,2	23,3	— 2 6,1	
27,4	33,4	6,0	
11 13 37,6	11 15 43,5	5,9	
16,2	22,3	— 2 6,1	
26,4	32,6	6,2	
17 36,6	19 42,8	6,2	
2,1	8,1	— 2 6,0	
12,3	18,2	5,9	
21 22,4	23 28,4	6,0	
	h m s		
	11 46 43		16,274
	11 50 30		16,278
	11 53 59	m s	(13,368?)
	11 57 28	— 2 7	16,141
	12 0 33		16,069
	12 3 5		16,170
34,3	42,0	— 2 7,7	
44,5	52,2	7,7	
12 5 54,8	12 8 2,3	7,5	
30,8	38,6	2 7,8	
40,8	48,8	7,8	
9 51,1	11 58,9	7,8	
59,2	7,2	2 8,0	
9,3	17,5	8,2	
14 19,5	16 27,6	8,1	

1869 Mars 4.

Coinc. = 39,487.

Galatea nordlig. $\Delta u = -0^m 56^s,5$

Jemförelsestjernan densamma som 1869 Mars 2.

red. = $+ 1^s,047 \quad - 8'',96$

$11^h 44^m 0^s$ M. T.

	$\alpha' - \alpha$.	$\delta' - \delta$.
	— $2^m 6^s,990$	+ 6′ 41″,54
t = —	0,348	0,00
r =	0,000	+ 0,27
	— 2 7,338	+ 6 41,81

(M.)

Galatea.

Schjell. 3848.	Galatea.	$\alpha' - \alpha$.	Mikr.
s	s	m s	
30,5	31,2	+ 1 0,7	
40,6	41,3	0,7	
11 33 50,7	11 34 51,5	0,8	
36,1	37,1	+ 1 1,0	
46,2	47,2	1,0	
35 56,4	36 57,3	0,9	
57,6	58,5	+ 1 0,9	
7,8	8,7	0,9	
38 17,9	39 18,8	0,9	
	h m s		
	11 42 2		41,541
	11 45 15		41,485
	11 48 21		41,719
	11 51 19		41,809
	11 54 33		41,772
	11 56 47		41,841
51,8	51,8	+ 1 0,0	
1,9	2,0	0,1	
59 12,1	12 0 12,1	0,0	
29,5	29,5	+ 1 0,0	
39,7	39,6	0 59,9	
12 1 49,9	2 49,8	0 59,9	

1869 Mars 6.

Coinc.

29,098 29,094 } 29,073
052 050 }

Galatea nordlig. $\Delta u = -0^m 59^s,3$

	α	δ	Vigt.
B. Z. 64	($10^h 24^m 12^s,081$)	+ 6° 0′ 44″,45	1
Sant. 737 (2 obs.)	11,619	44,95	2
Schjell. 3848	11,870	45,19	2
Antaget	10 24 11,744	+ 6 0 44,95	
red. =	+ 1,045	— 9,07	

$11^h 48^m 0^s$ M. T.

	$\alpha' - \alpha$.	$\delta' - \delta$.
	+ $1^m 0^s,462$	+ 3′ 38″,42
t = +	0,165	0,00
r =	0,000	+ 0,15
	+ 1 0,627	+ 3 38,57

(M.)

1869 Mars 13.

Galatea.

Schjell. 3825.	Galatea.	α' — α.	Mikr.
h m s	h m s	m s	
11 8 22,0	11 8 36,1	+ 0 14,1	
9 15,0	9 29,2	14,2	
10 34,0	10 48,1	14,1	
12 6,2	12 20,2	14,0	
13 0,5	13 14,3	13,8	
14 53,8	15 7,5	13,7	
15 44,6	15 58,2	13,6	
22 27,8	22 41,3	13,5	
	h m s		
	11 30 1		25,470
	11 31 48		25,468
	11 34 14		25,589
	11 35 57		25,618
	11 38 5		25,570
40 9,4	40 22,3	+ 0 12,9	
41 9,0	41 22,1	13,1	
42 33,5	42 46,4	12,9	
43 35,3	43 48,2	12,9	
45 7,5	45 20,3	12,8	
46 48,0	47 1,4	(13,4)	
48 56,2	49 9,3	13,1	
50 54,3	51 7,3	13,0	

Coinc.

29,120 29,119 }
070 071 } 29,095

Galatea sydlig; mot slutet ytterst svag.

$\Delta u = -1^m 10^s,3$

	α	δ	Vigt.
	h m s	° ′ ″	
Lal. 20248	10 19 49,932	+ 6 43 0,09	1.1
B. Z. 69	49,877	42 57,73	1.1
Schjell. 3825	49,586	42 59,13	1.2
Antaget	10 19 49,567	+ 6 42 59,02	
red. =	+ 1,031	— 9,15	

Egen rörelse i AR. = — 0,005463? (s)
med öfrigblifvande fel:

	s
1796	+ 0,034
1822	— 0,053
1862	+ 0,019

11h 30m 0s M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	m s	′ ″
	+ 0 13,358	— 1 2,14
t =	+ 0,037	0,00
r =	0,000	— 0,04
	+ 0 13,395	— 1 2,18

(M.)

1869 Mars 14.

Galatea.

Galatea.	Schjell. 3825.	α' — α.	Mikr.
h m s	h m s	m s	
10 10 18,4	10 10 43,7	— 0 25,3	
15 15,8	15 41,2	25,4	
17 23,8	17 49,5	25,7	
21 11,1	21 36,8	25,7	
23 44,6	24 10,2	25,6	
26 15,3	26 41,2	25,9	
28 0,4	28 26,5	26,1	
	h m s		
	10 29 12		26,102
	10 34 32		25,998
	10 37 3	— 0m 26s	26,202
	10 39 28		26,157
	10 41 28		26,051
44 19,2	44 45,8	— 0 26,6	
45 48,8	46 15,3	26,5	
48 27,7	48 54,4	26,7	
49 49,1	50 16,2	27,1	
52 1,8	52 28,7	26,9	
53 20,0	53 46,9	26,9	
55 28,6	55 55,7	27,1	

Coinc.

39,460 39,457 }
520 519 } 39,489

Galatea nordlig; ytterst svag. $\Delta u = -1^m 12^s,0$

Jemförelsestjernan densamma som 1869 Mars 13.

red. = + $1^s,029$ — $9'',16$

10h 35m 0s M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	m s	′ ″
	— 0 26,281	+ 3 51,91
t =	— 0,072	0,00
r =	0,000	+ 0,15
	— 0 26,353	+ 3 52,06

(M.)

Eurydice.

$*11^m$	Eurydice.	$\alpha' - \alpha$.	Mikr.
h m s	h m s	m s	
11 0 15,2	11 0 35,2	+ 0 20,0	
1 18,0	1 38,2	20,2	
3 5,2	3 25,5	20,3	
4 40,0	5 0,1	20,1	
12 17 57,1	12 18 15,2?	+ 0 18,1	
21 35,0	21 52,6	17,6	
22 55,3	23 13,0	17,7	
26 47,2	27 4,8	17,6	
29 31,2	29 48,3	17,1	
32 1,6	32 18,2?	16,6	
34 11,2	34 28,3	17,1	
35 46,1	36 3,1	17,0	
38 6,2	38 23,1	16,9	
39 9,0	39 25,7	16,7	
40 52,5	41 9,0	16,5	
43 19,0	43 35,4	16,4	
	h m s		
	12 48 41		23,645
	12 50 44		23,400
	12 52 25		23,723
	12 55 5		23,689
	12 57 55		23,606

1869 Mars 6.

Coinc.

39,444 39,450 }
513 511 } 39,479

Eurydice sydlig, ytterligt svag. $\Delta u = -0^m 59^s,3$

	α	δ
$*11^m$ jemförd med a	$10^h 51^m 5^s,361$	$+ 9^\circ 40' 49'',31$
red. =	+ 1,043	− 8,47

$*11^m$ jemförd med a = Struve Cat. gen. 1265 den 29 Mars 1869.

$12^h 0^m 0^s$ M. T.

	$\alpha' - \alpha$.	$\delta' - \delta$.
	$+ 0^m 18^s,150$	$- 4' 43'',58$
t =	+ 0,049	0,00
r =	0,000	− 0,16
	+ 0 18,199	− 4 43,74

(M.)

Europa.

Schjell. 4066.	Europa..	$\alpha' - \alpha$.	Mikr.
s	s	m s	
9,2	15,6	+ 2 6,4	
19,5	25,9	6,4	
10 46 29,8	48 36,1	6,3	21,961
35,2	41,4	+ 2 6,2	
45,6	51,7	6,1	
51 55,8	54 2,0	6,2	22,062
57,8	4,0 } ?	+ 2 6,2	
8,1	14,3 } ?	6,2	
59 18,4	11 1 24,6 } ?	6,2	22,246
53,2	58,9	+ 2 5,7	
3,5	9,2	5,7	
11 4 13,8	6 19,6	5,8	22,350
47,9	53,8	+ 2 5,9	
58,2	4,0	5,8	
12 8,6	14 14,2	5,6	22,580
37,7	43,0	+ 2 5,3	
47,9	53,3	5,4	22,370?
16 58,2	19 3,6	5,4	
	h m s		
	11 23 47		22,630

1869 Febr. 20.

Coinc.

39,531 39,530 }
441 442 } 39,486

Europa sydlig. $\Delta u = -0^m 40^s,8$.

	α	δ	Vigt.
Lal. 21420	$11^h 5^m 19^s,843$	$+ 11^\circ 48' 39'',12$	1
B. Z. 72	19,462	41,80	1
B. Z. 154	(19,103)	40,81	1
Rümk. 3472 (1 obs.)	19,468	40,62	2
Schjell. 4066	19,812	41,06	2
Antaget	11 5 19,644	+ 11 48 40,73	
red. =	+ 0,921	− 8,11	

$11^h 3^m 0^s$ M. T.

	$\alpha' - \alpha$.	$\delta' - \delta$.
	$+ 2^m 5^s,938$	$- 4' 58'',25$
t =	+ 0,345	0,00
r =	+ 0,002	− 0,18
	+ 2 6,285	− 4 58,43

(M.)

Europa.

Europa.	Weisse 11h 21.	α' — α.	Mikr.
s 9,1	s 27,8	m s — 1 18,7	
19,3	38,0	18,7	
11 40 29,5	11 41 48,2	18,7	9,818
16,0	34,7	— 1 18,7	
26,3	44,9	18,6	
45 36,6	46 55,2	18,6	9,870
36,1	55,1	— 1 19,0	
46,4	5,4	19,0	
48 56,7	50 15,7	19,0	9,808
54,1	13,7	— 1 19,6	
4,4	24,0	19,6	
12 3 14,7	12 4 34,2	19,5	9,560
18,1	37,4	— 1 19,3	
28,3	47,7	19,4	
9 38,6	10 58,0	19,4	9,353?
34,1	53,8	— 1 19,7	
44,4	4,1	19,7	
13 54,7	15 14,4	19,7	9,331

1869 Febr. 27.

Coinc.

53,445 53,450 } 53,475
506 501 }

Europa nordlig; häftig storm. Δu = — 0m 45s,9

	α	δ	Vigt.
B. Z. 154	11h 3m 42s,652	+ 12° 20' 27",48	1
Jemförd med a	42,759	22,69	2
Antaget	11 3 42,723	+ 12 20 24,29	
red. =	+ 0,991	— 8,28	

Weisse 11h 21 jemförd med a = Arg. Mer. + 12° 2314 den 19 April 1869.

11h 51m 0s M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	— 1m 19s,007	+ 12' 37",98
t =	— 0,216	0,00
r =	— 0,001	+ 0,40
	— 1 19,224	+ 12 38,38

(M.)

Europa.

A. M. + 12° 2302.	Europa.	α' — α.	Mikr.
s 26,0	s 55,1	m s + 1 29,1	
36,4	5,5	29,1	
11 53 46,8	11 55 15,9	29,1	
56,5	25,4	+ 1 28,9	
6,8	35,7	28,9	
58 17,1	59 46,0	28,9	
54,2	23,0	+ 1 28,8	
4,5	33,2	28,7	
12 1 14,8	12 2 43,5	28,7	
57,1	25,5	+ 1 28,4	
7,4	35,9	28,5	
16 17,7	17 46,1	28,4	
30,1	58,2	+ 1 28,1	
40,4	8,7	28,3	
21 50,8	23 19,0	28,2	
	h m s 12 26 58		34,194
	12 30 32		34,190
	12 33 10		34,322
	12 36 30		34,326
	12 40 32		34,450

1869 Mars 1.

Coinc.

3,113 3,115 } 3,082
050 051 }

Europa nordlig. Δu = — 0m 52s,5

	α	δ	Vigt.
Arg. Mer. + 12° 2302	10h 59m 25s,648	+ 12° 37' 54",85	1
Jemförd med a	25,439	52,54	2
Antaget	10 59 25,509	+ 12 37 53,31	
red. =	+ 1,008	— 8,33	

Arg. Mer. + 12° 2302 jemförd med a = Arg. Mer. + 12° 2289 den 19 April 1869.

12h 9m 0s M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	+ 1m 28s,616	+ 8' 53",93
t =	+ 0,242	0,00
r =	0,000	+ 0,28
	+ 1 28,858	+ 8 54,21

(M.)

Panopæa.

Panopæa.	Schjell. 4420.	α' — α.	Mikr.
h m s	h m s	m s	
12 12 42,7	12 13 11,7	— 0 29,0	
15 13,1	15 42,1	29,0	
17 5,0	17 34,1	29,1	
20 1,0	20 30,2	29,2	
21 25,1	21 54,5	29,4	
26 29,9	26 59,3	29,4	
28 21,0	28 50,6	29,6	
	h m s		
	12 31 34		41,357
	12 33 51		41,373
	12 35 50	— 0 30 (m s)	41,262
	12 37 57		41,318
	12 39 37		41,256
43 21,2	43 51,4	— 0 30,2	
44 32,1	45 2,2	30,1	
45 42,8	46 12,7	29,9	
47 12,8	47 43,0	30,2	
48 30,2	49 0,4	30,2	
49 50,2	50 20,7	30,5	
51 6,8	51 37,2	30,4	

1869 Mars 13.

Coinc.

17,046 17,049 }
000 001 } 17,024

Panopæa sydlig. $\Delta u = -1^m 10^s,3$.

	α	δ	Vigt.
	h m s	° ′ ″	
Rümk. 3880	12 8 21,133	+ 14 59 34,10	1
Schjell. 4420	21,396	36,94	1
Antaget	12 8 21,264	+ 14 59 35,52	
red. =	+ 1,050	— 7,57	

12ʰ 33ᵐ 0ˢ M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	m s	
	— 0 29,747	— 7′ 0″,86
t =	— 0,081	0,00
r =	+ 0,001	— 0,20
	— 0 29,827	— 7 1,06

(M.)

Panopæa.

Panopæa.	Schjell. 4420	α' — α	Mikr.
s	s	m s	
26,2	50,8	— 1 24,6	
36,7	1,1	24,4	
11 48 47,1	11 50 11,5	24,4	
34,0	58,6	— 1 24,6	
44,3	8,9	24,6	
51 54,7	53 19,2	24,5	
40,6	5,2	— 1 24,6	
51,0	15,5	24,5	
55 1,3	56 26,0	24,7	
	h m s		
	11 59 41		26,381
	12 2 34		26,500
	12 5 58		26,383
	12 11 24	— 1 25 (m s)	26,300
	12 14 22		26,211
	12 17 5		26,269
19,9	45,5	— 1 25,6	
30,3	55,9	25,6	
12 18 40,6	12 20 6,2	25,6	
10,2	36,0	— 1 25,8	
20,6	46,3	25,7	
21 31,0	22 56,7	25,7	

1869 Mars 14.

Coinc.

17,043 17,048 }
16,996 16,997 } 17,021

Panopæa sydlig. $\Delta u = -1^m 12^s,2$

Jemförelsestjernan densamma som 1869 Mars 13.

red. = + 1ˢ,058 — 7″,62

12ʰ 4ᵐ 0ˢ M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	m s	
	— 1 25,082	— 2′ 41″,44
t =	— 0,232	0,00
r =	0,000	— 0,08
	— 1 25,314	— 2 41,52

(M.)

Panopæa.

Panopæa.	Schjell. 4420.	α' — α	Mikr.
s 18,0	s 49,2	m s — 0 31,2	
28,1	59,0	30,9	
14 42 38,2	14 43 9,2	31,0	21,158
36,0	7,4	— 0 31,4	
46,3	17,4	31,1	
45 56,4	46 27,5	31,1	
8,6	39,9	— 0 31,3	
18,4	49,7	31,3	
49 28,7	49 59,9	31,2	21,249
52 19,8	52 51,0?	(— 0 31,2)	21,330
16,2	47,5	— 0 31,3	
25,9	57,4	31,5	
55 36,4	56 7,7	31,3	21,452
45,9	18,0	— 0 32,1	
15 8 6,2	15 8 38,2	32,0	21,560
2,9	35,4	— 0 32,5	
12,8	45,2	32,4	
18 22,8	18 55,5	32,7	
36,2	8,4	— 0 32,2	
22 56,2	23 28,6	32,4	21,606
29,2	2,1	— 0 32,9	
39,1	11,9	32,8	
26 49,3	27 22,4	32,9	21,622

1869 Mars 14.

Coinc.

29,047 29,040 29,057 } 29,103
152 168 151 }

Panopæa sydlig. $\Delta u = - 1^m 12^s{,}3$

Jemförelsestjernan densamma som 1869 Mars 13.

red. = $+ 1^s{,}059$ — $7'',63$

$15^h\ 2^m\ 0^s$ M. T.

α' — α	δ' — δ
m s — 1 31,890	— 2 12,64
t = — 0,251	0,00
r = — 0,001	— 0,08
— 1 32,142	— 2 12,72

(D.)

Panopæa.

Rümk. 3793.	Panopæa.	α' — α.	Mikr.
s 55,2	s 4,2	m s + 2 9,0	
5,6	14,6	9,0	
12 54 16,1	12 56 25,1	9,0	25,565
30,8	39,3	+ 2 8,5	
41,2	49,8	8,6	
13 1 51,7	13 4 0,1	8,4	25,542
3,8	11,8	+ 2 8,0	
14,1	22,2	8,1	
12 24,5	14 32,6	8,1	25,403
0,6	8,7	+ 2 8,1	
11,0	19,0	8,0	
17 21,3	19 29,4	8,1	25,376
2,0	9,7	+ 2 7,7	
12,5	20,1	7,6	
22 22,9	24 30,6	7,7	
	h m s 13 28 30		25,311

1869 Mars 23.

Coinc. = 25,000

Panopæa sydlig. $\Delta u = + 0^m 15^s{,}7$

	α	δ	Vigt.
B. Z. 285	h m s 11 56 5,789	+ 15° 30' 38'',62	1
B. Z. 360	5,579	36,25	1
Rümk. 3793 (3 obs.)	5,769	36,14	2
Antaget	11 56 5,726	+ 15 30 36,79	
red. =	+ 1,113	— 7,07	

$13^h\ 10^m\ 0^s$ M. T.

α' — α	δ' — δ
m s + 2 8,332	— 0' 7'',93
t = + 0,352	0,00
r = 0,000	0,00
+ 2 8,684	— 0 7,93

(M.)

Panopæa.

Rümk. 3793.	Panopæa.	α' — α.	Mikr.
h m s	h m s	m s	
9 15 43,4	9 16 6,2	+ 0 22,8	
16 41,8	17 4,7	22,9	
17 59,2	18 22,0	22,8	
18 55,8	19 18,5	22,7	
19 49,1	20 11,8	22,7	
20 46,2	21 8,9	22,7	
21 44,3	22 7,0	22,7	
22 48,5	23 11,1	22,6	
	h m s		
	9 25 53		34,778
	9 27 35		34,843
	9 29 2		34,869
	9 30 34		34,871
	9 32 3		34,840
33 54,3	34 16,6	+ 0 22,3	
34 51,1	35 13,3	22,2	
35 49,6	36 11,8	22,2	
36 46,4	37 8,5	22,1	
38 31,8	38 53,6	21,8	
40 16,8	40 38,4	21,6	
41 15,8	41 37,3	21,7	

1869 Mars 25.

Coinc.

17,050 17,052 }
006 005 } 17,028

Panopæa nordlig; svag. $\Delta u = + 0^m 12^s,8$

Jemförelsestjernan densamma som 1869 Mars 23.

red. = $+ 1^s,117$ $- 6'',92$.

$9^h 28^m 0^s$ M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	$+ 0^m 22^s,405$	$+ 5' 8'',33$
t =	+ 0,061	0,00
r =	— 0,002	+ 0,17
	+ 0 22,464	+ 5 8,50

(M.)

Panopæa.

Panopæa.	Rümk. 3793.	α' — α.	Mikr.
s	s	m s	
29,7	6,0	— 3 26,3	
50,0	16,4	26,4	
10 13 0,3	10 16 26,8	26,5	
55,1	21,8	— 3 26,7	
5,5	32,2	26,7	
18 15,9	21 42,6	26,7	
	h m s		
	10 27 25	}	3,352
	10 33 23	} m s	3,385
	10 38 52	} — 3 27	3,370
	10 43 37	}	3,272
5,8	33,1	— 3 27,3	
16,1	43,4	27,3	
45 26,5	48 53,9	27,4	
15,2	43,1	— 3 27,9	
25,7	53,5	27,8	
50 36,1	54 3,9	27,8	

1869 Mars 29.

Coinc.

53,461 53,457 }
513 513 } 53,486

Panopæa nordlig. $\Delta u = + 0^m 6^s,5$

Jemförelsestjernan densamma som 1869 Mars 23.

red. = $+ 1^s,127$ $- 6'',61$

$10^h 32^m 0^s$ M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	$- 3^m 27^s,072$	$+ 14' 28'',31$
t =	— 0,567	0,00
r =	— 0,002	+ 0,42
	— 3 27,641	+ 14 28,73

(M.)

Panopæa.

A. M. + 15° 2400.	Panopæa.	α' — α.	Mikr.
s	s	m s	
29,8	34,2	+ 1 4,4	
40,2	44,6	4,4	
9 56 50,6	9 57 55,1	4,5	

1869 Mars 30.

Coinc. = 29,101.

Panopæa nordlig; luften töcknig. $\Delta u = + 0^m 5^s,0$

Panopæa.

A. M. + 15° 2400.	Panopæa.	α' — α.	Mikr.
47,0s	51,5s	+1m 4,5s	
57,5	2,0	4,5	
9 59 7,9	10 0 12,4	4,5	
8,0	12,2	+1 4,2	
18,4	—	—	
10 2 28,9	3 33,1	4,2	
	10h 16m 0s		34,600
	10 19 0		34,570
	10 21 18		34,521
	10 23 53		34,486
	10 26 22		34,631
23,6	27,0	+1 3,4	
34,0	37,4	3,4	
31 44,4	32 47,8	3,4	
40,0	43,2	+1 3,2	
50,4	53,6	3,2	
34 0,9	35 4,1	3,2	

1869 Mars 30.

		α	δ
Arg. Mer. + 15° 2400		11h 50m 38,687s	+ 15° 45′ 21,04″
red. =	+	1,125	— 6,54

10h 15m 0s M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	+ 1m 3,862s	+ 1′ 34,12″
t =	+ 0,174	0,00
r =	0.000	+ 0,05
	+ 1 4,036	+ 1 34,17

(M.)

Panopæa.

Panopæa.	A. M. + 15° 2400.	α' — α.	Mikr.
1,0s	49,0s	— 0m 48,0s	
11 14 11,4	11 14 59,4	48,0	
0,8	49,0	— 0 48,2	
16 11,2	16 59,5	48,3	
27,8	16,0	— 0 48,2	
18 38,1	19 26,4	48,3	
17,7	6,1	— 0 48,4	
21 28,0	22 16,5	48,5	
	11h 25m 56s		23,153
	11 30 55		23,159
	11 35 17	— 0m 49s	23,176
	11 38 30		23,180
	11 40 55		23,168
11,8	0,8	— 0 49,0	
43 22,2	44 11,3	49,1	
22,2	11,9	— 0 49,7	
54 32,6	55 22,3	49,7	
30,3	20,0	— 0 49,7	
56 40,8	57 30,4	49,6	
51,1	40,8	— 0 49,7	
12 1 1,5	12 1 51,2	49,7	

(The value — 0m 49s is bracketed against the five Mikr. rows 11 25 56 to 11 40 55.)

1869 April 1.

Coinc. = 39,499.

Panopæa nordlig. $\Delta u = +0^m 1,8^s$

Jemförelsestjernan densamma som 1869 Mars 30.

red. = + 1,121s — 6,39″

11h 37m 0s M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	— 0m 48,930s	+ 4′ 43,03″
t =	— 0,164	0,00
r =	0,000	+ 0,13
	— 0 49,094	+ 4 43,16

(M.)

Panopæa.

Panopæa.	A. M. + 15° 2400.	α' — α.	Mikr.
s 8,0	s 48,1	m s — 1 40,1	
18,4	58,5	40,1	
10 27 28,9	10 29 8,9	40,0	
58,2	38,5	— 1 40,3	
8,7	48,9	40,2	
30 19,1	31 59,2	40,1	
1,0	41,3	— 1 40,3	
11,4	51,8	40,4	
34 21,9	36 2,2	40,3	
	h m s 10 38 47		32,879
	10 42 49		32,891
	10 46 30	m s — 1 41	32,993
	10 49 31		32,908
	10 52 25		32,805
37,1	18,3	— 1 41,2	
47,5	28,7	41,2	
53 57,9	55 39,2	41,3	
21,2	2,6	1 41,4	
31,6	13,0	41,4	
57 41,9	59 23,5	41,6	

1869 April 2.

Coinc.

53,454 53,452 }
511 515 } 53,483

Panopæa nordlig. $\Delta u = + 0^m 0^s,4$

Jemförelsestjernan densamma som 1869 Mars 30.

red. = + 1,119 — 6,31

$10^h 42^m 0^s$ M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	m s — 1 40,712	+ 5' 56",42
t =	— 0,275	0,00
r =	0,000	+ 0,17
	— 1 40,987	+ 5 56,59

(M.)

Calliope.

Rob. 2751.	Calliope.	α' — α.	Mikr.
s 1,0	s 55,6	m s + 1 54,6	
11,5	6,0	54,5	
10 10 21,9	10 12 16,4	54,5	34,730
35,0	29,2	+ 1 54,2	
45,4	39,6	54,2	
15 55,9	17 50,0	54,1	
10,5	4,8	+ 1 54,3	
21,0	15,2	54,2	
19 31,4	21 25,6	54,2	34,692
46,3	40,3	+ 1 54,0	
56,8	50,7	53,9	
24 7,2	26 1,2	54,0	34,722
40,0	33,9	+ 1 53,9	
50,4	44,3	53,9	
28 0,8	29 54,8	54,0	34,859
3,6	57,2	+ 1 53,6	
14,0	7,6	53,6	
32 24,4	34 18,0	53,6	34,920

1869 Mars 25.

Coinc.

39,468 39,472 }
528 530 } 39,499

Calliope sydlig. $\Delta u = + 0^m 12^s,7$

	α	δ	Vigt.
Bradl. 36 Virginis (4.5)	h m s 12 42 19,980	° ' " + 14 50 20,80	0
Piazzi 12^h 189 (8.7)	19,838	19,12	0
Lal. 23895	20,099	17,02	0
B. Z. 360	20,634	16,12	0
Rümk. 4140 (6.5)	20,289	20,60	1
Rob. 2751 (5 obs.)	20,260	19,75	1
7-Year Cat. 1008 (3.2)	20,295	18,20	1
Antaget	12 42 20,281	+ 14 50 19,52	
red. =	+ 1,127	— 6,77	

$10^h 21^m 0^s$ M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	m s + 1 54,142	— 1' 22",07
t =	+ 0,312	0,00
r =	+ 0,001	— 0,06
	+ 1 54,455	— 1 22,13

(M.)

Calliope.

Str. 1678. præc.	Calliope.	α' — α.	Mikr.
47,0	42,2	+ 1 55,2	
57,4	52,7	55,3	
11 23 7,8	11 25 3,1	55,3	
58,4	53,7	+ 1 55,3	
8,9	4,1	55,2	
27 19,3	29 14,5	55,2	18,272
12,1	7,2	+ 1 55,1	
22,6	17,6	55,0	
31 33,0	33 28,0	55,0	18,201
12,1	6,8	+ 1 54,7	
22,5	17,3	54,8	
35 32,9	37 27,6	54,7	18,359
41,8	36,5	+ 1 54,7	
52,3	46,9	54,6	
41 2,7	43 57,2	54,5	18,434
	11 46 52		18,403

1869 Mars 29.

Coinc.

29,081 29,080 } 29,102
125 123 }

Calliope sydlig. Δu = + 0m 6s,4

Struve 1678 austr. præc.

jemförd med a 12h 38m 51s,619 + 15° 4′ 56″,18
red. = + 1,163 — 6,48

Str. 1678 austr. præc. jemförd med a = Struve 1678 bor. sequ. den 22 Juli 1869.

11h 34m 0s M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	+ 1m 54s,964	— 3′ 6″,98
t =	+ 0,315	0,00
r =	0,000	— 0,09
	+ 1 55,279	— 3 7,07

(M.)

Calliope.

Str. 1678 præc.	Calliope.	α' — α.	Mikr.
20,7	26,1	+ 1 5,4	
31,1	36,5	5,4	
10 43 41,5	10 44 46,9	5,4	
0,0	5,1	+ 1 5,1	
10,4	15,5	5,1	
49 20,8	50 26,0	5,2	
10,0	14,7	+ 1 4,7	
20,3	25,1	4,8	
52 30,7	53 35,6	4,9	
	10 57 21		23,682
	10 59 53		23,658
	11 2 19		23,664
	11 4 42		23,640
	11 6 50		23,685
5,8	10,2	+ 1 4,4	
16,2	20,6	4,4	
11 10 26,6	11 11 31,0	4,4	
41,3	45,6	+ 1 4,3	
51,7	56,0	4,3	
12 2,1	14 6,4	4,3	

1869 Mars 30.

Coinc. = 25,000.

Calliope sydlig. Δu = + 0m 5s,0

Jemförelsestjernan densamma som 1869 Mars 29.

red. = + 1s,177 — 6″,39

11h 0m 0s M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	+ 1m 4s,764	— 0′ 23″,62
t =	+ 0,177	0,00
r =	0,000	— 0,01
	+ 1 4,941	— 0 23,63

(M.)

Calliope.

Calliope.	Str. 1678 præc.	α' — α.	Mikr.
s	s	m s	
37,4	17,4	— 0 40,0	
12 13 47,8	12 14 27,9	40,1	23,029
14,1	54,4	— 0 40,3	
16 24,5	17 4,8	40,3	22,907
2,2	42,7	— 0 40,5	
19 12,7	19 53,2	40,5	22,971
42,3	23,0	— 0 40,7	
22 52,8	23 33,4	40,6	22,980
9,2	49,8	— 0 40,6	
25 19,7	26 0,2	40,5	
41,0	21,8	— 0 40,8	
27 51,4	28 32,2	40,8	22,821
41,0	21,6 } ?	— 0 40,6	
29 51,4	30 32,0 }	40,6	22,889
41,3	22,4	— 0 41,1	
31 51,8	32 32,8	41,0	22,870
59,3	40,7	— 0 41,4	
36 9,8	36 51,1	41,3	

1869 April 1.

Coinc.

39,468 39,465 }
533 532 } 39,499

Calliope nordlig. $\Delta u = + 0^m\ 1^s,8$

Jemförelsestjernan densamma som 1869 Mars 29.

red. $= + 1^s,205 \quad - 6'',22$

$12^h\ 25^m\ 0^s$ M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	$-0^m\ 40^s,658$	$+4'\ 47'',24$
t =	— 0,111	0,00
r =	0,000	+ 0,14
	— 0 40,769	+ 4 47,38

(M.)

Calliope.

Calliope.	Str. 1678 præc.	α' — α.	Mikr.
s	s	m s	
26,4	55,4	— 1 29,0	
36,9	5,9	29,0	
11 6 47,3	11 8 16,3	29,0	
55,0	24,0	— 1 29,0	
5,4	34,4	29,0	
10 15,9	11 44,9	29,0	
2,3	31,4	— 1 29,1	
12,8	41,9	29,1	
13 23,2	14 52,3	29,1	
	h m s 11 26 47		15,386
	11 29 49		15,406
	11 32 46		15,332
	mulet	} — 1 30 (m s)	
	11 49 0		(15,176?)
	12 2 41		15,180
	12 5 14		15,221
9,2	40,2	— 1 31,0	
19,7	50,6	30,9	
12 6 30,1	12 8 1,1	31,0	
42,0	13,1	— 1 31,1	
52,4	23,5	31,1	
10 2,8	11 33,9	31,1	

1869 April 2.

Coinc.

39,470 39,471 }
530 531 } 39,500

Calliope nordlig. $\Delta u = + 0^m\ 0^s,4.$

Jemförelsestjernan densamma som 1869 Mars 29.

red. $= + 1^s,219 \quad - 6'',13$

$11^h\ 38^m\ 0^s$ M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	$-1^m\ 30^s,004$	$+6'\ 58'',65$
t =	— 0,246	0,00
r =	0,000	+ 0,20
	— 1 30,250	+ 6 58,85

(M.)

Calliope.

Calliope.	Str. 1678 præc.	α' — α.	Mikr.
s	s	m s	
32,3	39,7	— 3 7,4	
42,8	50,1	7,3	
9 53 53,2	9 57 0,6	7,4	
23,8	31,1	— 3 7,3	
34,2	41,5	7,3	
59 44,6	10 2 52,0	7,4	16,044
39,2	47,2	— 3 8,0	
49,7	57,7	8,0	
10 6 0,1	9 8,1	8,0	16,008
27,1	35,3	— 3 8,2	
37,6	45,8	8,2	
12 48,0	15 56,2	8,2	15,926
16,0	24,2	— 3 8,2	
26,4	34,7	8,3	
18 36,8	21 45,1	8,3	15,966
37,0	45,6	— 3 8,6	
47,5	56,0	8,5	
24 57,8	29 6,4	8,6	15,901

1869 April 4.

Coinc.

53,464 53,462 }
523 522 } 53,493

Calliope nordlig. $\Delta u = -0^m 2^s,7$

Jemförelsestjernan densamma som 1869 Mars 29.

red. $= + 1^s,246 \quad - 5'',95$

$10^h 9^m 0^s$ M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	$-3^m 8^s,010$	$+10' 49'',60$
t =	— 0,515	0,00
r =	— 0,003	+ 0,33
	— 3 8,528	+ 10 49,93

(M.)

Nemausa.

Schjell. 4509.	Nemausa.	α' — α.	Mikr.
s	s	m s	
31,1	45,1	+ 2 14,0	
41,1	55,1	14,0	
12 2 51,3	12 5 5,2	13,9	34,562
12,8	26,8	+ 2 14,0	
22,9	36,8	13,9	
7 32,9	9 46,8	13,9	34,645
12,5	26,0	+ 2 13,5	
22,6	36,1	13,5	
11 32,6	13 46,1	13,5	34,752
13,4	27,0	+ 2 13,6	
23,6	37,1	13,5	
15 33,5	17 47,1	13,6	34,921
54,9	8,1	+ 2 13,2	
5.0	18,1	13,1	
20 15,0	22 28,2	13,2	35,073

1869 April 5.

Coinc.

29,117 29,111 }
079 085 } 29,098

Nemausa nordlig. $\Delta u = -0^m 4^s,5$

	α	δ	Vigt.
	h m s	° ' ''	
Lal. 23399	12 24 33,127	+ (2 3 8,02)	1
B. Z. 152	(32,638)	5,84	1
Str. Cat. gen. 1429 (4 obs.)	33,220	5,41	2
Berlin A. N. 58.232	33,159	5,72	2
Schjell. 4509	32,978	5,49	2
Antaget	12 24 33,120	+ 2 3 5,58	
red. =	+ 1,217	— 6,03	

$12^h 13^m 0^s$ M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	$+2^m 13^s,644$	$+1' 38'',35$
t =	+ 0,366	0,00
r =	0,000	+ 0,08
	+ 2 14,010	+ 1 38,43

(M.)

Eurynome.

Weisse 12^h 730.	Eurynome.	$\alpha' - \alpha$.	Mikr.
$22{,}0^s$?	$39{,}8^s$	$+2^m17^s{,}8$	
32,3	49,9	17,6	
11 25 42,5	28 0,1	17,6	21,272
9,8	27,3	+2 17,5	
20,0	37,4	17,4	
30 30,1	32 47,6	17,5	21,395
28,4	46,0	+2 17,6	
38,6	56,1	17,5	
34 48,7	37 6,2	17,5	21,481
55,0	12,2	+2 17,2	
5,1	22,2	17,1	
40 15,3	42 32,3	17,0	21,604
45,8	2,8	+2 17,0	
55,9	12,9	17,0	
45 6,0	47 23,0	17,0	21,620

1869 April 5.

Coinc.

3,123	3,120	3,097
072	074	

Eurynome nordlig. $\Delta u = -0^m 4^s{,}5$

	α	δ	Vigt.
B. Z. 239	$12^h43^m43^s{,}824$	$-(6°42'20'',68)$	1
jemförd med a	43,803	27,50	2
Antaget	12 43 43,810	−6 42 27,50	
red. =	+ 1,300	− 6,88	

Weisse 12^h 730 jemförd med a = 7-Year Cat. 1011 den 6 Febr. 1870.

$11^h38^m0^s$ M. T.

	$\alpha' - \alpha$	$\delta' - \delta$
	$+2^m17^s{,}330$	$+5'18'',32$
t =	+ 0,376	0,00
r =	− 0,001	+ 0,41
	+2 17,705	+5 18,73

(M.)

Eurynome.

Eurynome.	Rümk. 4130.	$\alpha' - \alpha$	Mikr.
$34{,}2^s$	$4{,}6^s$	$-1^m30^s{,}4$	
44,2	14,8	30,6	
10 7 54,4	10 9 24,9	30,5	
54,1	24,8	−1 30,7	
4,1	34,9	30,8	
11 14,3	12 45,0	30,7	
54,2	24,8	−1 30,6	
4,3	34,9	30,6	
14 14,4	15 45,1	30,7	
	$10^h18^m58^s$		26,196
	10 21 50		26,237
	10 24 51	-1^m31^s	26,150
	10 27 39		26,089
	10 30 5		25,983
22,9	54,3	−1 31,4	
33,0	4,4	31,4	
32 43,1	34 14,5	31,4	
40,3	11,8	−1 31,5	
50,4	22,0	31,6	
36 0,6	37 32,1	31,5	

1869 April 13.

Coinc.

3,176	3,172	3,148
121	122	

Eurynome sydlig. $\Delta u = -0^m 19^s{,}5$.

	α	δ	Vigt.
Piazzi 12^h 183 (14.10)	$12^h40^m47^s{,}368$	$-5°35'1'',39$	1
Lal. 23839—40	47,507	34 59,49	0
B. Z. 239	47,394	34 53,90	0
Rümk. 4130 (5 obs.)	47,135	35 2,89	2
Rob. 2746 (2.3)	47,175	35 2,05	2
Antaget	12 40 47,198	−5 35 2,25	
red. =	+ 1,309	− 7,12	

$10^h22^m0^s$ M. T.

	$\alpha' - \alpha$.	$\delta' - \delta$.
	$-1^m31^s{,}028$	$-6'37'',99$
t =	− 0,249	0,00
r =	+ 0,004	− 0,50
	−1 31,273	−6 38,49

(M.)

Eurynome.

7-Year Cat. 994.	Eurynome.	$\alpha' - \alpha$.	Mikr.
s	s	m s	
55,2	28,2	+ 4 33,0	
5,3	38,2	32,9	
10 20 15,4	10 24 48,4	33,0	32,928
12,1	45,0	+ 4 32,9	
22,2	55,1	32,9	
27 32,3	32 5,1	32,8	33,039
0,0	32,8	+ 4 32,8	
10,1	42,9	32,8	
35 20,2	39 53,0	32,8	33,058
1,4	33,9	+ 4 32,5	
11,6	44,1	32,5	
43 21,7	47 54,1	32,4	33,148
22,9	55,2	+ 4 32,3	
33,1	5,4	32,3	
50 43,2	55 15,5	32,3	33,272
24,0	56,1	+ 4 31,9	
34,1	6,1	32,0	
57 44,2	11 2 16,2	32,0	

1869 April 19.

Coinc.

17,060   17,064 }
016   010 } 17,038

Eurynome nordlig. $\Delta u = -0^m 31^s,5$

	α	δ	Vigt.
	h m s	° ′ ″	
Bradl. 25 Virg. (4 obs.)	12 30 2,86	− 5 6 30,95	0
Lal. 23576	2,731	31,65	0
Piazzi 12h 136 (11.6)	2,709	33,55	1
B. Z. 239	2,709	25,24	0
B. Z. 67	2,420	33,90	0
Rümk. 4044	2,661	35,63	2
Rob. 2714 (7.5)	2,650	34,17	2
7-Year Cat. 994 (11.10)	2,616	34,12	2
Antaget	12 30 2,652	− 5 6 34,48	
red. =	+ 1,283	− 7,47	

$10^h 43^m 0^s$ M. T.

	$\alpha' - \alpha$.	$\delta' - \delta$.
	m s	′ ″
	+ 4 32,563	+ 4 38,94
t =	+ 0,749	0,00
r =	0,000	+ 0,33
	+ 4 33,312	+ 4 39,27

(M.)

Concordia.

Schjell. 4760.	Concordia.	$\alpha' - \alpha$.	Mikr.
s	s	m s	
10,4	9,2	+ 1 58,8	
20,4	19,2	58,8	
13 43 30,5	13 45 29,2	58,7	
1,0	59,8	+ 1 58,8	
11,1	9,8	58,7	
47 21,1	49 19,8	58,7	6,891
15,1	13,7	+ 1 58,6	
25,1	23,8	58,7	
51 35,2	53 33,9	58,7	6,820
52,6	50,8	+ 1 58,2	
2,5	0,8	58,3	
14 1 12,7	11 3 10,9	58,2	6,644
	Mulet.		

1869 Mars 23.

Coinc.

39,467   39,472 }
529   530 } 39,500

Concordia nordlig. $\Delta u = +0^m 15^s,7$

	α	δ	Vigt.
	h m s	° ′ ″	
B. Z. 81	(13 9 16,628)	− 3 12 48,18	1
Schjell. 4760	17,130	45,08	2
Antaget	13 9 17,130	− 3 12 46,11	
red. =	+ 1,168	− 5,67	

$13^h 54^m 0^s$ M. T.

	$\alpha' - \alpha$	$\delta' - \delta$
	m s	′ ″
	+ 1 58,570	+ 9 26,15
t =	+ 0,324	0,00
r =	+ 0,004	+ 0,61
	+ 1 58,898	+ 9 26,76

(M.)

Concordia.

Concordia.	Schjell. 4778.	α′ — α.	Mikr.
s	s	m s	
5,1	5,8	— 4 0,7	
15,1	15,9	0,8	
10 55 25,1	10 59 25,9	0,8	
26,5	27,7	— 4 1,2	
36,6	37,8	1,2	
11 2 46,6	11 6 47,8	1,2	
12,0	13,2	— 4 1,2	
22,0	23,2	1,2	
14 32,0	18 33,3	1,3	
49,2	51,0	— 4 1,8	
59,1	1,0	1,9	
23 9,2	27 11,0	1,8	
	h m s		
	11 34 20		33,302
	11 41 0	— 4^m 2^s	33,260
	11 50 36		33,102

1869 Mars 25.

Coinc. = 35,000

Concordia nordlig; luften mot slutet töcknig.

$\Delta u = + 0^m 12^s,7$

	α	δ	Vigt.
B. Z. 70	13^h 13^m 56^s,823	— 2° 50′ 39″,88	1
Schjell. 4778	56,692	41,20	2
Antaget	13 13 56,736	— 2 50 40,76	
red. =	+ 1,179	— 5,61	

11^h 9^m 0^s M. T.

	α′ — α.	δ′ — δ.
	— 4^m 1^s,268	+ 0′ 22″,39
t =	— 0,661	0,00
r =	0,000	+ 0,03
	— 4 1,929	+ 0 22,42

(M.)

Concordia.

Rümk. 4229.	Concordia.	α′ — α.	Mikr.
s	s	m s	
11,3	5,1	+ 0 53,8	
21,3	15,0	53,7	
11 31 31,4	11 32 25,1	53,7	
30,0	23,5	+ 0 53,5	
40,0	—	—	
33 50,1	34 43,5	53,4	
4,4	58,0	+ 0 53,6	
14,4	8,0	53,6	
36 24,5	37 —	—	
	h m s		
	11 39 8		40,601 ?
	mulet.		
	11 50 20		40,924
	11 53 43		40,958
	11 58 34		40,928
	12 2 48		40,962
	12 4 39		40,953
27,8	20,2	+ 0 52,4	
37,9	30,2	52,3	
12 5 47,9	12 6 40,2	52,3	
33,5	26,0	+ 0 52,5	
43,6	36,1	52,5	
7 53,6	8 46,1	52,5	
46,1	38,3	+ 0 52,2	
56,1	—	—	
10 6,2	10 58,4	52.2	

1869 Mars 30.

Coinc.

29,130	29,131	29,101
072	072	

Concordia nordlig. $\Delta u = + 0^m 5^s,0$

	α	δ	Vigt.
B. Z. 70	13^h 5^m 14^s,319	— 2° 18′ 39″,27	1
Rümk. 4229	13,957	37,94	2
Antaget	13 5 14,078	— 2 18 38,38	
red. =	+ 1,229	— 6,07	

11^h 51^m 0^s M. T.

	α′ — α.	δ′ — δ.
	+ 0^m 53^s,002	+ 3′ 22″,97
t =	+ 0,145	0,00
r =	— 0,001	+ 0,20
	+ 0 53,146	+ 3 23,17

(M.)

Concordia.

Schjell. 4739.	Concordia.	α′ — α.	Mikr.
s	s	m s	
18,3	3,2	+ 2 44,9	
28,3	13,2	44,9	
13 13 38,4	13 16 23,2	44,8	32,174
54,1	38,9	+ 2 44,8	
4,1	48,9	44,8	
19 14,2	21 58,9	44,7	32,292
57,2	41,8	+ 2 44,6	
7,2	51,9	44,7	
24 17,3	27 1,9	44,6	32,461
38,9	23,1	(+ 2 44,2)	
49,0	33,1	(44,1)	
29 59,0	32 43,2	(44,2)	32,493
53,8	38,0	+ 2 44,2	
3,8	48,0	44,2	
35 13,9	37 58,0	44,1	32,667
48,9	32,8	+ 2 43,9	
58,9	42,9	44,0	
40 9,0	42 52,9	43,9	32,779

1869 April 1.

Coinc. = 39,499.

Concordia sydlig. $\Delta u = + 0^m 1^s,7$

	α		δ	Vigt.
	h m s		° ′ ″	
Lal. 24401	13 1 45,605	—	1 58 49,92	0
B. Z. 70	45,874		48,01	0
Schjell. 4739	45,446		43,83	1
Antaget	13 1 45,446	—	1 58 43,83	
red. =	+ 1,244	—	6,21	

$13^h 29^m 0^s$ M. T.

	α′ — α.		δ′ — δ.
	m s		′ ″
	+ 2 44,478	—	2 1,80
t =	+ 0,450		0,00
r =	0,000	—	0,12
	+ 2 44,928	—	2 1,92

(M.)

Concordia.

Schjell. 4739.	Concordia.	α′ — α.	Mikr.
s	s	m s	
23,1	21,7	+ 1 58,6	
33,1	31,8	58,7	
12 46 43,2	12 48 41,8	58,6	33,325
25,8	24,2	+ 1 58,4	
35,9	34,3	58,4	
50 46,0	52 44,3	58,3	33,500
29,3	27,2	+ 1 57,9	
39,4	37,3	57,9	
54 49,4	56 47,4	58,0	33,580
5,2	3,3	+ 1 57,9	
15,3	13,3	58,0	
59 25,4	13 0 23,4	58,0	33,681
2,2	0,1	+ 1 57,9	
12,2	10,1	57,9	
13 3 22,2	5 20,1	57,9	33,711
41,8	39,6	+ 1 57,8	
51,8	—	—	
7 1,9	8 —	—	

1869 April 2.

Coinc.

17,052	17,052	17,027
000	003	

Concordia nordlig. $\Delta u = + 0^m 0^s,3$

Jemförelsestjernan densamma som 1869 April 1.

red. = + $1^s,250$ - $6'',22$

$12^h 58^m 0^s$ M. T.

	α′ — α.		δ′ — δ.
	m s		′ ″
	+ 1 58,120	+	4 46,70
t =	+ 0,323		0,00
r =	+ 0,002	+	0,28
	+ 1 58,445	+	4 46,98

(M.)

Concordia.

Schjell. 4724.	Concordia.	α′ — α.	Mikr.
s	s	m s	
26,4	54,6	+ 3 28,2	
36,5	—	—	
11 29 46,6	11 33 14,8	28,2	

1869 April 4.

Coinc.

3,050	3,049	3,026
004	003	

Concordia nordlig. $\Delta u = - 0^m 2^s,8$

Concordia.

Schjell. 4724.	Concordia.	α' — α.	Mikr.
s 20,0	s 48,0	+ m s 3 28,0	
30,0	58,0	28,0	
11 35 40,1	11 39 8,0	27,9	40,301
55,9?	23,2	+ 3 27,3	
5,8	33,3	27,5	
41 15,9	44 43,4	27,5	40,277
42,8	10,3	+ 3 27,5	
52,8	20,4	27,6	
47 2,9	50 30,5	27,6	40,352
35,8	3,1	+ 3 27,3	
45,9	13,1	27,2	
52 55,9	56 23,2	27,3	40,381
21,1	48,2	+ 3 27,1	
31,1	58,2	27,1	
59 41,2	12 3 8,3	27,1	40,580?

1869 April 4.

	α	δ	Vigt.
Lal. 24321	h m s 12 58 43,277	— ° ′ ″ 1 51 15,54	1
B. Z. 70	43,611	16,11	1
Schjell. 4724	43,382	15,51	2
Antaget	12 58 43,413	— 1 51 15,67	
red. =	+ 1,261	— 6,33	

h m s 11 48 0 M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	+ m s 3 27,630	+ 10′ 46″,14
t =	+ 0,569	0,00
r =	— 0,002	+ 0,62
	+ 3 28,197	+ 10 46,76

(M.)

Parthenope.

Parthenope.	Schjell. 4927.	α' — α.	Mikr.
s 31,6	s 18,9	— m s 0 47,3	
11 27 41,7	11 28 28,9	47,2	
4,9	52,0	— 0 47,1	
29 14,9	30 2,1	47,2	
31,7	19,0	— 0 47,3	
33 41,8	34 29,1	47,3	
27,2	14,6	— 0 47,4	
35 37,2	36 24,7	47,5	
	h m s 11 38 25		41,259
	11 40 20		41,300
	11 41 59	— m s 0 48	41,211
	11 43 47		41,201
	11 45 31		41,212
19,5	7,2	— 0 47,7	
46 29,6	47 17,3	47,7	
56,1	44,0	— 0 47,9	
48 6,1	48 54,0	47,9	
30,6	18,8	— 0 48,2	
49 40,8	50 28,9	48,1	
9,4	57,2	— 0 47,8	
51 19,5	52 7,3	47,8	

1869 April 19.

Coinc.

3,176 3,179 } 3,149
121 122

Parthenope sydlig. Δu = — m s 0 31,6

	α	δ	Vigt.
Lal. 25440	h m s 13 41 53,068	— ° ′ ″ 2 11 10,75	1
Piazzi 13h 203 (4.6)	52,923	11,05	2
B. Z. 76	52,801	14,57	1
Rob. 2940 (5 obs.)	—	10,81	3
Altona A. N. 34.70 (2 obs.)	52,772	10,64	3
Schjell. 4927	52,872	13,15	2
Schjell. 4928	52,912	9,05	2
Antaget	13 41 52,873	— 2 11 11,16	
red. =	+ 1,365	— 5,04	

h m s 11 40 0 M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	— m s 0 47,566	— 10′ 59″,75
t =	— 0,130	0,00
r =	+ 0,007	— 0,69
	— 0 47,689	— 11 0,44

(M.)

Parthenope.

Parthenope.	Schjell. 4927.	α' — α.	Mikr.
s 39,0	s 5,2	m s — 3 26,2	
49,1	15,2	26,1	
10 30 59,1	10 34 25,3	26,2	23,894
31,0	57,6	— 3 26,6	
41,2	7,8	26,6	
36 51,2	40 17,9	26,7	23,879
26,2	53,2	— 3 27,0	
36,4	3,2	26,8	
42 46,5	46 13,4	26,9	23,700
59,0	26,0	— 3 27,0	
9,2	36,1	26,9	
49 19,3	52 46,2	26,9	23,701
16,5	43,4	— 3 26,9	
26,5	53,6	27,1	
54 36,7	58 3,7	27,0	23,667

1869 April 22.

Coinc.

39,541 39,539 } 39,517
492 495 }

Parthenope nordlig. $\Delta u = -0^m 36^s,7$.

Jemförelsestjernan densamma som 1869 April 19.

red. = + 1^s,381 — 4'',96

10^h 42^m 0^s M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	— 3^m 26^s,722	+ 4' 32'',69
t = —	0,565	0,00
r = —	0,002 +	0,27
	— 3 27,289	+ 4 32,96

(M.)

Parthenope.

Parthenope.	Schjell. 4914.	α' — α.	Mikr.
s 50,1	s 59,1	m s — 2 9,1	
0,1	9,2	9,1	
10 16 10,2	10 18 19,3	9,1	20,741
49,2	58,5	— 2 9,3	
59,4	8,6	9,2	
20 9,5	22 18,8	9,3	20,697
30,8	39,9	— 2 9,1	
40,9	50,0	9,1	
23 50,9	26 0,1	9,1	20,638
56,2	5,8	— 2 9,6	
6,4	16,0	9,6	
29 16,5	31 26,0	9,5	20,443
48,8	58,4	— 2 9,6	
58,9	8,6	9,7	
35 9,0	37 18,7	9,7	20,467
48,4	58,2	— 2 9,8	
58,5	8,3	9,8	
39 8,6	41 18,5	9,9	20,409

1869 April 23.

Coinc.

53,442 53,439 } 53,486
533 530 }

Parthenope nordlig. $\Delta u = -0^m 38^s,6$

	α	δ	Vigt.
Alt. A. N. 34.70 (2obs.)	13^h 39^m 42^s,512	— 2° 11' 8'',60	2
Schjell. 4914	42,742	11,27	1
Antaget	13 39 42,589	— 2 11 9,49	
red. =	+ 1,381	— 4,99	

10^h 27^m 0^s M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	— 2^m 9^s,443	+ 9' 30'',25
t = —	0,355	0,00
r = —	0,006 +	0,59
	— 2 9,804	+ 9 30,84

(M.)

Parthenope.

Parthenope.	Rümk. 4425.	α' — α.	Mikr.
h m s	h m s	m s	
11 49 18,4	11 49 44,0	— 0 25,6	5,695
50 53,8	51 19,4	25,6	
51 58,0	52 23,7	25,7	
53 3,5	53 28,9	25,4	5,696
54 26,9	54 52,6	25,7	
55 26,9	55 52,5	25,6	
57 16,8	57 42,4	25,6	5,745
12 2 2,1	12 2 28,0	25,9	
3 5,2	3 31,0	25,8	
4 53,0	5 19,1	26,1	5,864
6 20,0	6 46,1	26,1	
7 42,2	8 8 3	26,1	
9 6,1	9 32,4	26,3	5,949
10 32,8	10 59,1	26,3	

1869 April 25.

Coinc.

17,039 17.038
081 079 } 17,059

Parthenope sydlig. $\Delta u = -0^m 42^s,3$

	α	δ	Vigt.
	h m s	° ' ''	
B. Z. 76	13 36 9,555	— 1 48 26,79	1
Rümk. 4425	9,580	24,34	2
Antaget	13 36 9,572	— 1 48 25,16	
red. =	+ 1,381	— 5,00	

12^h 0^m 0^s M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	m s	' ''
	— 0 25,878	— 3 14,78
t =	— 0,068	0,00
r =	— 0,001	— 0,19
	— 0 25,947	— 3 14,97

(M.)

Parthenope.

Parthenope.	Rümk. 4425.	α' — α.	Mikr.
s	s	m s	
1,6	15,0	— 1 13,4	
11,8	25,1	13,3	
10 0 21,8	10 1 35,2	13,4	25,563
49,0	2,8	— 1 13,8	
59,2	12,9	13,7	
4 9,2	5 23,0	13,8	25,538
47,0	0,6	— 1 13,6	
57,1	10,8	13,7	
7 7,1	8 20,9	13,8	25,480
4,1	17,8	— 1 13,7	
14,1	27,9	13,8	
10 24,2	11 38,0	13,8	25,456
11,9	25,9	— 1 14,0	
22,0	36,0	14,0	
16 32,1	17 46,1	14,0	25,349

1869 April 26.

Coinc.

29,087 29,088
131 130 } 29,109

Parthenope nordlig. $\Delta u = -0^m 44^s,0$

Jemförelsestjernan densamma som 1869 April 25.

red. = + 1^s,384 — 4'',98

10^h 8^m 0^s M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	m s	' ''
	— 1 13,762	+ 1 3,12
t =	— 0,202	0,00
r =	— 0,001	+ 0,06
	— 1 13,965	+ 1 3,18

(M.)

Pomona.

Arg. Mer. 14^h 62.	Pomona.	α' — α.	Mikr.
s	s	m s	
23,8	20,2	+ 0 56,4	
11 18 34,4	11 19 30,8	56,4	24,141

1869 April 22.

Coinc.

29,129 29,132
090 086 } 29,109

Pomona.

Arg. Mer. 14h 62.	Pomona.	α′ − α.	Mikr.
24,9 s	21,0 s	+ 0 m 56,1 s	
11 21 35,4	11 22 31,7	56,3	24,202
55,9	—	—	
24 6,4	25 2,6	+ 0 56,2	
54,2	50,5	+ 0 56,3	
26 4,8	27 1,0	56,2	24,154
34,0	30,2	+ 0 56,2	
29 44,6	30 40,7	56,1	24,358
15,0	11,1	+ 0 56,1	
32 25,6	33 21,6	56,0	24,403
31,2	27,1	+ 0 55,9	
35 41,8	36 37,7	55,9	24,532?
59,5	55,2	+ 0 55,9	
40 10,0	41 5,8	55,8	24,478

1869 April 22.

Pomona sydlig. $\Delta u = - 0^m 36^s,8$

	α	δ	Vigt.
Lal. 26702	14h 32m 54s,092	− 15° 37′ 59″,18	1
Arg. Mer. 14h 62	54,279	38 0,52	2
Antaget	14 32 54,217	− 15 38 0,07	
red. =	+ 1,526	− 3,10	

11h 30m 0s M. T.

	α′ − α.	δ′ − δ.
	+ 0m 56s,071	− 1′ 22″,62
t =	+ 0,153	0,00
r =	+ 0,002	− 0,24
	+ 0 56,226	− 1 22,86

(M.)

Pomona.

Arg. Mer. 14h 62.	Pomona.	α′ − α.	Mikr.
10h 52m 23s,2	10h 52m 31s,2	+ 0m 8s,0	35,060
54 14,0	54 21,9	7,9	
55 3,8	55 11,7	7,9	
56 55,0	57 2,7	7,7	35,091
57 55,0	58 2,8	7,8	
58 36,2	58 44,0	7,8	
59 29,0	59 36,6	7,6	35,147
11 0 28,4	11 0 36,0	7,6	
1 13,8	1 21,3	7,5	
2 25,7	2 33,2	7,5	35,161
3 36,0	3 43,6	7,6	
4 20,0	4 27,4	7,4	
5 6,1	5 13,7	7,6	35,286
6 15,6	6 23,0	7,4	
6 58,8	7 6,1	7,3	

1869 April 23.

Coinc.

17,060 17,062 }
021 022 } 17,041

Pomona nordlig. $\Delta u = - 0^m 38^s,7$

Jemförelsestjernan densamma som 1869 April 22.

red. = + 1s,535 − 3″,13

11h 0m 0s M. T.

	α′ − α.	δ′ − δ.
	+ 0m 7s,634	+ 5′ 13″,94
t =	+ 0,021	0,00
r =	− 0,015	+ 0,98
	+ 0 7,640	+ 5 14,92

(M.)

Pomona.

Weisse 14h 439.	Pomona.	α′ − α.	Mikr.
58,6 s	42,8 s	+ 2m 44s,2	
9,2	53,2	44,0	
12 3 19,7	12 6 3,6	43,9	33,307

1869 April 29.

Coinc. = 39,517

Pomona sydlig. $\Delta u = - 0^m 50^s,3$

Pomona.

Weisse 14^{h}439.	Pomona.	α' − α.	Mikr.
$46,1^{s}$	$28,8^{s}$	$+2^{m}43,7^{s}$	
56,6	39,3 $+1^{s}$?	43,7	
12 9 7,9	12 11 50,7	43,8	33,485
11,0	54,6	+2 43,6	
21,5	5,0	43,5	
14 31,9	17 15,5	43,6	33,561
36,0	19,6?	+2 43,6	
46,6	29,9	43,3	
20 57,0	23 40,3	43,3	33,776
25,0	8,4	+2 43,4	
35,4	18,8	43,4	
26 46,0	29 29,2	43,2	33,970

1869 April 29.

	α	δ	Vigt.
B. Z. 242	$14^{h}25^{m}11,302^{s}$	$-14°49'16,96''$	1
B. Z. 247	11,450	11,02	1
Antaget	14 25 11,376	−14 49 13,99	
red. =	+ 1,578	− 3,73	

$12^{h}17^{m}0^{s}$ M. T.

	α' − α.	δ' − δ.
	$+2^{m}43,600^{s}$	$-1'42,04''$
t =	+ 0,448	0,00
r =	− 0,001	− 0,25
	+ 2 44,047	− 1 42,29

(M.)

Pomona.

Weisse 14^{h}439.	Pomona.	α' − α.	Mikr.
$49,8^{s}$	$43,2^{s}$	$+1^{m}53,4^{s}$	
10,6	14,2	53,6	
12 0 31,8	12 2 25,0	53,2	11,173
49,1	42,1	+1 53,0	
9,9	3,0	53,1	
4 30,7	6 23,8	53,1	11,060
14,0	7,0	+1 53,0	
34,8	27,9	53,1	
8 55,8	10 48,7	52,9	10,992
57,8	50,8	+1 53,0	
18,6	11,5	52,9	
12 39,4	14 32,3	52,9	10,930
46,5	39,2	+1 52,7	
7,2	0,0	52,8	
16 28,1	18 20,8	52,7	10,858

1869 April 30.

Coinc.

29,144 29,143 }
089 090 } 29,116

Pomoua nordlig. $\Delta u = -0^{m}52,5^{s}$

Jemförelsestjernan densamma som 1869 April 29.

red. = $+1,585^{s}$ $-3,77''$

$12^{h}10^{m}0^{s}$ M. T.

	α' − α.	δ' − δ.
	$+1^{m}53,004^{s}$	$+5'13,89''$
t =	+ 0,309	0,00
r =	+ 0,003	+ 0,77
	+ 1 53,316	+ 5 14,66

(M.)

Egeria.

Egeria.	Arg. Mer. 15^{h}5.	α' − α.	Mikr.
$50,2^{s}$	$12,3^{s}$	$-1^{m}22,1^{s}$	
1,0	23,0	22,0	
12 4 11,7	12 5 33,6	21,9	32,772
34,7	57,0	−1 22,3	
11 45,2	13 7,5	22,3	32,745
46,7	9,1	−1 22,4	
14 57,2	16 19,7	22,5	32,733

1869 April 19.

Coinc. = 17,038.

Egeria sydlig. $\Delta u = 0^{m}31,7^{s}$

	α	δ	Vigt.
Lal. 27639	$15^{h}4^{m}31,062^{s}$	$-16°6'51,41''$	1
Arg. Mer. 15^{h}5	31,282	54,46	2
Antaget	15 4 31,209	−16 6 53,44	
red. =	+ 1,458	− 1,54	

Egeria.

Egeria.	Arg. Mer. 15h 5.	α' — α.	Mikr.
58,7	21,1	— 1 22,4	
12 18 9,1	12 19 31,6	22,5	32,803
13,8	36,3	— 1 22,5	
23 24,3	24 47,0	22,7	32,870
19,0	42,0	— 1 23,0	
30 29,4	31 52,4	23,0	32,827
26,0	49,2	— 1 23,2	
33 36,5	34 59,8	23,3	32,910

1869 April 19.

12h 17m 0s M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	— 1m 22s,507	— 4' 33",02
t = —	0,225	0,00
r = +	0,008	— 0,82
	— 1 22,724	— 4 33,84

(M.)

Egeria.

Egeria.	Arg. Mer. 15h 5.	α' — α.	Mikr.
5,7	30,7	— 4 25,0	
16,2	41,2	25,0	
11 53 26,8	11 57 51,8	25,0	41,985
39,2	4,3	— 4 25,1	
49,7	14,9	25,2	
12 0 0,1	12 4 25,4	25,3	41,945
20,4	46,1	— 4 25,7	
31,0	56,6	25,6	
7 41,5	12 7,1	25,6	41,972
53,0	19,0	— 4 26,0	
3,6	29,6	26,0	
16 14,1	20 40,1	26,0	42,166
13,3	39,8	— 4 26,5	
23,9	50,2	26,3	
26 34,4	31 0,7	26,3	42,141

1869 April 22.

Coinc.

3,179 3,179 }
133 131 } 3,155

Egeria sydlig. $\Delta u = - 0^m 36^s,8$

Jemförelsestjernan densamma som 1869 April 19.

red. = + 1s,500 — 1",66

12h 9m 0s M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	— 4m 25s,682	— 11' 13",52
t = —	0,727	0,00
r = +	0,018	— 2,00
	— 4 26,391	— 11 15,52

(M.)

Egeria.

*11m	Egeria.	α' — α	Mikr.
h m s	h m s	m s	
11 48 24,0	11 48 37,3	+ 0 13,3	25,347
49 47,3	50 0,9	13,6	
50 53,8	51 7,1	13,3	
51 47,9	52 1,3	13,4	
52 52,0	53 5,2	13,2	(25,444)
54 9,5	54 22,8	13.3	
54 59,2	55 12,5	13,3	
56 4,2	56 17,4	13,2	25,285
57 35,1	57 48,2	13,1	
58 33,0	58 46,1	13,1	
59 41,6	59 54,5	13,1	25,328

1869 April 23.

Coinc. = 53,486.

Egeria sydlig. $\Delta u = - 0^m 38^s,8.$

	α	δ	Vigt.
*11m jemförd med a	14h 58m 49s,373	— 16° 12' 1",08	
red. =	+ 1,521	— 1,95	

*11m jemförd med a = Rob. 3167 samma dag.

Egeria.

*11	Egeria.	α' — α.	Mikr.
h m s	h m s	m s	
12 0 59,1	12 1 12,0	+ 0 12,9	
1 44,8	1 57,6	12,8	
3 22,0	3 34,8	12,8	25,320
4 55,1	5 7,7	12,6	
6 48,8	7 1,3	12,5	

1869 April 23.

12^h 0^m 0^s M. T.

	α' — α	δ' — δ
	+ 0^m 12^s,943	— 8' 8'',16
t =	+ 0,035	0,00
r =	+ 0,013	— 1,46
	+ 0 12,991	— 8 9,62

(M.)

Egeria.

Egeria.	A. Z. 206:86.	α' — α.	Mikr.
s	s	m s	
4,7	40,1	— 1 35,4	
15,2	50,7	35,5	
12 44 25,8	12 46 1,2	35,4	38,802
46,0	21,6	— 1 35,6	
56,6	32,2	35,6	
48 7,2	49 42,8	35,6	38,819
1,2	36,8	— 1 35,6	
11,7	47,2	35,5	
53 22,2	54 57,8	35,6	38,858
40,1	17,2	— 1 37,1	
50,7	27,8	37,1	
13 17 1,2	13 18 38,2	37,0	38,939
24,5	1,5	— 1 37,0	
35,0	2,1	37,1	
20 45,6	22 12,6	37,0	38,970
56,6	34,1	— 1 37,5	
7,1	44,6	37,5	
25 17,8	26 55,1	37,3	

1869 April 29.

Coinc.

3,169 3,170 }
128 127 } 3,148

	α	δ	Vigt.
Arg. Zon. 286.86	14^h 54^m 4^s,375	— 16° 21' 54'',82	1
„ 299.99	4,695	51,44	1
Antaget	14 54 4,535	— 16 21 53,13	
red. =	+ 1,599	— 2,37	

13^h 4^m 0^s M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	— 1^m 36^s,355	— 10' 19'',09
t =	— 0,264	0,00
r =	— 0,013	— 1,84
	— 1 36,632	— 10 20,93

(M.)

Egeria.

Egeria.	A. Z. 206.86.	α' — α.	Mikr.
s	s	m s	
29,0	—		
49,7	31,0	— 2 41,3	
12 33 10,8	12 35 52,0	41,2	11,653
39,3	20,8	— 2 41,5	
0,1	41,8	41,7	
38 21,0	41 2,5	41,5	11,582
56,0	37,7	— 2 41,7	
16,7	58,8	42,1	
45 37,8	48 19,7	41,9	11,561

1869 April 30.

Coinc.

53,481 53,496 }
559 544 } 53,520

Egeria sydlig. Δu = — 0^m 52^s,6

Jemförelsestjernan densamma som 1869 April 29.

red. = + 1^s,608 — 2'',42

Egeria.

Egeria.	A. Z. 206 86.	α′ α.	Mikr.
s	s	m s	
32,9	14,7	— 2 41,8	
53,7	35,8	42,1	
12 51 14,5	12 53 16,7	42,2	11,561
27,2	9,2	— 2 42,0	
48,0	30,1	42,1	
57 8,9	59 51,1	42,2	11,530

1869 April 30.

12h 44m 0s M. T.

	α′ — α	δ′ — δ
	2m 41s,782	12′ 6″,39
t = —	0,443	0,00
r = —	0,010	— 2,12
	— 2 42,235	— 12 8,51

(M.)

Melpomene.

Melpomene.	Schjell. 5523.	α′ α.	Mikr.
h m s	h m s	m s	
13 17 34,0	13 17 46,6	0 12,6	
18 31,1	18 43,8	12,7	
20 4,6	20 17,2	12,6	
20 48,5	21 1,3	12,8	
21 45,3	21 58,1	12,8	
22 28,4	22 41,5	13,1	
23 22,6	23 35,6	13,0	
	13h 25m 5s	— 0m 13s	44,889
	13 26 39		44,779
	13 28 10		44,736
	13 31 26		44,850
	13 32 56		44,758
35 26,4	35 39,8	0 13,4	
36 26,2	36 39,8	13,6	
38 4,4	38 18,1	13,7	
39 55,7	40 9,2	13,5	
40 42,8	41 56,2	13.4	
42 49,2	43 2,8	13,6	
43 43,0	43 56,8	13,8	

1869 April 30.

Coinc.

17,078 17,064 }
028 020 } 17,047

Melpomene nordlig. Bilderna otydliga till följe af fuktighet på okularet.

$\varDelta u = -0^m 52^s,7$

	α		δ	Vigt.
B. Z. 84	15h 28m 15s,785	—	2° 52′ 45″,61	1
Schjell. 5523	15,660		46,54	2
Antaget	15 28 15,702	—	2 52 46,23	
red. =	+ 1,455	—	1,83	

13h 30m 0s M. T.

	α′ — α.	δ′ — δ.
	— 0m 13s,210	+ 8′ 1″,22
t = —	0,036	0,00
r = +	0,003	+ 0,50
	— 0 12,243	+ 8 1,72

(M.)

Melpomene.

Melpomene.	Schjell 5520.	α′ — α.	Mikr.
s	s	m s	
43,5	7,7	— 1 24,2	
3,6	27,4	23,8	
11 20 23,8	11 21 47,6	23,8	
51,5	15,1	— 1 23,6	
12,3	36,1	23,8	
23 32,2	24 55,7	23,5	
45,9	9,6	— 1 23,7	
5,6	29,8	24,2	
26 25.8	27 49,6	23,8	

1869 Maj 2.

Coinc.

39,543 39,485 }
482 540 } 39,512

Melpomene sydlig. $\varDelta u = -0^m 57^s,0$

	α		δ	Vigt.
Lal. 28357	15h 27m 42s,550	—	2° 29′ 59″,80	1
B. Z. 84	42,320		30 3,74	1
Schjell. 5520	42,392		30 1,30	2
Antaget	15 27 42,413	—	2 30 1,53	
red. =	+ 1,476	—	1,74	

Melpomene.

Melpomene.	Schjell. 5520.	α' − α.	Mikr.
	h m s		
	11 31 41		51,260
	11 34 52	m s	51,275
	11 46 20	− 1 24	51,203
	11 49 22		51,138
	11 51 59		51,030
s	s	m s	
19,1	44,4	− 1 24,3	
39,3	4,5	24,2	
11 55 59,6	11 57 24,4	24,8	
8,6	34,2	− 1 25,6	
29,0	54,2	25,2	
58 49,1	12 0 14,2	25,1	

1869 Maj 2.

h m s
11 39 0 M. T.

	α' − α.	δ' − δ.
	m s	° ′ ″
	− 1 24,495	− 3 22,45
t =	− 0,231	0,00
r =	+ 0,001	− 0,21
	− 1 24,725	− 3 22,66

(A.)

Melpomene.

Melpomene.	Schjell. 5520.	α' − α.	Mikr.
s	s	m s	
10,0	26,1	− 3 16,1	
30,1	46,2	16,1	
11 46 50,0	11 50 6,2	16,2	25,259
25,2	41,4	− 3 16,2	
45,3	1,6	16,3	
52 5,2	55 21,7	16,5	25,136
40,0	56,2	3 16,2	
0,1	16,4	16,3	
57 20,0	12 0 36,5	16,5	25,182
2,0	18,8	− 3 16,8	
22,1	38,9	16,8	
12 2 42,1	5 58,9	16,8	25,084
34,7	51,8	− 3 17,1	
54,9	12,0	17,1	
8 14,9	11 32,0	17,1	25,021

1869 Maj 4.

Coinc.

53,500	53,502	53,526
552	552	

Melpomene nordlig. $\Delta u = - 1^m\, 0^s{,}3$.

Jemförelsestjernan densamma som 1869 Maj 2.

red. $= + 1^s{,}501$ $\quad$ $1''{,}63$

h m s
11 57 0 M. T.

	α' − α.	δ' − δ.
	m s	′ ″
	− 3 16,572	+ 8 11,87
t =	− 0,538	0,00
r =	0,000	+ 0,50
	− 3 17,110	+ 8 12,37

(M.)

Melete.

Arg. Mer.	Melete.	α' − α.	Mikr.
s	s	m s	
40,0	56,8	+ 2 16,8	
0,6	17,4	16,8	
12 26 20,9	12 28 37,8	16,9	30,896
31,9	48,6	+ 2 16,9	
52,6	9,0	16,4	
31 12,9	33 29,3	16,4	30,972
16,2	32,8	+ 2 16,6	
36,7	53,3	16,6	
35 57,1	38 13,7	16,6	31,063

1869 Maj 2.

Coinc.

29,128	29,126	29,107
088	085	

Melete nordlig. Bilderna oroliga. $\Delta u = - 0^m\, 57^s{,}1$

	α	δ	Vigt.
	h m s	° ′ ″	
Lal. 28305	15 26 24,557	− 10 37 14,08	0
Arg. Mer.	25,124	16,75	1
Antaget	15 26 25,124	− 10 37 16,75	
red. =	+ 1,544	− 1,36	

Melete.

Arg. Mer.	Melete.	α' — α.	Mikr.
s	s	m s	
36,0	52,2	+ 2 16,2	
56,6	12,9	16,3	
12 41 16,9	12 43 33,1	16,2	31,202
23,3	39,4	+ 2 16,1	
43,9	0,0	16,1	
51 4,4	53 20,3	15,9	31,349

1869 Maj 2.

12h 41m 0s M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	+ 2m 16s,348	+ 0' 35'',41
t =	— 0,374	0,00
r =	0,000	+ 0,06
	+ 2 16,722	+ 0 35,47

(M.)

Melete.

Melete.	A. N. 27.20.	α' — α.	Mikr.
s	s	m s	
58,2	0,1	— 3 1,9	
18,8	20,6	1,8	
13 4 39,2	13 7 40,9	1,7	
42,9	44,6	— 3 1,7	
3,3	5,1	1,8	
9 23,8	12 25,3	1,5	
	h m s		
	13 20 1	— 3m 2s	35,943
	13 26 21		35,800
	13 30 47		35,668
	13 35 8		35,590
55,0	57,8	— 3 2,8	
15,6	18,2	2,6	
37 36,2	40 38,7	2,5	
45,1	48,0	— 3 2,9	
5,6	8,6	3,0	
42 26,2	45 29,0	2,8	

1869 Maj 4.

Coinc.

3,169 3,171 }
124 126 } 3,147

Melete sydlig. Δu = 1m 0s,4

	α	δ	Vigt.
B. Z. 171	(15h 30m 10s,795)	— 10° 10' 42'',73	1
B. Z. 243	10,438	42,16	1
Berlin. A. N. 27.20 (2 obs.)	10,455	42,53	3
Antaget	15 30 10,451	— 10 10 42,50	
red. =	+ 1,562	— 1,23	

13h 23m 0s M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	— 3m 2s,278	— 9' 24'',98
t =	— 0,499	0,00
r =	— 0,002	— 0,97
	— 3 2,779	— 9 25,95

(M.)

Bellona.

Weisse 18h 795.	Bellona.	α' — α.	Mikr.
s	s	m s	
4,3	15,0	+ 2 10,7	
25,0	35,8	10,8	
11 12 45,6	11 14 56,2	10,6	
48,8	59,1	+ 2 10,3	
9,5	19,8	10,3	
16 29,8	18 40,3	10,5	

1869 Juli 5.

Coinc.

39,564 39,562 }
523 521 } 39,542

Bellona sydlig. Δu = — 2m 59s,6

	α	δ
B. Z. 253	18h 33m 23s,914	— 13° 27' 2'',25
red. =	+ 2,227	+ 8,45

Melpomene.

Melpomene.	Schjell. 5520.	α' — α.	Mikr.
	$11^h 31^m 41^s$		51,260
	11 34 52		51,275
	11 46 20	$-1^m 24^s$	51,203
	11 49 22		51,138
	11 51 59		51,030
$19,1^s$	$44,4^s$	$-1^m 24,3^s$	
39,3	4,5	24,2	
11 55 59,6	11 57 24,4	24,8	
8,6	34,2	— 1 25,6	
29,0	54,2	25,2	
58 49,1	12 0 14,2	25,1	

1869 Maj 2.

$11^h 39^m 0^s$ M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	$-1^m 24,495^s$	$-3' 22'',45$
t =	— 0,231	0,00
r =	+ 0 001	— 0,21
	— 1 24,725	— 3 22,66

(A.)

Melpomene.

Melpomene.	Schjell. 5520.	α' — α.	Mikr.
$10,0^s$	$26,1^s$	$-3^m 16,1^s$	
30,1	46,2	16,1	
11 46 50,0	11 50 6,2	16,2	25,259
25,2	41,4	— 3 16,2	
45,3	1,6	16,3	
52 5,2	55 21,7	16,5	25,136
40,0	56,2	3 16,2	
0,1	16,4	16,3	
57 20,0	12 0 36,5	16,5	25,182
2,0	18,8	— 3 16,8	
22,1	38,9	16,8	
12 2 42,1	5 58,9	16,8	25,084
34,7	51,8	— 3 17,1	
54,9	12,0	17,1	
8 14,9	11 32,0	17,1	25,021

1869 Maj 4.

Coinc.

53,500 53,502 }
552 552 } 53,526

Melpomene nordlig. $\Delta u = -1^m 0,3^s$

Jemförelsestjernan densamma som 1869 Maj 2.

red. = $+1,501^s$ $1'',63$

$11^h 57^m 0^s$ M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	$-3^m 16,572^s$	$+8' 11'',87$
t =	— 0,538	0,00
r =	0,000	+ 0,50
	— 3 17,110	+ 8 12,37

(M.)

Melete.

Arg. Mer.	Melete.	α' — α.	Mikr.
$40,0^s$	$56,8^s$	$+2^m 16,8^s$	
0,6	17,4	16,8	
12 26 20,9	12 28 37,8	16,9	30,896
31,9	48,6	+ 2 16,9	
52,6	9,0	16,4	
31 12,9	33 29,3	16,4	30,972
16,2	32,8	+ 2 16,6	
36,7	53,3	16,6	
35 57,1	38 13,7	16,6	31,063

1869 Maj 2.

Coinc.

29,128 29,126 }
088 085 } 29,107

Melete nordlig. Bilderna oroliga. $\Delta u = -0^m 57,1^s$

	α	δ	Vigt.
Lal. 28305	$15^h 26^m 24,557^s$	$-10° 37' 14'',08$	0
Arg. Mer.	25,124	16,75	1
Antaget	15 26 25,124	— 10 37 16,75	
red. =	+ 1,544	— 1,36	

Melete.

Arg. Mer.	Melete.	α' — α.	Mikr.
s 36,0	s 52,2	+ m s 2 16,2	
56,6	12,9	16,3	
12 41 16,9	12 43 33,1	16,2	31,202
23,3	39,4	+ 2 16,1	
43,9	0,0	16,1	
51 4,4	53 20,3	15,9	31,349

1869 Maj 2.

12h 41m 0s M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	+ 2m 16s,348	+ 0' 35'',41
t =	— 0,374	0,00
r =	0,000	+ 0,06
	+ 2 16,722	+ 0 35,47

(M.)

Melete.

Melete.	A. N. 27.20.	α' — α.	Mikr.
s 58,2	s 0,1	— m s 3 1,9	
18,8	20,6	1,8	
13 4 39,2	13 7 40,9	1,7	
42,9	44,6	— 3 1,7	
3,3	5,1	1,8	
9 23,8	12 25,3	1,5	
	h m s 13 20 1		35,943
	13 26 21	— m s 3 2	35,800
	13 30 47		35,668
	13 35 8		35,590
55,0	57,8	— 3 2,8	
15,6	18,2	2,6	
37 36,2	40 38,7	2,5	
45,1	48,0	— 3 2,9	
5,6	8,6	3,0	
42 26,2	45 29,0	2,8	

1869 Maj 4.

Coinc.

3,169 3,171 }
124 126 } 3,147

Melete sydlig. Δu = 1m 0s,4

	α	δ	Vigt.
B. Z. 171	(15h 30m 10s,795)	— 10° 10' 42'',73	1
B. Z. 243	10,438	42,16	1
Berlin. A. N. 27.20 (2 obs.)	10,455	42,53	3
Antaget	15 30 10,451	— 10 10 42,50	
red. =	+ 1,562	— 1,23	

13h 23m 0s M. T.

	α' — a.	δ' — δ.
	— 3m 2s,278	— 9' 24'',98
t =	— 0,499	0,00
r =	— 0,002	— 0,97
	— 3 2,779	— 9 25,95

(M.)

Bellona.

Weisse 18h 795.	Bellona.	α' — α.	Mikr.
s 4,3	s 15,0	+ m s 2 10,7	
25,0	35,8	10,8	
11 12 45,6	11 14 56,2	10,6	
48,8	59,1	+ 2 10,3	
9,5	19,8	10,3	
16 29,8	18 40,3	10,5	

1869 Juli 5.

Coinc.

39,564 39,562 }
523 521 } 39,542

Bellona sydlig. Δu = — 2m 59s,6

	α	δ
B. Z. 253	18h 33m 23s,914	— 13° 27' 2'',25
red. =	+ 2,227	+ 8,45

Bellona.

Weisse 18h 795.	Bellona.	α' — α.	Mikr.
	11h 25m 33s		19,249
	11 29 25		19,202
	11 32 49		19,088
	11 36 4		19,178
	11 39 30		19,173
37,9	—	—	
58,7	8,2	+2m 9,5s	
11 41 19,1	11 43 28,9	9,8	
24,5	33,9	+2 9,4	
45,2	54,7	9,5	
46 5,9	48 15,4	9,5	
26,6	35,8	+2 9,3	
47,3	56,6	9,3	
50 8,0	52 17,2	9,2	

1869 Juli 5.

11h 34m 0s M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	+2m 9,830s	— 5' 53,18"
t =	+ 0,356	0,00
r =	+ 0,001	— 0,76
	+2 10,187	— 5 53,94

(M)

Bellona.

Weisse 18h 795.	Bellona.	α' — α.	Mikr.
10h 52m 31,8s	10h 53m 1,0s	+0m 29,2s	
53 49,8	54 19,0	29,2	
57 41,2	58 10,2	29,0	
59 15,6	59 44,7	29,1	
11 0 21,2	11 0 50,2	29,0	
1 24,3	1 53,4	29,1	
2 31,1	3 0,0	28,9	
4 27,1	4 56,0	28,9	
	11h 6m 36s		13,426
	11 8 24		13,308
	11 10 23		13,204
	11 12 44		13,313
	11 14 55		13,226
	11 16 37		13,300
18 59,8	19 28,2	+0 28,4	
20 2,0	20 30,3	28,3	
21 2,8	21 31,0	28,2	
21 59,1	22 27,2	28,1	
23 3,0	23 31,2	28,2	
23 58,2	24 26,2	28,0	
25 3,3	25 31,4	28,1	
26 1,7	26 29,8	28,1	

1869 Juli 7.

Coinc.

53,495 53,493 }
552 552 } 53,523

Bellona sydlig, svag. $\Delta u = -3^m\,0,0^s$.

Jemförelsestjernan densamma som 1869 Juli 5.

red. = + 2,242s + 8,54"

11h 9m 0s M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	+0m 28,586s	— 11' 36,69"
t =	+ 0,078	0,00
r =	+ 0,006	— 1,53
	+ 0 28,670	— 11 38,22

(M.)

Bellona.

Bellona.	Weisse 18h 734.	α' — α.	Mikr.
21,7s	16,9s	— 0m 55,2s	
11 4 42,7	11 5 37,8	55,1	
22,2	17,5	0 55,3	
6 43,1	7 38,3	55,2	
29,8	25,1	— 0 55,3	
8 50,6	9 46,0	55,4	

1869 Juli 11.

Coinc.

29,099 29,098 }
150 148 } 29,124

Bellona nordlig. $\Delta u = -3^m\,7,7^s$

Bellona.

Bellona.	Weisse 18h 734.	α' − α.	Mikr.
s	s	m s	
20,3	15,9	− 0 55,6	
11 10 41,1	11 11 36,7	55,6	
	h m s		
	11 14 44		20,783
	11 15 47		20,862
	11 19 4	− 0m 56s	20,887
	11 20 54		20,834
	11 23 23		20,800
36,1	32,2	− 0 56,1	
25 57,0	26 53,0	56,0	
45,1	41,4	− 0 56,3	
28 6,0	29 2,2	56,2	
56,2	52,7	− 0 56,5	
30 17,1	31 13,5	56,4	
45,0	41,2	− 0 56,2	
32 5,8	33 2,1	56,3	

1869 Juli 11.

	α	δ	Vigt.
	h m s	° ′ ″	
Lal. 34507	18 31 28,097	− 13 53 23,59	1
B Z. 253	28,123	22,42	1
Antaget	18 31 28,110	− 13 53 23,00	
red. =	+ 2,273	+ 8,61	

11h 17m 0s M. T.

	α' − α.	δ' − δ.
	m s	′ ″
	− 0 55,857	+ 2 23,27
t =	− 0,153	0,00
r =	0,000	+ 0,32
	− 0 56,010	+ 2 23,59

(M.)

Bellona.

Bellona.	Weisse 18h 734.	α' − α.	Mikr.
s	s	m s	
1,0	44,7	− 1 43,7	
22,1	5,7	43,6	
10 50 42,9	10 52 —	—	
30,0	13,6	− 1 43,6	
50,9	34,5	43,6	
55 11,7	56 55,3	43,6	
1,4	45,2	− 1 43,8	
22,2	6,1	43,9	
59 43,0	11 1 26,8	43,8	
	h m s		
	11 6 53		31,794
	11 11 31	− 1m 44s	31,690
	11 15 16		31,762
	11 18 8		31,723
24,6	9,2	− 1 44,6	
45,4	30,1	44,7	
11 24 6,3	25 50,9	44,6	
51,2	36,0	− 1 44,8	
12,0	56,9	44,9	
28 32,8	17,6?	44,8	

1869 Juli 12.

Coinc. = 29,124.

Bellona sydlig. Luften disig; planeten ytterst svag vid deklinationsbestämningarne, något bättre mot slutet.

$\Delta u = - 3^m\ 9{,}1^s$

Jemförelsestjernan densamma som 1869 Juli 11.

red. = + 2,279s + 8,66″

11h 6m 0s M. T.

	α' − α.	δ' − δ.
	m s	′ ″
	− 1 44,180	− 0 45,06
t =	− 0,285	0,00
r =	0,000	− 0,10
	− 1 44,465	− 0 45,16

(M.)

Nysa.

Nysa.	A. N. 50.57.	α' − α.	Mikr.
s	s	m s	
36,2	0,9	− 1 24,7	
57,2	22,1	24,9	
12 19 18,3	12 20 43,3	25,0	

1869 Juli 11.

Coinc.

53,501	53,498	53,525
552	550	

Nysa nordlig. $\Delta u = - 3^m\ 7{,}8^s$

Nysa.

Nysa.	A. N. 50.57.	α' — α.	Mikr.
s 13,6	s 38,2	m s — 1 24,6	
34,8	59,4	24,6	
12 22 55,8	12 24 20,6	24,8	
5,3	30,5	— 1 25,2	
26,4	51,7	25,3	
26 47,6	28 3,0	25,4	
47,2	12,6	— 1 25,4	
8,2	33,8	25,6	
30 29,4	31 55,0	25,6	
	h m s 12 34 29		14,622
	12 36 59	m s — 1 25	14,615
	12 40 24		14,610
	12 42 52		14,652
20,0	45,8	— 1 25,8	
41,1	7,0	25,9	
48 2,1	49 28,1	26,0	
14,8	40,6	— 1 25,8	
35,9	1,8	25,9	
50 57,0	52 23,0	26,0	

1869 Juli 11.

	α	δ
Wien Refr. A. N. 50.57	h m s 20 13 30,132	— 18° 44′ 1″,00
red. =	+ 2,231	+ 12,42

h m s 12 32 0 M. T.

	α' — α	δ' — δ
	m s — 1 25,453	+ 11′ 14″,04
t =	— 0,234	0,00
r =	— 0,010	+ 2,49
	— 1 25,697	+ 11 16,53

(M.)

Nysa.

Nysa.	A. N. 50.57.	α' — α.	Mikr.
s 17,2	s 38,5?	m s — 2 21,3	
38,2	0,2	22,0	
12 46 59,2	12 49 21,2	22,0	
8,2	30,1	— 2 21,9	
29,3	51,3	22,0	
52 50,4	55 12,4	22,0	
39,4	1,3	— 2 21,9	
0,5	22,5	22,0	
57 21,6	59 43,7	22,1	
	h m s 13 4 42		28,739
	13 10 10		28,801
	13 13 40	m s — 2 23	28,620
	13 17 20		28,831
	13 22 12		28,688
17,9	41,1	— 2 23,2	
39,1	2,4	23,3	
13 25 0,2	13 27 23,7	23,5	
14,1	37,6	— 2 23,5	
35,2	58,8	23,6	
29 56,4	32 20,1	23,7	

1869 Juli 12.

Coinc. = 53,525

Nysa nordlig. $\Delta u = -3^m 9{,}2^s$

Jemförelsestjernan densamma som 1869 Juli 11.

red. = + 2,247ˢ + 12″,46

h m s 13 5 0 M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	m s — 2 22,615	+ 7′ 9″,75
t =	— 0,391	0,00
r =	+ 0,004	+ 1,58
	— 2 23,002	+ 7 11,13

(M.)

Hestia.

A. Z. 249.52.	Hestia.	α' — α.	Mikr.
s	s	m s	
51,6	46,2	+ 1 54,6	
12,7	7,2	54,5	
11 54 33,7	11 56 28,1	54,4	
8,5	3,1	+ 1 54,6	
29,4	24,1	54,7	
12 0 50,4	12 2 44,9	54,5	
25,8	20,2	+ 1 54,4	
46,8	41,1	54,3	
7 7,9	9 2,0	54,1	
	h m s		
	12 18 27		41,396
	12 22 42		41,478
	12 26 17		41,192
	12 29 23		41,268
	12 33 9		41,212
43,7	37,2	+ 1 53,5	
4,8	58,1	53,3	
35 25,6	37 19,0	53,4	
20,2	3,6	+ 1 53,4	
41,1	34,5	53,4	
39 2,0	40 55,3	53,3	

1869 Juli 7.

Coinc.

17,076 17,078 } 17,056
032 037 }

Hestia nordlig. Δu = — 3m 2s,3.

	α	δ
Arg. Zon. 249.52	20h 14m 49s,258	— 16° 2' 20'',28
red. =	+ 2,138	+ 12,14

12h 14m 0s M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	+ 1m 54s,022	+ 7' 0'',89
t =	+ 0,312	0,00
r =	— 0,013	+ 1,25
	+ 1 54,321	+ 7 2,14

(M.)

Hestia.

Hestia.	A. Z. 249.52.	α' — α.	Mikr.
s	s	m s	
55,3	15,8	— 1 20.5	
16,2	36,7	20,5	
13 20 37,1	13 21 57,5	20,4	
	13h 24m 15s	— 1m 20s	28,183
27,9	48,3	— 1 20,4	
48,8	9,2	20,4	
26 9,6	27 30,0	20,4	
	13h 29m 43s	— 1m 20s	28,364
44,1	4,8	— 1 20,7	
5,1	25,8	20,7	
31 26,0	32 46,7	20,7	
	13h 35m 0s }	— 1m 21s	28,370
	13 38 14 }		28,350
22,8	43,7	— 1 20,9	
33,8	4,6	20,8	
40 4,6	41 25,5	20,9	
	13h 43m 53s	— 1m 21s	28,340

1869 Juli 11.

Coinc.

17,064 17,067 } 17,046
027 028 }

Hestia sydlig. Δu = — 3m 7s,8

Jemförelsestjernan densamma som 1869 Juli 7.

red. = + 2s,205 + 12'',25

13h 27m 0s M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	— 1m 20s,642	— 3' 14'',95
t =	— 0,221	0,00
r =	— 0,002	— 0,54
	— 1 20,865	— 3 15,49

(M).

Hestia.

Hestia.	A. Z. 249.43.	α' — α.	Mikr.
s	s	m s	
20,3	5,8	— 1 45,5	
41,4	26,9	45,5	
12 10 2,4	12 11 47,7	45,3	
48,0	33,7	— 1 45,7	
9,0	54,7	45,7	
13 30,1	15 15,8	45,7	
53,3	39,1	— 1 45,8	
14,3	0,1	45,8	
17 35,2	19 21,1	45,9	
	h m s		
	12 22 47		35,625
	12 25 42		35,662
	12 28 32	— 1 46 (m s)	35,622
	12 31 20		35,600
	12 34 5		35,628
49,2	35,8	— 1 46,6	
10,4	57,0	46,6	
36 31,4	38 17,8	46,4	
20,1	6,4	— 1 46,3	
41,0	27,4 ?	46,4	
40 2,1	42 48,3	46,2	
7,1	53,9	— 1 46,8	
28,1	15,0	46,9	
44 49,2	46 35,9	46,7	

1869 Juli 17.

Coinc.

3,150 3,148 }
111 114 } 3,131

Hestia sydlig. $\Delta u = -3^m 15^s,7$

		α		δ
		h m s		° ′ ″
Arg. Zon. 249.43		20 10 2,077	—	16 13 39,96
red. =	+	2,300	+	12,43

$12^h 24^m 0^s$ M. T.

	α' — α.		δ' — δ.
	m s		′ ″
	— 1 46,174	—	9 22,86
t =	— 0,290		0,00
r =	+ 0,001	—	1,58
	— 1 46,463	—	9 24,44

(M.)

Hestia.

A. N. 57 229.	Hestia.	α' — α.	Mikr.
h m s	h m s	m s	
11 11 13,9	11 11 23,3	+ 0 9,4	
12 21,6	12 31,3	9,7	
13 4,3	13 14,0	9,7	
14 24,6	14 34,2	9,6	
15 12,2	15 22,0	9,8	
16 2,0	16 11,5	9,5	
16 51,4	17 1,1	9,7	
17 35,5	17 45,1	9,6	
	h m s		
	11 25 30		26,430
	11 27 45		26,457
	11 29 40		26,326
	11 32 0		26,418
	11 33 55		26,310
36 35,2	36 44,1	+ 0 8,9	
38 2,5	38 11,2	8,7	
39 7,8	39 16,5	8,7	
40 47,4	40 56,0	8,6	
41 56,8	42 5,5	8,7	
42 50,0	42 58,4	8,4	
44 10,0	44 18,4	8,4	
44 56,8	45 5,1	8,3	

1869 Juli 30.

Coinc. = 27,000.

Hestia sydlig. $\Delta u = -3^m 28^s,9$

		α		δ	Vigt.
		h m s		° ′ ″	
Arg. Zon. 249.28		19 56 11,629	—	17 6 41,37	1
” 252.83		11,609		42,57	1
” 244.39		11,479		43,67	1
Berlin. A. N. 57.229		11,679		40,65	2
Antaget		19 56 11,615	—	17 6 41,78	
red. =	+	2,436	+	12,30	

$11^h 25^m 0^s$ M. T.

	α' — α.		δ' — δ.
	m s		′ ″
	+ 0 9,088	—	0 10,43
t =	+ 0,025		0,00
r =	0,000	—	0,03
	+ 0 9,113	—	0 10,46

(M.)

Hestia.

Hestia.	A. N. 57.229.	α' — α.	Mikr.
s 4,0	s 47,5	m s — 0 43,5	
11 9 24,9	11 10 8,3	43,4	
31,8	15,2	— 0 43,4	
11 52,9	12 36,3	43,4	
19,2	3,0	— 0 43,8	
13 40,2	14 24,1	43,9	
30,3	14,0	— 0 43,7	
15 51,2	16 34,9	43,7	
	h m s 11 19 6		41,534
	11 21 50		41,580
	11 24 6	m s — 0 44	41,682
	11 25 58		41,602
	11 29 35		41,550

töcknigt.

1869 Juli 31.

Coinc.

29,141 29,145 } 29,115
088 085

Hestia sydlig. $\Delta u = -3^m 30^s,8$

Jemförelsestjernan densamma som 1869 Juli 30.

red. = + 2,441 + 12,32

h m s
11 16 0 M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	m s — 0 43,847	— 3 35,47
t =	— 0,120	0,00
r =	0,000	— 0,66
	— 0 43,967	3 36,13

(M.)

Io.

Chron.	Pos.-Cirk.	α' — α.	Mikr.
h m s 11 38 30	° ' 123 36	m s + 0 3,26	Dekl. diff.
40 40	124 24	2,93	
41 45	124 8	3,04	
43 5	124 1	3,09	
44 25	124 22	2,95	
54 44	125 0	2,69	
55 55	125 13	2,60	
57 45	125 14	2,60	
12 0 45	125 41	2,42	
2 5	125 32	2,48	
12 8 7			36,535
9 51			36,500
11 7			36,520
12 17			36,492
14 27			36,442

1869 Aug. 2.

Coinc.

17,070 17,070 } 17,050
029 033

Positionscirkelns nollpunkt = 131° 44'.

Io nordlig. $\Delta u = -3^m 31^s,8$

		α	δ	Vigt.
Arg. Mer. + 4 4629		h m s 21 7 32,683	+ ° ' " 4 48 1,95	1
Schjell. 8569-70		32,419	2,68	3
Antaget		21 7 32,485	+ 4 48 2,50	
red. =	+	2,329	+ 13,79	

h m s
11 47 0 M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	m s + 0 2,791	+ 5 40,65
r =	— 0,001	+ 0,24
	+ 0 2,790	+ 5 40,89

(M.)

Io.

Io.	Schjell. 8569.	α' — α.	Mikr.
s 7,4	s 45,4	m s — 0 38,0	
10 42 27,7	10 43 5,8	38,1	35,062

1869 Aug. 3.

Coinc.

39,446 39,446 } 39,470
496 491

Io.

Io.	Schjell. 8569.	α' — α.	Mikr.
52,9s	31,2s	— 0m 38,3s	
10 45 13,2	10 45 51,6	38,4	34,970
59,1	37,4	— 0 38,3	
48 19,3	48 57,7	38,4	35,042
50,8	29,6	— 0 38,8	
51 11,0	51 49,9	38,9	35,098
17,4	56,2	— 0 38,8	
53 37,6	54 16,5	38,9	
8,0	47,0	— 0 39,0	
56 28,2	57 7,2	39,0	35,064
24,0	2,9	— 0 38,9	
58 44,3	59 23,2	38,9	
	11h 1m 45s }	— 0m 39s	35,220
	11 4 15 }		35,244

1869 Aug. 3.

Io nordlig. $\Delta u = -3^m\,33{,}0^s$

Jemförelsestjernan densamma som 1869 Aug. 2.

red. = + 2,338s + 13,93″

10h 47m 0s M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	— 0m 38,620s	+ 1′ 16,08″
t = —	0,106	0,00
r = —	0,001	+ 0,05
	— 0 38,727	+ 1 16,13

(M.)

Io.

Io.	Schjell. 8479.	α' — α.	Mikr.
41,3s	41,4s	— 2m 0,1s	
1,5	1,6	0,1	
11 49 21,5	11 51 21,7	0,2	32,366
1,1	1,1	— 2 0,0	
21,3	21,2	1 59,9	
53 41,3	55 41,4	2 0,1	32,417
3,2	3,5	— 2 0,3	
23,4	23,7	0,3	
57 43,4	59 43,8	0,4	32,640
26,7	26,8	— 2 0,1	
46,8	47,2	0,4	
12 2 6,8	12 4 7,2	0,4	32,666
51,0	51,6	— 2 0,6	
11,2	11,8	0,6	
6 31,2	8 31,9	0,7	32,683

1869 Aug. 18.

Coinc.

53,460 53,457 }
512 513 } 53,486

Io nordlig. $\Delta u = -3^m\,53{,}7^s$

	α	δ	Vigt.
Str. Cat. gen. 2545 (4 obs.)	20h 58m 9,436s	+ 3° 0′ 55,20″	2
Schjell. 8479	9,418	55,16	1
Antaget	20 58 9,430	+ 3 0 55,19	
red. =	+ 2,411	+ 15,89	

11h 55m 0s M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	— 2m 0,314s	+ 6′ 2,02″
t = —	0,330	0,00
r = +	0,002	+ 0,28
	— 2 0,642	+ 6 2,30

(M.)

Io.

Io.	Schjell. 8479.	α' — α.	Mikr.
59,2s	36,7s	— 2m 37,5s	
19,4	56,8	37,4	
11 3 39,5	11 6 16,9	37,4	36,878

1869 Aug. 19.

Coinc. = 29,114.

Io sydlig. $\Delta u = -3^m\,55{,}0^s$

Jemförelsestjernan densamma som 1869 Aug. 18.

red. = + 2,412s + 15,99″

Io.

Io.	Schjell. 8479.	α' — α.	Mikr.
s 17,3	s 54,8	m s — 2 37,5	
37,5	15,1	37,6	
11 8 57,4	11 11 35,0	37,6	36,960
55,0	32,7	— 2 37,7	
15,1	52,9	37,8	
13 35,2	16 12,9	37,7	37,096
39,6	17,2	— 2 37,6	
59,8	37,4	37,6	
18 19,7	20 57,4	37,7	37,184
47,4	25,6	— 2 38,2	
7,6	45,7	38,1	
23 27,7	26 5,7	38,0	37,318

1869 Aug. 19.

h m s
11 10 0 M. T.

	α' — α	δ' — δ
	m s — 2 37,718	— 2' 48,42''
t =	— 0,432	0,00
r =	0,000	— 0,10
	— 2 38,150	— 2 18,42

(M.)

Cybele.

Cybele.	Rümk. 9321.	α' — α.	Mikr.
s 14,0	s 53,7	m s — 0 39,7	
10 6 34,8	10 7 14,4	39,6	
38,2	18,2	— 0 40,0	
8 59,1	9 38,9	39,8	
46,2	26,1	— 0 39,9	
12 6,9	12 46,9	40,0	
10,2	50,2	— 0 40,0	
14 31,0	15 10,9	39,9	
	h m s 10 17 54	m s — 0 40	33,436
	10 20 2		33,511
	10 21 50		33,552
	10 26 33		33,486
	10 28 33		33,514
20,7	0,8	— 0 40,1	
30 41,3	31 21,6	40,3	
5,1	45,4	— 0 40,3	
34 26,0	35 6,2	40,2	
46,6	26,8	— 0 40,2	
37 7,2	37 47,6	40,4	
42,1	22,7	— 0 40,6	
51 2,8?	51 43,6	40,8	

1869 Aug. 26.

Coinc.

3,166 3,165 } 3,143
121 121 }

Cybele sydlig, ytterst svag; dimma. $\Delta u = -4^m 4^s{,}3$.

	α	δ
Rümk. 9321	h m s 21 32 31,708	— 13° 12' 48,20''
red. =	+ 2,499	+ 15,75

h m s
10 24 0 M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	m s — 0 40,215	— 8' 46,75''
t =	— 0,110	0,00
r =	— 0,002	— 1,11
	— 0 40,327	— 8 47,86

(M.)

Cybele.

Cybele.	Rümk. 9321.	α' — α.	Mikr.
s 12,3	s 30,8	m s — 1 18,5	
33,0	51,4	18,4	
9 55 53,7	9 57 12,0	18,3	
39,8	58,1	— 1 18,3	
0,4	19,0	18,6	
58 21,0	10 0 39,3	18,3	

1869 Aug. 27.

Coinc.

3,172 3,122 } 3,147
123 171 }

Cybele sydlig. $\Delta u = -4^m 5^s{,}7$

Jemförelsestjernan densamma som 1869 Aug. 26.

red. = + 2,501s + 15,75''

Cybele.

Cybele.	Rümk. 9321.	$\alpha' - \alpha$.	Mikr.
s 41,8	s 0,2	m s − 1 18,4	
2,4	21,0	18,6	
10 4 23,2	10 5 41,6	18,4	
	h m s 10 10 39	− 1 19	47,972
	10 13 45		47,998
	10 16 29		48,089
	10 19 8		48,061
	10 22 0		48,157
16,2	35,4	− 1 19,2	
37,0	56,2	19,2	
25 57,7	27 16,7	19,0	
39,8	59,1	− 1 19,3	
0,7	19,8	19,1	
29 21,1	30 40,2	19,1	

1869 Aug. 27.

h m s 10 9 0 M. T.

	$\alpha' - \alpha$.	$\delta' - \delta$.
	m s − 1 18,780	− 12 57,37
t =	− 0,215	0,00
r =	+ 0,018	− 1,78
	− 1 18,977	− 12 59,15

(M.)

Cybele.

Cybele.	Rümk. 9295.	$\alpha' - \alpha$.	Mikr.
s 29,2	s 8,2	m s − 1 39,0	
49,8	28,9	39,1	
10 14 10,3	10 15 49,6	39,3	
22,2	1,1	− 1 38,9	
42,8	21,8	39,0	
18 3,2	19 42,6	39,4	
9,1	48,3	− 1 39,2	
29,8	9,1	39,3	
22 49,2	24 29,8	(40,6)	
	h m s 10 29 0	− 1 40	18,622
	10 33 0		18,600
	10 36 31		18,665
	10 45 27		37,974
	10 48 9		37,901
	10 53 2		37,863
42,1	22,3	− 1 40,2	
2,7	42,6	39,9	
56 23,3	58 3,6	40,3	
53,7	34,0	− 1 40,3	
14,2	54,4	40,2	
59 35,0	11 1 15,2	40,2	

1869 Aug. 30.

Coinc. = 53,486; 3,134

Cybele nordlig. $\Delta u = - 4^m 9^s,2$

	α	δ	Vigt.
B. Z. 119	h m s 21 30 58,860	° ′ ″ − 13 48 24,03	0
Rümk. 9295	58,583	27,07	0
Berlin. A. N. 65.192	59,020	20,78	1
Antaget	21 30 59,020	− 13 48 20,78	
red. =	+ 2,506	+ 15,65	

h m s 10 33 0 M. T.

	$\alpha' - \alpha$.	$\delta' - \delta$.
	m s − 1 39,652	+ 10 3,33
t =	− 0,273	0,00
r =	− 0,005	+ 1,32
	− 1 39,930	+ 10 4,65

(M.)

Cybele.

Rob. 4683.	Cybele.	$\alpha' - \alpha$.	Mikr.
s 55,1	s 1,6	m s + 1 6,5	
15,8	22,3	6,5	
10 14 36,4	10 15 42,8	6,4	

1869 Sept. 2.

Coinc.

3,150	3,150	3,131
115	110	
53,459	53,457	53,482
504	507	

Cybele nordlig. $\Delta u = - 4^m 13^s,0$

Cybele.

Rob. 4683.	Cybele.	α' − α.	Mikr.
42,8 s	49,6 s	+ 1m 6,8s	
3,6	10,2	6,6	
10 17 24,4	10 18 30,8	6,4	
	10h 21m 8s		43,137
	10 23 28		43,087
	10 25 45		43,026
	10 30 0		13,609
	10 33 42		13,570
	10 36 24		13,654
16,2	21,8	+ 1 5,6	
36,8	42,6	5,8	
38 57,5	40 3,2	5,7	
17,1	22,5	+ 1 5,4	
37,5	43,2	5,7	
41 58,2	43 3,6	5,4	
48,8	54,2	+ 1 5,4	
9,3	15,0	5,7	
45 30,0	46 35,7	5,7	

1869 Sept. 2.

	α	δ	Vigt.
Lal. 41912	21h 26m 25,582s	(− 14° 1' 36,27")	1
Piazzi 21h 172 (4.6)	25,266	42,77	2
B. Z. 119	25,612	44,07	1
B. Z. 117	25,620	44,49	1
Rob. 4683 (5.4)	25,417	41,54	3
Antaget	21 26 25,450	− 14 1 42,67	
red. =	+ 2,501	+ 15,49	

10h 26m 0s M. T.

	α' − α.	δ' − δ.
	+ 1m 5,955s	+ 11' 30,94"
t =	+ 0,181	0,00
r =	− 0,003	+ 1,55
	+ 1 6,133	− 11 32,49

(M.)

Cybele.

Chron.	Pos. Cirk.	α' − α.	Mikr.
10h 20m 2s	316° 29'	− 0m 1,33s	Dekl. dift.
22 29	316 12	1,25	
24 21	316 19	1,28	
27 55	316 40	1,38	
29 57	316 50	1,43	
32 27	317 19	1,57	
10h 36m 10s			15,639
10 38 28			15,612
10 40 25			15,615
10 43 50			42,546
10 45 42			42,561
10 47 0			42,492
10 52 8	319 19	− 0 2,13	
53 53	319 31	2,19	
55 1	319 12	2,10	
56 23	319 37	2,22	
57 43	319 55	2,31	
59 49	319 35	2,21	

1869 Sept. 4.

Coinc.

29,102 29,101 }
151 151 } 29,126

Positionscirkelns nollpunkt = 311° 44'.

Cybele nordlig. Δu = − 4m 16,8s

Jemförelsestjernan densamma som 1869 Sept. 2.

red. = + 2,497s + 15,45"

10h 36m 0s M. T.

	α' − α.	δ' − δ.
	− 0m 1,766s	+ 3' 53,27"
r =	+ 0,001	+ 0,53
	− 0 1,765	+ 3 53,80

(M.)

Asia.

Schjell. 9105.	Asia.	α' − α.	Mikr.
18,8 s	31,4 s	+ 2m 12,6s	
39,0	51,6	12,6	
12 22 59,0	12 25 11,5	12,5	30,600

1869 Aug. 18.

Coinc.

17,072 17,070 }
030 028 } 17,050

Asia nordlig. Δu = − 3m 53,7s

Asia.

Schjell. 9105.	Asia.	α′ — α.	Mikr.
s 37,3	s 50,1	m s + 2 12,8	
57,6	10,2	12,6	
12 27 17,7	12 29 30,2	12,5	30,452
2,1	14,5	+ 2 12,4	
22,4	34,7	12,3	
31 42,3	33 54,7	12,4	30,482
19,2	31,2	+ 2 12,0	
39,4	51,4	12,0	
36 59,5	39 11,5	12,0	30,449
44,2	56,2	+ 2 12,0	
4,4	16,5	12,1	
41 24,6	43 36,6	12,0	30,338

1869 Aug 18.

	α	δ	Vigt.
Lal. 43518	h m s 22 11 21,459	— 0° 53′ 19,″81	0
B. Z. 21	21,529	19,02	0
B. Z. 34	21,676	18,76	0
Rümk. 10050	21,390	22,44	1
Arg. Mer. — 0° 4333 (4 obs.)	21,396	21,90	3
Schjell. 9105	21,228	21,20	1
Antaget	22 11 21,361	— 0 53 21,87	
red. =	+ 2,413	+ 15,85	

h m s 12 30 0 M. T.

	α′ — α.	δ′ — δ.
	m s + 2 12,324	+ 3′ 52,″32
t =	+ 0,363	0,00
r =	0,000	+ 0,21
	+ 2 12,687	+ 3 52,53

(M.)

Asia.

A. M. — 1° 4259.	Asia.	α′ — α.	Mikr.
s 45,1	s 59,7	m s + 3 14,6	
5,2	9,8	14,6	
11 25 25,3	11 28 39,8	14,5	36,389
56,7	10,9	+ 3 14,2	
16,9	31,2	14,3	
31 36,9	34 51,2	14,3	36,330
32,7	46,6	+ 3 13,9	
52,9	6,8	13,9	
38 12,9	41 26,8	13,9	36,130
8,7	22,4	+ 3 13,7	
28,7	42,4	13,7	
43 48,8	47 2,6	13,8	36,039

1869 Aug. 26.

Coinc.

29,137 29,139
091 089 } 29,114

Asia nordlig. $\varDelta u = -4^m\, 4{,}3^s$

		α	δ
Arg. Mer. — 1° 4259		h m s 22 4 13,262	— 1° 51′ 18,″96
red. =		+ 2,468	+ 16,57

h m s 11 33 0 M. T.

	α′ — α	δ′ — δ
	m s + 3 14,135	+ 2′ 3,″29
t =	+ 0,531	0,00
r =	0,000	+ 0,12
	+ 3 14,666	+ 2 3,41

(M.)

Asia.

A. M. — 1° 4259.	Asia.	α′ — α.	Mikr.
s 3,2	s 33,8	m s + 2 30,6	
23,3	53,9	30,6	
10 41 43,3	10 44 14,0	30,7	19,713

1869 Aug. 27.

Coinc.

39,441 39,444
494 496 } 39,469

Asia sydlig. $\varDelta u = -4^m\, 5{,}8^s$

Asia.

A. M. — 1°4259.	Asia.	α' — α.	Mikr.
s 2,1	s 32,7	m s + 2 30,6	
22,3	52,9	30,6	
10 46 42,3	10 49 12,9	30,6	19,585?
17,2	47,2	+ 2 30,0	
37,3	7,4	30,1	
52 57,3	55 27,5	30,2	19,399
2,8	32,8	+ 2 30,0	
22,9	52,9	30,0	
58 42,9	11 1 13,0	30,1	19,296
39,3	9,3	+ 2 30,0	
59,6	29,5	29,9	
11 3 19,6	5 49,6	30,0	19,190

1869 Aug. 27.

Jemförelsestjernan densamma som 1869 Aug. 26.

red. = + 2,472s + 16,64″

10h 50m 0s M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	+ 2m 30,290s	— 5′ 46,66″
t =	+ 0,412	0,00
r =	+ 0,003	— 0,39
	+ 2 30,705	— 5 47,05

(M.)

Asia.

A. M. — 1°4259.	Asia.	α' — α.	Mikr.
s 41,4	s 24,6	m s + 1 43,2	
51,2	34,4	43,2	
11 57 1,2	11 58 44,4	43,2	
0,1	43,2	+ 1 43,1	
10,0	53,1	43,1	
12 0 20,0	12 2 3,1	43,1	
56,8	39,8	+ 1 43,0	
6,6	49,5	42,9	
3 16,7	4 59,6	42,9	
	h m s 12 7 50		53,009
	12 10 55		53,124
	12 17 31		3,439
	12 20 21		3,392
22,9	5,2	+ 1 42,3	
32,8	15,2	42,4	
22 42,8	24 25,1	42,3	
9,1	51,1	+ 1 42,0	
19,0	1,0	42,0	
26 28,9	28 11,0	42,1	

1869 Aug. 28.

Coinc.

3,155 110	3,157 113	3,134
53,462 511	53,462 509	53,486

Asia sydlig. Δu = — 4m 6,7s

Jemförelsestjernan densamma som 1869 Aug. 26.

red. = + 2,477s + 16,72″

12h 9m 0s M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	+ 1m 42,666s	— 14′ 25,58″
t =	+ 0,281	0,00
r =	— 0,004	— 0,85
	+ 1 42,943	— 14 26,43

(M.)

Asia.

Asia.	Schjell. 9044.	α' — α.	Mikr.
h m s 10 56 38,3	h m s 10 57 6,4	m s — 0 28,1	
58 14,8	58 43,1	28,3	13,109
11 0 5,0	11 0 33,2	28,2	
2 29,0	2 57,1	28,1	
3 52,8	4 21,1	28,3	13,110
5 46,7	6 15,1	28,4	
6 57,2	7 25,7	28,5	
8 32,8	9 1,4	28,6	13,032

1869 Sept. 2.

Coinc.

39,499 448	39,497 449	39,473
17,063 031	17,067 028	17,047

Asia sydlig. Δu = — 4m 13,0s

Asia.

Asia.	Schjell. 9044.	α' — α.	Mikr.
h m s	h m s	m s	
11 13 35,1	11 14 3,7	— 0 28,6	
15 14,7	15 43,4	28,7	43,602
16 33,2	17 1,8	28,6	
18 36,3	19 5,1	28,8	
19 58,2	20 27,1	28,9	43,814
22 23,3	22 52,3	29,0	43,830
24 10,2	24 39,3	29,1	
25 18,2	25 47,3	29,1	43,867

1869 Sept. 2.

	α	δ	Vigt.
	h m s	° ′ ″	
B. Z. 18	22 2 49,526	— 2 39 41,74	1
Schjell. 9044	49,502	42,65	2
Antaget	22 2 49,510	— 2 39 42,35	
red. =	+ 2,488	+ 17,02	

11h 6m 0s M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	m s	′ ″
	— 0 28,565	— 7 39,28
t = —	0,078	0,00
r = +	0,001	— 0,46
	— 0 28,642	— 7 39,74

(M.)

Diana.

Diana.	Rümk. 10338.	α' — α.	Mikr.
s	s	m s	
51,4	21,3	— 3 29,9	
12,0	41,8	29,8	
11 57 32,4	12 1 2,1	29,7	
10,2	40,3	— 3 30,1	
30,8	0,9	30,1	
12 2 51,1	6 21,2	30,1	
	h m s 12 11 53	— 3m 31s	42,291
	12 16 39		42,209
	12 21 44		42,370
	12 27 3		42,431
31,5	2,4	— 3 30,9	
51,9	23,0	31,1	
29 12,2	32 43,4	31,2	
17,4	49,1	— 3 31,7	
37,9	9,6	31,7	
40 58,2	44 29,8	31,6	
42,0	13,8	— 3 31,8	
2,4	34,2	31,8	
47 22,8	50 54,5	31,7	

1869 Aug. 27.

Coinc. = 3,147.

Diana sydlig. $\Delta u = -4^m\ 5^s,8$

	α	δ	Vigt.
	h m s	° ′ ″	
Lal. 44034	22 26 2,861	— 9 56 42,52	1.1
B. Z. 186	3,046	45,29	1.1
Rümk. 10338	(2,760)	45,76	0.1
jemförd med a	3,495	43,28	1.2
Antaget	22 26 3,413	— 9 56 44,03	
red. =	+ 2,460	+ 16,79	

Egen rör. i AR. = + 0s,007469
med öfrigblifvande fel:

	s
1801	+ 0,044
1823	+ 0,030
1870	— 0,075

Rümk. 10338 jemförd med a = Schjell. 9228 den 27 Nov. 1869.

12h 18m 0s M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	m s	′ ″
	— 3 30,838	— 11 19,25
t = —	0,577	0,00
r = —	0,003	— 1,11
	— 3 31,418	— 11 20,36

(M.)

Diana.

Schjell. 9137.	Diana.	α' — α.	Mikr.
s 27,5	s 30,0	m s +2 2,5	
48,0	50,4	2,4	
11 38 8,3	11 40 10,9	2,6	
6,4	8,8	+2 2,4	
26,9	29,4	2,5	
41 47,3	43 49,8	2,5	
34,8	--		
55,2	57,2	+2 2,0	
54 15,6	56 17,7	2,1	
	h m s 11 59 22		8,669
	12 2 44		8,699
	12 9 12		47,873
	12 13 15		47,942
50,1	51,2	+2 1,1	
10,6	11,6	1,0	
12 18 30,9	20 32,1	1,2	
35,4	36,6	+2 1,2	
56,0	56,9	0,9	
22 16,4	24 17,3	0,9	

1869 Sept. 2.

Coinc. = 39,473; 17,047.

Diana sydlig. Δu = — 4

	α	δ	Vigt.
Lal. 43611—12	h m s 22 14 56,870	(— ° ′ ″ 10 16 3,48)	1
Rümk. 10121 (2 obs.)	56,937	(11,11)	2
Schjell. 9137	57,266	7,03	2
Antaget	22 14 57,055	— 10 16 7,03	
red. =	+ 2,507	+ 16,70	

h m s 11 58 0 M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	m s + 2 1,768	′ ″ — 8 53,38
t =	+ 0,334	0,00
r =	— 0,005	— 0,90
	+ 2 2,097	— 8 54,28

(M.)

Diana.

Arg. Mer.	Diana.	α' — α.	Mikr.
s 5,1	s 22,5	m s +4 17,4	
25,7	43,0	17,3	
11 26 46,0	11 31 3,2	17,2	
42,1	59,1	+4 17,0	
2,6	19,6	17,0	
35 23,1	39 40,2	17,1	
	h m s 11 45 15		40,527
	11 51 14		40,556
	12 0 22		15,911
	12 6 20		15,891
50,5	6,2	+4 15,7	
11,0	26,6	15,6	
12 9 31,4	12 13 47,1	15,7	
21,1	36,7	+4 15,6	
41,7	57,1	15,4	
16 2,0	20 17,6	15,6	

1869 Sept. 4.

Coinc. = 17,066; 39,473.

Diana sydlig. Δu = — 4 16,9 (m s)

	α	δ	Vigt.
Lal. 43488—89—90	(h m s 22 10 52,344)	— ° ′ ″ 10 23 37,91	1
B. Z. 125	52,898	34,66	1
B. Z. 184	52,847	38,76	1
B. Z. 186	52,918	37,15	1
Arg. Mer.	52,936	38,69	2
Antaget	22 10 52,907	— 10 23 37,64	
red. =	+ 2,511	+ 16,65	

h m s 11 51 0 M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	m s + 4 16,405	′ ″ — 6 47,39
t =	+ 0,702	0,00
r =	— 0,004	— 0,70
	+ 4 17,103	— 6 48,09

(M.)

Diana.

Arg. Mer.	Diana.	α' — α.	Mikr.
s 10,5	s 34,2	m s + 3 23,7	
31,0	54,5	23,5	
11 21 51,3	25 —	—	
37,7	1,1	+ 3 23,4	
58,2	21,5	23,3	
26 18,5	29 42,0	23,5	
45,9	8,8	+ 3 22,9	
6,2	29,2	23,0	
36 26,7	39 49,7	23,0	
	h m s 11 45 20		20,916
	11 54 50		20,820
	11 59 45		20,774
	12 8 20		35,940
	12 13 35		35,988
	12 19 59		35,989
5,7	27,0	+ 3 21,3	
26,2	47,5	21,3	
12 21 46,7	12 25 7,8	21,1	
6,0	27,2	+ 3 21,2	
26,4	47,6	21,2	
27 46,9	31 —	—	
1,1	—	—	
21,5	42,3	+ 3 20,8	
32 41,9	36 2,8	20,9	

1869 Sept. 5.

Coinc. = 53,490; 3,131.

Diana sydlig. $\Delta u = -4^m 17^s,5$

Jemförelsestjernan densamma som 1869 Sept. 4.

red. = $+ 2^s,513$ $+ 16'',65$

$11^h 56^m 0^s$ M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	m s + 3 22,225	— 9 26,75
t =	+ 0,554	0,00
r =	— 0,007	— 0,99
	+ 3 22,772	— 9 27,74

(M).

Astræa.

Astræa.	Rob. 5126.	α' — α.	Mikr.
s 32,1	s 45,7	m s — 2 13,6	
52,6	6,1	13,5	
13 38 12,9	13 40 26,3	13,4	25,054
25,1	38,9	— 2 13,8	
45,6	59,2	13,6	
43 5,8	45 19,4	13,6	25,093
7,2	20,9	— 2 13,7	
27,5	41,3	13,8	
47 47,8	50 1,5	13,7	25,274
5,1	19,2	— 2 14,1	
25,4	39,6	14,2	
52 45,8	54 59,9	14,1	25,322
44,3	58,7	— 2 14,4	
4,8	19,1	14,3	
57 25,1	59 39,3	14,2	25,350

1869 Aug. 27.

Coinc. = 3,147.

Astræa sydlig. $\Delta u = -4^m 5^s,9$

	α	δ	Vigt.
Bradl. χ Aquar. (5.5)	h m s 23 10 3,680	° ' '' — 8 26 25,00	1
Piazzi 23^h 30 (8.8)	3,816	22,48	1
Lal. 45558	3,688	24,18	0
B. Z. 123	3,859	27,31	0
Rob. 5126 (7.5)	3,558	25,27	3
Gr. 6-Year Cat. 1510 (1.1)	3,406	26,74	1
Gr. 7-Year Cat. 1945 (8.8)	3,526	25,15	4
Antaget	23 10 3,568	— 8 26 25,06	
red. =	+ 2,415	+ 16,76	

$13^h 43^m 0^s$ M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	m s — 2 13,852	— 6 22,12
t =	— 0,367	0,00
r =	0,000	— 0,55
	— 2 14,219	— 6 22,67

(M.)

Astræa.

Astræa.	Schjell. 9527.	α' — α.	Mikr.
34,3	39,3	— 1 5,0	
12 48 54,7	12 49 59,5	4,8	
52,8	57,7	— 1 4,9	
53 13,1	54 17,9	4,8	
39,1	44,2	— 1 5,1	
55 59,4	57 4,6	5,2	
55,0	0,1	— 1 5,1	
58 15,3	59 20,4	5,1	
	13 1 45	— 1 5	42,383
	13 4 23		42,461
	13 10 6		14,223
	13 12 20		14,254
1,6	7,2	— 1 5,6	
13 15 21,9	13 16 27,6	5,7	
40,1	45,9	— 1 5,8	
18 0,5	19 6,2	5,7	
38,2	44,1	— 1 5,9	
19 58,7	21 4,6	5,9	
48,1	53,9	— 1 5,8	
22 8,4	23 14,2	5,8	

1869 Sept. 2.

Coinc. = 17,047; 39,473.

Astræa nordlig. Δu = — 4 13,1

	α	δ	Vigt.
B. Z. 186	(23 4 4,871)	— 9 19 57,95	1
Schjell. 9527	4,210	57,90	2
Antaget	23 4 4,210	— 9 19 57,92	
red. =	+ 2,478	+ 17,00	

13 2 0 M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	— 1 5,384	+ 7 18,18
t =	— 0,179	0,00
r =	+ 0,005	+ 0,70
	— 1 5,558	+ 7 18,88

(M.)

Astræa.

Astræa.	Schjell. 9527.	α' — α.	Mikr.
58,3	42,1	— 2 43,8	
18,8	2,5	43,7	
12 32 39,2	12 35 22,8	43,6	
23,9	7,6	— 2 43,7	
44,3	28,0	43,7	
37 4,8	39 48,3	43,5	
	12 47 3	— 2 44	37,641
	12 52 11		37,656
	12 58 32	— 2 45	18,697
	13 2 36		18,622
43,4	28,0	— 2 44,6	
3,7	48,3	44,6	
13 5 24,1	13 8 8,8	44,7	
41,8	26,7	— 2 44,9	
2,1	47,1	45,0	
11 22,5	14 7,4	44,9	

1869 Sept. 4.

Coinc.

17,089	17,083	17,066
046	046	
39,447	39,449	39,473
500	497	

Astræa sydlig. Δu = — 4 16,9

Jemförelsestjernan densamma som 1869 Sept. 2.

red. = + 2,492 + 17,03

12 47 0 M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	— 2 44,222	— 5 58,23
t =	— 0,450	0,00
r =	— 0,004	— 0,57
	— 2 44,676	— 5 58,80

(M.)

Astræa.

Schjell. 9489.	Astræa.	α' − α.	Mikr.
s	s	m s	
42,7	26,6	+ 0 43,9	
12 55 3,1	12 55 46,9	43,8	
2,1	45,9	+ 0 43,8	
58 22,4	59 6,2	43,8	
49,6	33,2	+ 0 43,6	
13 0 10,0	13 0 53,7	43,7	
39,7	23,4	+ 0 43,7	
3 0,1	3 43,7	43,6	
	h m s 13 5 40		43,736
	13 7 19		43,790
	13 8 53		43,807
	13 13 7		12,737
	13 15 46		12,732
	13 17 29		12,761
13,4	56,4	+ 0 43,0	
19 33,8	20 16,9	43,1	
55,1	38,1	+ 0 43,0	
21 15,6	21 58,6	43,0	
36,2	19,1	+ 0 42,9	
22 56,7	23 39,5	42,8	
21,6	4,5	+ 0 42,9	
24 42,1	25 25,1	43,0	

1869 Sept. 5.

Coinc. = 3,131; 53,490.

Astræa sydlig. Δu = − 4^m 17,7^s

	α	δ	Vigt.
Lal. 45189	22^h 59^m 45,855^s	− 9° 20′ 47,02″	0
B. Z. 186	45,731	57,65	0
Schjell. 9489−90	45,431	54,05	1
Antaget	22 59 45,431	− 9 20 54,05	
red. =	+ 2,502	+ 17,05	

13^h 6^m 0^s M. T.

	α' − α.	δ' − δ.
	+ 0^m 43,382^s	− 11′ 44,50″
t =	+ 0,119	0,00
r =	− 0,013	− 1,19
	+ 0 43,488	− 11 45,69

(M.)

Hesperia.

Hesperia.	Weisse 0^h 399.	α' − α.	Mikr.
s	s	m s	
33,3	22,1	− 0 48,8	
11 38 53,5	11 39 42,3	48,8	
55,3	44,2	− 0 48,9	
42 15,6	43 4,4	48,8	
1,2	50,2	− 0 49,0	
44 21,3	45 10,2	48,9	
57,8	47,0	− 0 49,2	
46 17,9	47 7,0	49,1	
	h m s 11 49 34	− 0^m 49^s	35,388
	11 51 40		35,390
	11 55 21		21,219
	11 57 43		21,263
32,3	21,7	− 0 49,4	
59 52,4	12 0 41,8	49,4	
53,2	42,6	− 0 49,4	
12 2 13,4	3 2,8	49,4	
16,8	6,2	− 0 49,4	
4 36,9	5 26,3	49,4	
5,6	55,2	− 0 49,6	
6 25,8	7 15,2	49,4	

1869 Okt. 11.

Coinc. = 17,061; 39,475.

Hesperia nordlig. Δu = − 5^m 9,0^s.

	α	δ	Vigt.
B. Z. 36	0^h 25^m 7,306^s	+ 1° 44′ 10,55″	1
jemförd med a	7,295	10,33	2
Antaget	0 25 7,299	+ 1 44 10,40	
red. =	+ 2,684	+ 16,74	

Weisse 0^h 399 jemförd med a = Schjell. 198 den 20 Dec. 1869.

11^h 48^m 0^s M. T.

	α' − α.	δ' − δ.
	− 0^m 49,186^s	+ 5′ 16,49″
t =	− 0,134	0,00
r =	+ 0.002	+ 0,26
	− 0 49,318	+ 5 16,75

(M.)

Hesperia.

Hesperia.	Weisse 0^h 399.	α′ — α.	Mikr.
s	s	m s	
47,1	12,8	— 1 25,7	
7,2	32,9	25,7	
9 4 27,2	9 5 53,0	25,8	
38,7	4,4	— 1 25,7	
58,8	24,6	25,8	
7 18,8	8 44,6	25,8	
43,4	9,4	— 1 26,0	
3,6	29,7	26,1	
11 23,6	12 49,6	26,0	
	h m s		
	9 15 51		32,871
	9 19 17		32,929
	9 22 11	m s	32,951
		— 1 26	
	9 27 45		25,196
	9 30 5		25,042
	9 32 21		25,066
16,2	42,8	— 1 26,6	
36,3	2,9	26,6	
34 56,2	36 23,0	26,8	
7,0	33,6	1 26,6	
27,1	53,7	26,6	
37 47,1	39 13,8	26,7	

1869 Okt. 12.

Coinc.

29,101 29,098 } 29,125
150 150

Hesperia sydlig. $\Delta u = -5^m 10^s,6$

Jemförelsestjernan densamma som 1869 Okt. 11.

red. $= +2^s,685 + 16'',75$

$9^h 16^m 0^s$ M. T.

	α′ — α.	δ′ — δ.
	m s	′ ″
	— 1 26,238	— 1 7,28
t =	— 0,236	0,00
r =	+ 0,001	— 0,06
	— 1 26,473	— 1 7,34

(M.)

Elpis.

Elpis.	A. N. 56.115.	α′ — α.	Mikr.
s	s	m s	
38,9	6,3?	(— 1 27,4)	
59,0	26,6	27,6	
12 22 19,0	12 23 46,7	27,7	
13,1	41,1	— 1 28,0	
33,2	1,1	27,9	
25 53,2	27 21,1	27,9	
7,2	35,2	— 1 28,0	
27,2	55,4	28,2	
28 47,4	30 15,3	27,9	
	h m s		
	12 38 0		41,255
	12 41 19	m s	41,241
		— 1 29	
	12 48 24		27,169
	12 52 20		27,020
	12 55 15		27,029
12,8	42,1	— 1 29,3	
32,8	2,0	29.2	
13 0 52,9	13 2 22,1	29,2	
24,8	53,8 } ?	— 1 29,0	
44,8	13,6 } ?	28,8	
4 4.7	5 33,8 } ?	29,1	
3,2	32,8	— 1 29,6	
23,2	52,8	29,6	
13 43,2	15 12,9	29,7	

1869 Okt. 11.

Coinc. = 29,125; 39,475.

Elpis sydlig. $\Delta u = -5^m 9^s,0$

	α	δ	Vigt.
	h m s	° ′ ″	
B. Z. 136	0 57 26,806	— 0 41 12,30	0
Berlin. A. N. 56.115	27,295	16,15	1
Antaget	0 57 27,295	— 0 41 16,15	
red. =	+ 2,697	+ 15,70	

$12^h 42^m 0^s$ M. T.

	α′ — α	δ′ — δ
	m s	′ ″
	— 1 28,620	— 3 33,39
t =	— 0,242	0,00
r =	— 0,002	— 0,21
	— 1 28,864	— 3 33,60

(M.)

Elpis.

Elpis.	A. N. 56.115.	α' — α.	Mikr.
49,2 s	56,1 s	— 2 6,9 m s	
9,0	16,2	7,2	
9 52 29,1	9 54 36,2	7,1	15,752
55,8	2,8	— 2 7,0	
15,5	22,9	7,4	
56 35,7	58 43,0	7,3	15,594
56,7	3,8	— 2 7,1	
16,5	23,9	7,4	
10 3 36,7	10 5 44,1	7,4	15,418
59,6	7,1	— 2 7,5	
19,7	27,3	7,6	
11 39,7	13 47,2	7,5	41,328
14,1	21,9	— 2 7,8	
34,0	42,1	8,1	
15 54,1	18 2,0	7,9	41,453
48,1	56,2	— 2 8,1	
8,2	16,4	8,2	
20 28,3	22 36,3	8,0	41,540

1869 Okt. 12.

Coinc.

53,472 53,472 } 53,500
529 528 }

3,197 3,193 } 3,171
147 146 }

Elpis sydlig. $\Delta u = -5^m 10^s,7$

Jemförelsestjernan densamma som 1869 Okt. 11.

red. = + 2^s,702 + 15'',69

10^h 1^m 0^s M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	— 2^m 7^s,518	— 10' 59'',56
t =	— 0,349	0,00
r =	+ 0,009	— 0,67
	— 2 7,858	— 11 0,23

(M.)

Elpis.

R. n. F. 447.	Elpis.	α' — α.	Mikr.
18,9 s	28,1 s	+ 1 9,2 m s	
38,8	48,2	9,4	
12 23 58,9	12 25 8,1	9,2	6,916
41,2	50,1	+ 1 8,9	
1,2	10,2	9,0	
27 21,3	28 30,3	9,0	6,987
21,5	30,2	+ 1 8,7	
41,4	50,2	8,8	
36 1,6	37 10,4	8,8	7,308
55,8	4,2	+ 1 8,4	
15,7	24,3	8,6	
40 35,8	41 44,3	8,5	7,375
24,4	32,8	+ 1 8,4	
44,2	52,9	8,7	
46 4,3	47 12,9	8,6	7,421

1869 Okt. 14.

Coinc. = 53,500.

Elpis nordlig. $\Delta u = -5^m 13^s,2$

	α	δ	Vigt.
Lal. 1699	0^h 52^m 38^s,248	— 1° 22' 47'',15	1
B. Z. 136	38,376	50,90	1
R. n. F. 447	38,543	52,79	1
Antaget	0 52 38,659	— 1 22 55,53	
red. =	+ 2,705	+ 15,66	

Egen rör. i AR. = + 0^s,005619; i Dekl. = — 0'',10935 med öfrigblifvande fel:

1794	— 0^s,011	— 0'',18
1823	+ 0,024	+ 0,40
1846	— 0,013	— 0,22

12^h 30^m 0^s M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	+ 1^m 8^s,828	+ 13' 21'',93
t =	+ 0,188	0,00
r =	+ 0,008	+ 0,80
	+ 1 9,024	+ 13 22,73

(M.)

Feronia.

Feronia.	Schjell. 760.	α' — α.	Mikr.
s	s	m s	
10,7	42,2	— 2 31,5	
31,3	2,9	31,6	
13 37 52,1	13 40 23,8	31,7	
55,8	27,2	— 2 31,4	
16,4	48,0	31,6	
42 37,1	45 8,8	31,7	
	h m s		
	13 50 25		3,879
	13 54 52	m s — 2 32	3,718
	13 59 38		3,657
	14 4 0		3,577
44,8	17,1	— 2 32,3	
5,3	38,1	32,8	
14 7 26,0	14 9 58,8	32,8	
17,0	49,5	— 2 32,5	
37,5	10,2	32,7	
12 58,3	15 31,0	32,7	
52,2	24,9	— 2 32,7	
2,9	45,8	32,9	
18 33,7	21 6,6	32,9	

1869 Okt. 14.

Coinc. = 39,476.

Feronia sydlig. $\Delta u = - 5^m 13^s,3$

	α	δ	Vigt.
	h m s	° ' "	
Lal. 5050	2 36 57,142	+ 14 41 8,66	0
B. Z. 141	57,270	30 53,92	1
Schjell. 760	57,310	30 50,59	2
Antaget	2 36 57,297	+ 14 30 51,70	
red. =	+ 2,891	+ 10,51	

13^h 47^m 0^s M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	m s	' "
	— 2 31,994	— 10 18,67
t = —	0,417	0,00
r = —	0,001	— 0,31
	— 2 32,412	— 10 18,98

(M.)

Feronia.

Feronia.	Rümk. 627.	α' — α.	Mikr.
s	s	m s	
7,2	29,1	— 3 21,9	
27,8	49,6	21,8	
10 13 48,5	10 17 10,3	21,8	
38,1	59,8	— 3 21,7	
58,8	10,3	21,5	
19 19,3	22 41,0	21,7	
	h m s		
	10 27 25		14,321
	10 32 13	m s — 3 22	14,446
	10 36 45		14,508
30,7	53,2	— 3 22,5	
51,2	13,8	22,6	
39 11,8	42 34,6	22,8	
28,2	50,9	— 3 22,7	
48,8	11,6	22,8	
44 9,3	47 32,4	23,1	

1869 Nov. 1.

Coinc.

39,452	39,453	39,484
518	512	

Feronia nordlig. $\Delta u = + 4^m 20^s,8$

	α	δ	Vigt.
	h m s	° ' "	
B. Z. 126	2 20 44,975	+ 11 51 56,35	1
Rümk. 627 (2 obs.)	44,631	57,80	2
Antaget	2 20 44,746	+ 11 51 57,32	
red. =	+ 3,039	+ 12,30	

10^h 33^m 0^s M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	m s	' "
	— 3 22,235	+ 7 14,01
t = —	0,554	0,00
r = —	0,001	+ 0,24
	— 3 22,790	+ 7 14,25

(M.)

Feronia.

R. n. F. 1170.	Feronia.	α' — α.	Mikr.
s	s	m s	
24,2	7,2	+ 1 43,0	
44,8	27,8	43,0	
8 25 5,3	8 26 48,6	43,3	
9,2	52,0	+ 1 42,8	
29,8	12,5	42,7	
29 50,3	31 33,3	43,0	
3,4	46,1	+ 1 42,7	
24,1	6,8	42,7	
33 44,7	35 27,2	42,5	
	h m s		
	8 38 1		15,786
	8 41 28		15,782
	8 44 53		15,654
	8 47 50		15,650
	8 50 45		15,597
48,1	30,1	+ 1 42,0	
8,7	50,7	42,0	
53 29,2	55 11,3	42,1	
10,1	52,0	+ 1 41,9	
30,7	12,7	42,0	
56 51,4	58 33,3	41,9	

1869 Nov. 5.

Coinc.

39,450 39,451 } 39,474
496 498

Feronia sydlig. $\Delta u = + 4^m 15^s,0$

	α	δ
R. n. F. 1170 (2 obs.)	$2^h 11^m 54^s,765$	$+ 11° 35' 20'',65$
red. =	+ 3,047	+ 12,88

$8^h 44^m 0$ M. T.

	α' — α	δ' — δ
	$+ 1^m 42^s,558$	$- 6' 50'',28$
t =	+ 0,281	0,00
r =	+ 0,004	— 0,28
	+ 1 42,843	— 6 50,56

(M.)

Thetis.

Thetis.	Weisse 2^h 426.	α' — α.	Mikr.
h m s	h m s	m s	
12 13 48,2	12 14 19,8	— 0 31,6	
14 56,2	15 27,9	31,7	
17 29,0	18 0,8	31,8	
18 41,2	19 12,8	31,6	
20 9,7	20 41,6	31,9	
21 7,2	21 38,9	31,7	
23 27,3	23 59,3	32,0	
	h m s		
	12 26 4		28,802
	12 27 41		28,814
	12 29 16	$- 0^m 32^s$	28,808
	12 30 56		28,740
	12 32 34		28,733
34 52,8	35 25,2	— 0 32,4	
36 31,8	37 4,2	32,4	
37 58,0	38 30,5	32,5	
39 6,4	39 38,9	32,5	
40 17,1	40 49,5	32,4	
41 24,8	41 57,4	32,6	
42 43,0	43 15,6	32,6	

1869 Nov. 1.

Coinc.

29,066 29,060 } 29,041
018 021

Thetis nordlig. $\Delta u = + 4^m 20^s,7$

	α	δ	Vigt.
B. Z. 43	$2^h 26^m 34^s,698$	$+ 5° 7' 19'',44$	1
B. Z. 121	34,690	18,36	1
Antaget	2 26 34,694	+ 5 7 18,90	
red. =	+ 2,941	+ 11,84	

$12^h 33^m 0$ M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	$- 0^m 32^s,119$	$+ 0' 4'',55$
t =	— 0,088	0,00
	— 0 32,207	+ 0 4,55

(M.)

Thetis.

Thetis.	R. n. F. 1308.	α' — α.	Mikr.
s	s	m s	
49,6	0,0	— 3 10,4	
9,8	20,2	10,4	
9 24 30,2	9 27 40,5	10,3	
	h m s 9 32 6	m s — 3 10	32,850
0,8	11,3	— 3 10,5	
21,0	31,6	10,6	
34 41,3	37 51,8	10,5	
	h m s 9 42 28	m s — 3 11	32,891
2,7	13,8	— 3 11,1	
22,9	34,0	11,1	
47 43,2	50 54,3	11,1	
	h m s 9 54 49 }	m s — 3 11	33,072
	10 6 27 }		33,167
52,1	4,0	— 3 11,9	
12,3	24,2	11,9	
10 9 32,7	10 12 44,4	11,7	

1869 Nov. 5.

Coinc.

17,022 17,019 }
16,974 16,976 } 16,998

Thetis sydlig, svag; beständigt töcknigt. $\Delta u = + 4^m 15^s,0$

	α	δ
	h m s	° ' "
R. n. F. 1308	2 25 36,647	+ 4 56 18,99
red. =	+ 2,965	+ 11,77

9h 51m 0s M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	m s	' "
	— 3 11,072	— 4 37,19
t =	— 0,523	0,00
r =	+ 0,002	— 0,21
	— 3 11,593	— 4 37,40

(M.)

Thetis. (Reg.)

Thetis.	Weisse 2h 273.	α' — α.	Mikr.
s	s	m s	
30,49	34,38	— 0 3,89	
46,24	50,33	4,09	
0 59 1,38	0 59 5,35	3,97	
29,35	33,24	— 0 3,89	
39,32	43,26	3,94	
49,34	53,49	4,05	
59 59,24	1 0 3,23	3,99	
33,66	37,57	— 0 3,91	
43,60	47,51	3,91	
53,75	57,72	3,97	
1 1 3,37	1 7,60	4,23	
	h m s 9 39 20 }		10,567
	9 41 2 }		10,549
	9 42 18 }	m s — 0 4	10,512
	9 44 20 }		10,575
	9 45 21 }		10,548
50,17	54,83	— 0 4,66	
0,33	5,11	4,78	
20 9,97	20 14,89	4,92	
26,73	31,56	— 0 4,83	
36,90	41,76	4,86	
20 46,41	20 51,33	4,92	
3,88	8,65	— 0 4,77	
13,99	19,00	5,01	
21 23,69	21 28,77	5,08	
54,86	59,61	— 0 4,75	
5,07	9,96	4,89	
22 14,76	22 19,76	5,00	

1869 Nov. 10.

Coinc. = 39,495.

Thetis nordlig. $\Delta u = + 4^m 7^s,6$

Tiede.		Kessels.
h m s		h m s
4 30 15	=	13 4 41
13 51 36	=	22 24 30

	α	δ	Vigt.
	h m s	° ' "	
B. Z. 43	2 17 59,267	+ 4 25 50,25	1
B. Z. 121	59,074	48,54	1
Antaget	2 17 59,170	+ 4 25 49,39	
red. =	+ 2,973	+ 11,94	

9h 49m 6s M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	m s	' "
	— 0 4,423	+ 8 20,93
r =	— 0,003	+ 0,37
	— 0 4,426	+ 8 21,30

(M.)

Thetis.

Thetis.	Weisse 9^h 273.	$\alpha' - \alpha$.	Mikr.
$16^s,2$	$11^s,8$	$-0^m 55^s,6$	
9 18 36,4	9 19 31,9	55,5	
12,0	7,8	− 0 55,8	
20 32,3	21 28,0	55,7	
3,2	58,8	− 0 55,6	
22 23,4	23 19,2	55,8	
54,4	50,2	− 0 55,8	
24 14,7	25 10,6	55,9	
	$9^h 28^m 38^s$		35,219
	9 31 0		35,250
	9 33 16	$-0^m 56^s$	35,219
	9 35 24		35,113
	9 39 2		35,140
30,0	26,4	− 0 56,4	
40 50,2	41 46,6	56,4	
45,2	41,8	− 0 56,6	
43 5,5	44 2,0	56,5	
58,1	54,7	− 0 56,6	
45 18,3	46 15,0	56,7	
9,8	6,4	− 0 56,6	
48 30,0	49 26,8	56,8	

1869 Nov. 11.

Coinc.

17,008 17,011 }
042 044 } 17,026

Thetis nordlig. $\Delta u = + 4^m 6^s,2$

Jemförelsestjernan densamma som 1869 Nov. 10.

red. $= + 2^s,977 \quad + 11'',89$

$9^h 37^m 0^s$ M. T.

$\alpha' - \alpha$.	$\delta' - \delta$.
$-0^m 56^s,149$	$+ 5' 14'',48$
t = − 0,154	0,00
r = − 0,002	+ 0,24
− 0 56,305	+ 5 14,72

(M.)

Thalia.

R. n. F. 1709.	Thalia.	$\alpha' - \alpha$.	Mikr.
$55^s,2$	$43^s,9$	$+1^m 48^s,7$	
16,1	4,7	48,6	
12 33 36,9	12 35 25,3	48,4	
23,3	11,8	+ 1 48,6	
44,1	32,7	48,6	
37 4,9	39 53,4	48,5	
	$12^h 41^m 35^s$		23,092
	12 44 59		23,123
	12 47 45		23,110
	12 50 10		23,111
46,8	34,3	+ 1 47,5	
7,5	55,2	47,7	
52 28,2	54 16,0	47,8	
4,1	51,8	+ 1 47,7	
25,0	12,7	47,7	
55 45,8	57 33,5	47,7	

1869 Nov. 10.

Coinc.

29,039 29,041 }
082 081 } 29,061

Thalia nordlig. $\Delta u = + 4^m 7^s,4$

	α	δ
R. n. F. 1709	$3^h 19^m 56^s,603$	$+ 12^\circ 56' 57'',19$
red. =	+ 3,182	+ 8,52

$12^h 50^m 0^s$ M. T.

$\alpha' - \alpha$.	$\delta' - \delta$.
$+ 1^m 48^s,155$	$+ 1' 43'',06$
t = + 0,295	0,00
r = 0,000	+ 0,05
+ 1 48,450	+ 1 43,11

(M.)

Thalia.

R. n. F. 1666.	Thalia.	α' — α.	Mikr.
s	s	m s	
27,6		—	
48,2	12,2	+ 1 24,0	
11 14 9,0	11 15 33,1	24,1	
43,1	6,8	+ 1 23,7	
3,8	27,6	23,8	
17 24,7	18 48,5	23,8	
22,8	46,2	+ 1 23,4	
43,4	7,0	23,6	
23 4,1	24 27,8	23,7	
	h m s		
	11 26 31		1,788
	11 30 28		1,796
	11 33 42		1,940
	11 37 4		1,912
	11 39 37		1,944
15,0	37,9	+ 1 22,9	
35,7	58,4	22,7	
41 56,3	43 19,2	22,9	
17,2	39,8	+ 1 22,6	
38,0	0,4	22,4	
44 58,6	46 21,2	22,6	

1869 Nov. 19.

Coinc. = 53,425.

Thalia sydlig. $\Delta u = +3^m 52^s,1$

	α	δ	Vigt.
	h m s	° ' ''	
Lal. 6088	3 10 38,299	+ 13 21 55,70	0
B. Z. 126	38,551	55,71	0
B. Z. 141	38,276	55,59	0
Rümk. 836 (2 obs.)	38,053	56,45	0
R n.F. 1666 (3 obs.)	38,003	52,82	0
7-Year Cat. 215 (4 obs.)	38,279	52,85	1
Berlin. A. N. 69.68 (3 obs.)	38,200	53,38	1
Antaget	3 10 38,239	+ 13 21 53,11	
red. =	+ 3,260	+ 9,13	

$11^h 37^m 0^s$ M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	m s	' ''
	+ 1 23,180	— 14 52,75
t =	+ 0,227	0,00
r =	— 0,001	— 0,46
	+ 1 23,406	— 14 53,21

(M.)

Thalia.

R. n. F. 1666.	Thalia.	α' — α.	Mikr.
h m s	h m s	m s	
10 47 5,7	10 47 26,0	+ 0 20,3	6,022
49 0,7	49 21,2	20,5	
49 55,6	50 15,8	20,2	
51 0,1	51 30,3	20,2	5,992
53 33,9	53 54,1	20,2	
56 46,7	57 6,9	20,2	6,030
57 36,4	57 56,3	19,9	
58 34,6	58 54,6	20,0	•
11 0 57,6	11 1 17,3	19,7	6,058
3 30,8	3 50,3	19,5	
4 25,1	4 44,6	19,5	
5 15,1	5 35,0	19,9	
6 34,0	6 53,4	19,4	6,080

1869 Nov. 20.

Coinc.

53,397 53,394 }
456 453 } 53,425

Thalia sydlig. $\Delta u = +3^m 50^s,6$

Jemförelsestjernan densamma som 1869 Nov. 19.

red. = $+ 3^s,267$ $+ 9'',12$

$11^h 0^m 0^s$ M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	m s	' ''
	+ 0 20,026	— 13 40,72
t =	+ 0,055	0,00
r =	0,000	— 0,42
	+ 0 20,081	— 13 41,14

(M.)

Clio.

Clio.	R. n. F. 1727.	α' − α.	Mikr.
27,0 s	37,1 s	−1m 10,1s	
9 9 52,2	9 11 2,7	10,5	
13,2	24,1	−1 10,9	
12 38,9	13 49,2	10,3	
36,9	47,1	−1 10,2	
16 2,0	17 12,8	10,8	
20,2	31,1	−1 10,9	
19 45,3	20 56,1	10,8	
	9h 28m 33s		33,692
	9 31 51		33,759
	9 34 50	−1m 12s	33,716
	9 37 55		33,661
	9 40 17		33,602
12,1	24,8	−1 12,7	
50 37,1	51 50,0	12,9	
12,4	25,1	−1 12,7	
53 37,2	54 50,1	12,9	
50,6	3,2	−1 12,6	
57 15,7	58 28,5	12,8	
9,1	22,2	−1 13,1	
10 0 34,2	10 1 47,2	13,0	

1869 Nov. 20.

Coinc.

3,122 3,119 }
087 086 } 3,103

Clio nordlig. $\Delta u = + 3^m 50{,}7^s$.

	α	δ	Vigt.
Lal. 6393	(3h 21m 46,446s)	+36° 11' 6,43"	1
B. Z. 508	47,083	7,46	1
R. n. F. 1727 (2 obs.)	47,067	4,75	2
Antaget	3 21 47,072	+36 11 5,85	
red. =	+ 3,955	+ 8,91	

9h 39m 0s M. T.

	α' − α.	δ' − δ.
	−1m 11,718s	+8' 49,24"
t =	− 0,196	0,00
r =	+ 0,001	+ 0,17
	−1 11,913	+8 49,41

(M.)

Clio.

Clio.	A. M. + 35° 691.	α' − α.	Mikr.
27,2 s	32,4 s	−3m 5,2s	
52,2	57,2	5,0	
8 46 17,3	8 49 22,4	5,1	
27,5	32,9	−3 5,4	
52,3	57,8	5,5	
51 17,3	54 22,8	5,5	
	8h 58m 55s		28,552
	9 20 25	−3m 7s	28,748
	9 26 27		28,860
46,1	54,2	−3 8,1	
11,1	19,3	8,2	
9 36 36,0	9 39 43,9	7,9	
11,8	19,9	−3 8,1	
36,6	44,7	8,1	
43 1,7	46 9,8	8,1	

1869 Nov. 24.

Coinc. = 29,071.

Clio nordlig. $\Delta u = + 3^m 45{,}0^s$

		α	δ
Arg. Mer.	+35° 691	3h 19m 1,045s	+35° 55' 26,59"
red. =		+ 3,968	+ 9,71

9h 18m 0s M. T.

	α' − α.	δ' − δ.
	−3m 6,702s	+0' 5,58"
t =	− 0,511	0,00
	−3 7,213	+0 5,58

(M.)

Clio.

A. M. + 35° 666.	Clio.	α' — α.	Mikr.
10,1 s	41,2 s	+ 2 31,1 m s	
34,8	6,0	31,2	
9 33 59,3	9 36 30,8	31,5	
21,2	52,1	+ 2 30,9	
46,2	16,8	30,6	
39 11,0	41 41,8	30,8	
36,8	7,0	+ 2 30,2	
1,7	31,8	30,1	
44 26,4	46 56,8	30,4	
	9 50 34 h m s		22,589
	9 56 33		22,672 }
	10 0 55		22,605 }
	10 6 36		22,382
	10 12 27		22,262
	10 17 23		22,190
3,6	32,1	+ 2 28,5	
28,3	56,8	28,5	
10 25 53,2	28 21,8	28,6	
38,4	6,8	+ 2 28,4	
3,4	31,5	28,1	
30 28,2	32 56,3	28,1	

1869 Nov. 26.

Coinc.

53,398 53,398 }
461 463 } 53,430

Clio sydlig. $\Delta u = + 3^m 42{,}0^s$

		α	δ
Arg. Mer. +	35° 666	3h 11m 7s,970	+ 35° 50' 45'',30
red. =		+ 3,955	+ 10,76

10h 8m 0s M. T.

α' — α.	δ' — δ.
+ 2m 29s,644	— 8' 57'',43
t = + 0,410	0,00
r = 0,000	— 0,17
+ 2 30,054	— 8 57,60

(M.)

Clio.

Clio.	A. M. + 35° 680.	α' — α.	Mikr.
45,2 s	55,8 s }	— 3 10.6 m s	
10,1	20,4 } ?	10,3	
9 29 35,1	9 32 45,4 }	10,3	
55,1	5,8	— 3 10,7	
20,0	30,8	10,8	
34 45,0	37 55,8	10,8	
27,1	38,0	— 3 10 9	
52,0	3,0	11,0	
42 17,0	45 27,9	10,9	
	9 53 0 h m s }		33,190
	10 0 19 }	— 3 12 m s	33,392
	10 22 2 }		33,711
	10 35 1 }		33,910
1,2	15,1	— 3 13,9	
26,3	39,9	13,6	
10 40 51,1	10 44 5,0	13,9	
51,2	5,1	— 3 13,9	
16,1	29,9	13,8	
47 40,8	50 54,8	14,0	

1869 Nov. 27.

Coinc. = 39,497.

Clio nordlig, mycket svag. $\Delta u = + 3^m 40{,}5^s$

		α	δ
Arg. Mer. +	35° 680	3h 15m 46s,452	+ 35° 33' 0'',96
red. =		+ 3,963	+ 10,39

10h 12m 0s M. T.

α' — α.	δ' — δ.
— 3m 12s,214	+ 1' 43'',28
t = — 0,526	0,00
r = 0,000	+ 0,03
— 3 12,740	+ 1 43,31

(M.)

Calypso.

Calypso.	R. n. F. 1965.	$\alpha' - \alpha$.	Mikr.
s 14,4	s 11,6	m s −0 57,2	
12 29 34,8	12 30 32,1	57,3	
50,0	47,1	−0 57,1	
33 10,3	34 7,6	57,3	
5,7	3,1	−0 57,4	
35 26,7	36 23,7	57,5	
24,7	22,2	−0 57,5	
37 45,1	38 42,8	57,7	
	h m s 12 41 6		23,102
	12 44 8		23,079
	12 46 7	m s −0 58	23,118
	12 48 38		23,156
	12 50 29		23,077
52,7	50,8	−0 58,1	
53 13,2	54 11,2	58,0	
16,2	14,6	−0 58,4	
55 36,8	56 35,1	58,3	
36,3	34,8	−0 58,5	
57 56,9	58 55,2	58,3	
54,3	52,8	−0 58,5	
13 0 14,9	13 1 13,3	58,4	

1869 Nov. 26.

Coinc.

39,470 39,470
523 527 } 39,497

Calypso sydlig. $\Delta u = + 3^m 41^s,8$.

	α	δ
R. n. F. 1965 (3 obs.)	h m s 3 42 33,643	+ 10° 9′ 27″,33
red. =	+ 3,292	+ 6,54

h m s 12 48 0 M. T.

	$\alpha' - \alpha$.	$\delta' - \delta$.
	m s −0 57,811	− 4′ 43″,79
t =	− 0,158	0,00
r =	+ 0,001	− 0,19
	−0 57,968	− 4 43,98

(M.)

Hecate.

R. n. F. 1949.	Hecate.	$\alpha' - \alpha$.	Mikr.
s 50,9	s 15,2	m s +1 24,3	
11,3	35,7	24,4	
14 8 31,9	14 9 56,2	24,3	
44,6	8,8	+1 24,2	
5,0	29,3	24,3	
11 25,7	12 49,8	24,1	
30,9	55,1	+1 24,2	
51,3	15,4	24,1	
14 11,8	15 35,9	24,1	
	h m s 14 21 6		40,261
	14 23 37		40,421
	14 26 18		40,411
	14 29 20		40,442
	14 31 47		40,318
21,7	45,2	+1 23,5	
42,2	5,9	23,7	
34 2,9	35 26,2	23,3	
37,1	0,4	+1 23,3	
57,6	21,1	23,5	
37 8,2	38 41,7	23,5	

1869 Nov. 1.

Coinc.

17,030 17,028
16,976 16,978 } 17,003

Hecate nordlig. $\Delta u = + 4^m 20^s,6$

	α	δ	Vigt.
B. Z. 53	h m s 3 41 12,356	+ 10° 23′ 34″,44	1
R. n. F. 1949 (2 obs.)	12,210	30,35	2
Antaget	3 41 12,259	+ 10 23 31,71	
red. =	+ 3,009	+ 7,30	

h m s 14 28 0 M. T.

	$\alpha' - \alpha$.	$\delta' - \delta$.
	m s + 1 23,870	+ 6′ 45″,04
t =	+ 0,229	0,00
r =	+ 0,003	+ 0,25
	+ 1 24,102	+ 6 45,29

(M).

Hecate. (Reg.)

Hecate.	R. n. F. 1932.	α' — α.	Mikr.
35,00	58,84	— 3 23,84	
45,38	9,06	23,68	
55,54	19,33	23,79	
1 44 5,35	1 47 29,23	23,88	
18,14	42,13	— 3 23,99	
38,75	2,78	24,03	
48,46	12,35	23,89	
48 59,50	52 23,11	23,61	
	10 32 21		30,089
	10 37 0		30,127
	10 41 48	— 3 24	30,204
	10 47 8		30,232
8,17	32,97	— 3 24,80	
18,05	43,10	25,05	
(28,78)	53,35	(24,57)	
38,36	3,27	24,91	
2 14 49,51	2 18 14,00	24,49	
45,03	10,10	— 3 25,07	
55,27	20,00	24,73	
5,54	30,50	24,96	
15,54	40,31	24,77	
19 26 29	22 51,11	24,82	

1869 Nov. 10.

Coinc. = 17,026.

Hecate sydlig. $\Delta u = + 4^m 7^s,5$

Tiede.		Kessels.
4 30 15	=	13 4 41
13 51 36	=	22 24 30

	α	δ	Vigt.
Lal. 6950	3 38 57,324	+ 10 8 11,40	1
B. Z. 53	57,539	10,89	1
R. n. F. 1932 (4 obs.)	57,433	12,52	3
Antaget	3 38 57,432	+ 10 8 11,97	
red. =	+ 3,129	+ 7,31	

10 39 58 M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	— 3 24,322	— 3 47,47
r =	+ 0,001	— 0,14
	— 3 24,321	— 3 47,61

(M.)

Hecate. (Reg.)

Hecate.	R. n. F. 1932.	α' — α.	Mikr.
38,47	53,26	— 4 14,79	
49,17	3,97	14,80	
58,87	14,06	15,19	
9,26	24,30	15,04	
2 38 19,16	2 42 34,30	15,14	
21,46	36,21	— 4 14,75	
32,02	47,26	15,24	
41,80	57,24	15,44	
52,27	7,35	15,08	
46 2,30	50 17,58	15,28	
25,15	41,12	— 4 15,97	
35,72	51,50	15,78	
45,85	1,40	15,55	
55,93	11,69	15,76	
54 6,22	58 21,76	15,54	
	11 42 10		16,596
	12 2 4	— 4 16	16,430
	12 7 57		16,310

1869 Nov. 11.

Coinc.

39,468 39,466 } 39,495
522 526 }

Hecate sydlig. $\Delta u = + 4^m 6^s,1$

Tiede.		Kessels.
14 46 6	=	23 14 55

Jemförelsestjernan densamma som 1869 Nov. 10.

red. = + 3,141 + 7,28

11 19 53 M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	— 4 15,263	— 6 35,01
r =	+ 0,001	— 0,23
	— 4 15,262	— 6 35,24

(M.)

Hecate. (Reg.)

Schjell. 1030.	Hecate.	α' — α.	Mikr.
	11 13 14		26,617
	11 15 16		26,607
	11 16 28		26,622
	11 17 38		26,554
	11 18 55		26,564
0,25	7,78	+0 7,53	
10,73	18,01	7,28	
4 12 20,53	4 12 28,09	7,56	
53,53	0,97	+0 7,44	
4,00	11,31	7,31	
14 14,13	14 21,25	7,12	
46,88	54,14	+0 7,26	
57,15	4,54	7,39	
15 7,22	15 14,38	7,16	
34,87	42,41	+0 7,54	
45,45	52,78	7,33	
15 55,48	16 2,52	7,04	
35,00	42,20	+0 7,20	
45,38	52,57	7,19	
16 55,24	17 2,40	7,16	
2,60	9,99	+0 7,39	
13,00	20,02	7,02	
22 22,89	22 30,13	7,24	
57,10	4,02	+0 6,92	
7,54	14,46	6,62	
23 17,46	23 24,61	7,15	
54,69	1,78	+0 7,09	
5,12	11,98	6,86	
24 14,99	24 21,80	6,81	
45,85	52,83	+0 6,98	
55,95	3,12	7,17	
25 6,03	25 13,12	7,09	
37,90	44,90	+0 7,00	
47,18	55,28	7,10	
25 58,31	26 5,03	6,72	

1869 Nov. 26.

Coinc.

29,046 29,040 }
102 098 } 29,071

Hecate sydlig. $\varDelta u = +3^m 41^s,9$

	Tiede.		Kessels.
Nov. 25.	17 9 5	=	0 46 10,5
„ 26.	5 56 58	=	13 28 0,0

	α	δ	Vigt.
R. n. F. 1738	3 22 19,978	+9 30 13,88	1
Schjell. 1030	20,310	13,97	1
Antaget	3 22 20,144	+9 30 13,92	
red. =	+ 3,265	+ 7,73	

11 54 0 M. T.

	α' — α	δ' — δ
	+0 7,182	— 0 45,08
r =	0,000	— 0,03
	+0 7,182	— 0 45,11

(M.)

Helena.

Helena.	A. N. 53.277.	α' — α.	Mikr.
27,2	17,0	— 2 49,8	
37,3	27,1	49,8	
6 53 47,4	6 56 37,3	49,9	
17,3	6,8	— 2 49,5	
27,3	16,9	49,6	
58 37,5	7 1 27,0	49,5	

1869 Jan. 7.

Coinc.

3,126 3,129 }
077 080 } 3,103

Helena nordlig. $\varDelta u = -4^m 26^s$

Helena.

Helena.	A. N. 53.277.	α' — α.	Mikr.
	7h 7m 1s		35,593
	7 15 41		35,769
	7 20 9	— 2m 49s	35,885
	7 25 9		36,052
12s,8	0s,8	— 2m 48s,0	
22,8	10,8	48,0	
7 27 33,0	7 30 21,0	48,0	
41,4	39,0	— 2 47,6	
41,4	49,1	47,7	
32 1,5	34 59,2	47,7	

1869 Jan. 7.

	α	δ	Vigt.
Lal. 47279	0h 0m 35s,699	+ 6° 58′ 27″,13	1
B. Z. 111	34,929	21,52	0
Sant. 1677 (2 obs.)	35,573	27,18	2
Königs. A. N. 53.277 (2 obs.)	35,431	27,83	2
Antaget	0 0 35,542	+ 6 58 27,43	
red. =	— 0,922	— 4,04	

7h 9m 4s M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	— 2m 48s,720	+ 9′ 26″,42
t =	— 0,460	0,00
r =	+ 0,007	+ 0,45
	— 2 49,173	+ 9 26,87

(M.)

Helena.

Helena.	Weisse 0h 183.	α' — α.	Mikr.
37s,0	11s,9	— 1m 34s,9	
47,1	21,8	34,7	
7 34 57,1	7 36 31,8	34,7	
12,1	46,8	— 1 34,7	
22,2	56,8	34,6	
38 32,2	40 7,0	34,8	
54,7	29,5	— 1 34,8	
4,7	39,6	34,9	
42 15,0	43 49,8	34,8	
	7h 54m 22s		38,238
	7 57 45		38,327
	8 0 32	— 1m 34s	38,540
	8 3 15		38,503
51,0	—	—	
1,1	34,0	— 1 32,9	
8 5 11,2	8 6 44,1	32,9	
12,6	45,7	— 1 33,1	
22,7	55,8	33,1	
8 32,8	10 6,0	33,2	
45,0	17,7	— 1 32,7	
55,1	27,9	32,8	
13 5,2	14 38,0	32,8	

1869 Jan. 16.

Coinc.

3,042	3,051	3,081
119	111	

Helena nordlig. Δu = — 4m 37s

	α	δ	Vigt.
B. Z. 111	0h 11m 55s,084	+ 8° 20′ 30″,44	1
jemförd med a	55,022	28,39	2
Antaget	0 11 55,043	+ 8 20 29,07	
red. =	— 0,954	— 4,65	

Weisse 0h 183 jemförd med a = Schjell. 82 sequ. den 5 Febr. 1869.

7h 50m 53s M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	— 1m 33s,730	+ 10′ 10″,96
t =	— 0,256	0,00
r =	+ 0,016	+ 0,61
	— 1 33,970	+ 10 11,57

(M.)

Helena.

Helena.	Schjell. 104.	α' — α.	Mikr.
s	s	m s	
35,9	21,4	— 1 45,5	
46,0	31,5	45,5	
6 44 56,1	6 46 41,7	45,6	
18,0	3,0	— 1 45,0	
28,1	13,1	45,0	
50 38,2	52 23,2	45,0	
24,1	8,8	— 1 44,7	
34,1	19,0	44,9	
54 44,2	56 29,1	44,9	
	h m s 7 0 13		24,569
	7 3 32		24,641
	7 6 34	— 1 44 (m s)	24,652
	7 10 15		24,778
	7 12 58		24,841
11,1	54,4	— 1 43,3	
21,2	4,6	43,4	
7 15 31,4	7 17 14,8	43,4	
58,0	41,5	— 1 43,5	
8,1	51,5	43,4	
19 18,3	21 1,7	43,4	

1869 Jan. 17.

Coinc. = 53,461.

Helena sydlig. $\Delta u = -4^m 39^s$

	α	δ	Vigt.
B. Z. 111	(0 13 28,303) (h m s)	+ 8 48 4,04 (° ′ ″)	1
Arg. Mer. + 8° 33 (3 obs.)	28,708	4,00	4
Schjell. 104	28,936	4,95	2
Antaget	0 13 28,784	+ 8 48 4,28	
red. =	— 0,953	— 4,62	

6 59 8 M. T. (h m s)

	α' — α	δ' — δ
	— 1 44,257 (m s)	— 8 17,70
t =	— 0,285	0,00
r =	— 0,007	— 0,37
	— 1 44,549	— 8 18,07

(M.)

Helena.

Helena.	Schjell. 104.	α' — α.	Mikr.
h m s	h m s	m s	
6 19 55,2	6 20 15,6	— 0 20,4	
20 55,2	21 15,5	20,3	
21 44,0	22 4,2	20,2	
23 12,1	23 32,0	19,9	
24 2,0	24 22,1	20,1	
24 55,6	25 15,7	20,1	
26 27,1	26 47,2	19,9	
27 16,1	27 36,0	19,9	
	h m s 6 28 49		32,128
	6 30 39		32,031
	6 32 23	— 0 19 (m s)	32,194
	6 34 45		32,268
	6 36 30		32,271
39 29,1	39 48,1	— 0 19,0	
41 1,2	41 20 3	19,1	
42 29,2	42 48,4	19,2	
43 27,3	43 46,4	19,1	
44 29,3	44 48,4	19,1	
50 33,3	50 52,1	18,8	
51 54,2	52 12,7	18,5	
53 11,0	53 29,3	18,3	
57 16,5	57 34,4	17,9	

1869 Jan. 18.

Coinc. = 29,082.

Helena nordlig; mycket svag, så att den mot slutet endast med största svårighet kunde observeras.

$\Delta u = -4^m 40^s$

Jemförelsestjernan densamma som 1869 Jan. 17.

red. = — 0,964 (s) — 4,70 (″)

6 29 39 M. T. (h m s)

	α' — α.	δ' — δ.
	— 0 19,562 (m s)	+ 0 54,41 (′ ″)
t =	— 0,053	0,00
r =	+ 0,001	+ 0,04
	— 0 19,614	+ 0 54,45

(M.)

Helena.

Schjell. 233.	Helena.	α' — α.	Mikr.
s	s	m s	
35,0	31,3	+ 2 56,3	
45,3	41,6	56,3	
6 34 55,7	6 37 51,8	56,1	
54,6	51,0	+ 2 56,4	
4,8	1,2	56,4	
40 15,1	43 11,4	56,3	
28,0	25,2	+ 2 57,2	
38,2	35,5	57,3	
51 48,5	54 45,8	57,3	
41,3	—	—	
51,6	49,3	+ 2 57,7	
57 2,0	59 59,5	57,5	

* 10^m	Helena.		
	h m s		
	7 7 54		22,846
	7 10 26		22,751
	7 13 27		22,771
	7 16 45		22,718
	7 19 23		22,704

Schjell. 233.	* 10^m		
	h m s		
	7 25 0		22,524
	7 27 30		22,458
	7 30 30		22,499
	7 33 30		22,529

1869 Febr. 3.

Coinc.

29,074 29,070 } 29,098
120 127 }

53,449 53,444 } 53,479
511 511 }

Helena nordlig. * 10^m följer Shjell. 233 nordligt (2^m 31^s).

$\Delta u = - 5^m 15^s$

		α	δ	Vigt.
		h m s	° ′ ″	
B. Z. 29		0 34 19,395	+ 11 14 8,29	1
Arg. Mer. + 11° 83 (2 obs.)		19,469	6,38	4
Schjell. 233—4		19,384	6,13	4
Antaget		0 34 19,423	+ 11 14 6,48	
red. =	—	1,060	— 5,87	

6^h 55^m 41^s M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	m s	′ ″
	+ 2 57,685	+ 10 41,04
t =	+ 0,487	0,00
r =	+ 0,012	+ 0,53
	+ 2 58,184	+ 10 41,57

(M.)

Helena.

Rümk. 289.	Helena.	α' — α.	Mikr.
s	s	m s	
26,3	1,2	+ 1 34,9	
36,7	11,5	34,8	
8 52 47,0	8 54 21,8	34,8	
50,5	25,8	+ 1 35,3	
0,8	36,2	35,4	
58 11,2	59 46,5	35,3	

1869 Mars 1.

Coinc.

53,433 53,438 } 53,473
512 510 }

Helena nordlig; deklinationerna högst osäkra, emedan planeten endast med största svårighet kunde ses.

$\Delta u = - 0^m 52^s.$

		α	δ	Vigt.
		h m s	° ′ ″	
Lal. 2572		1 18 19,261	+ 15 34 26,21	1
B. Z. 394		19,160	29,69	1
Rümk. 289 (2 obs.)		18,916	27,71	2
Rob. 306 (3.4)		19,014	26,17	3
Antaget		1 18 19,042	+ 15 34 27,69	
red. =	—	1,095	— 7,39	

Helena.

Rümk. 289.	Helena.	α' — α.	Mikr.
s 25,9	s —	m s —	
36,3	12,2	+ 1 35,9	
9 8 46,7	9 10 22,6	35,9	
	h m s 9 15 30		8,412
	9 20 50		8,566

1869 Mars 1.

h m s 9 8 54 M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	m s + 1 36,125	+ 12' 55,52"
t =	+ 0,263	0,00
r =	+ 0,081	+ 1,69
	+ 1 36,469	+ 12 57,21

(M.)

Helena.

A. M. + 15° 218.	Helena.	α' — α.	Mikr.
h m s 8 29 48,3	h m s 8 30 7,2	m s + 0 18,9	
32 22,0	32 41,0	19,0	
33 54,8	34 15,0	20,2	
35 25,7	35 45,5	19,8	
38 6,0	38 25,8	19,8	
39 58,0	40 18,1	20,1	
	h m s 8 42 20		36,557
	mulet. 9 21 40		(36,128?)

1869 Mars 2.

Coinc.

17,050 17,054 }
16,989 16,991 } 17,021

Passagetrådens positionsvinkel = — 0° 53'.

Helena sydlig. $\varDelta u = - 0^m 54^s$

		α	δ
Arg. Mer. + 15° 218		h m s 1 21 15,560	+ 16° 3' 9,79"
red. =		— 1,094	— 7,35

h m s 8 41 26 M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	m s + 0 20,133	— 5' 38,33"
t =	+ 0,052	0,00
p =	+ 0,358	0,00
r =	— 0,050	— 1,21
	+ 0 20,493	— 5 39,54

(M.)

Dione.

Dione.	Schjell. 419.	α' — α.	Mikr.
h m s 8 21 19,5	h m s 8 21 49,4	m s — 0 29,9	
48,1	—	—	
22 58,0	23 28,0	— 0 30,0	
39,2	9,0	— 0 29,8	
24 49,3	25 19,1	29,8	
16,6	46,3	— 0 29,7	
26 26,7	26 56,5	29,8	
44,7	14,2	— 0 29,5	
27 54,8	28 24,3	29,5	

1869 Jan. 17.

Coinc.

39,523 39,520 }
441 435 } 39,480

Dione sydlig. $\varDelta u = - 4^m 39^s$

	α	δ
Schjell. 419	h m s 1 13 52,880	+ 5° 56' 1,99"
red. =	— 0,641	— 7,12

Dione.

Dione.	Schjell. 419.	α′ — α.	Mikr.
	8h 30m 45s		23,914
	8 32 36		24,024
	8 34 54	— 0m 29s	23,921
	8 36 55		23,898
	8 38 33		23,923
6,2s	35,6s	— 0m 29,4s	
8 40 16,3	8 40 45,7	29,4	
26,2	55,3	— 0 29,1	
44 36,2	45 5,4	29,2	
7,0	35,8	— 0 28,8	
47 17,0	47 45,9	28,9	

1869 Jan. 17.

8h 27m 44s M. T.

	α′ — α.	δ′ — δ.
	— 0m 29,460s	4′ 29,85″
t =	— 0,080	0,00
r =	— 0,007	— 0,27
	— 0 29,547	— 4 30,12

(M.)

Dione.

Schjell. 419.	Dione.	α′ — α.	Mikr.
40,6s	13,3s	+ 0m 32,7s	
7 28 50,8	7 29 23,3	32,5	
18,9	51,6	+ 0 32,8	
30 28,9	31 1,7	32,8	
53,0	26,0	+ 0 33,0	
32 3,1	32 36,1	33,1	
36,9	9,8	+ 0 32,9	
33 47,0	34 20,0	33,0	
	7h 36m 43s		41,029
	7 38 54		40,944
	7 40 51		40,921
	7 43 10		41,031
	7 44 55		40,889
54,7	28,2	+ 0 33,5	
48 4,8	48 38,2	33,4	
5,0	38,7	+ 0 33,7	
52 15,1	52 48,8	33,7	
43,8	17,7	+ 0 33,9	
53 53,9	54 27,7	33,8	
35,7	9,9	+ 0 34,2	
56 45,9	57 20,0	34,1	

1869 Jan. 18.

Coinc.

53,427 53,422 } 53,464
504 505

Dione nordlig. $\Delta u = - 4^m 40^s$

Jemförelsestjernan densamma som 1869 Jan. 17.

red. = — 0,653s — 7,17″

7h 37m 2s M. T.

	α′ — α.	δ′ — δ.
	+ 0m 33,283s	+ 3′ 56,77″
t =	+ 0,091	0,00
r =	+ 0,003	+ 0,18
	+ 0 33,377	+ 3 56,95

(M.)

Dione.

Dione.	Sant. 94.	α′ — α.	Mikr.
38,4s	43,4s	— 1m 5,0s	
48,6	53,6	5,0	
7 45 58,8	7 47 3,8	5,0	
52,6	—	—	
2,7	7,4	— 1 4,7	
50 12,9	51 17,6	4,7	

1869 Febr. 3.

Coinc.

39,466 39,460 } 39,493
522 523

Dione sydlig. $\Delta u = - 5^m 15^s$

Dione.

Dione.	Sant. 94.	α' — α.	Mikr.
s	s	m s	
12,6	17,1	— 1 4,5	
22,7	27,3	4,6	
7 54 32,9	7 55 37,5	4,6	
	h m s		
	7 58 49		24,038
	8 1 12		24,138
	8 5 7	— 1 4 (m s)	24,280
	8 10 43		24,322
	8 12 57		24,435
27,8	31,1	— 1 3,3	
38,0	41,3	3,3	
8 14 48,1	8 15 51,5	3,4	
25,1	28,4	— 1 3,3	
35,2	38,6	3,4	
18 45,3	19 48,8	3,5	

1869 Febr. 3.

	α	δ	Vigt.
	h m s	° ′ ″	
Piazzi 1^h 149 (4.5)	1 34 31,683	+ 8 24 29,68	2
Lal. 3105	31,712	27,58	1
B. Z. 111	31,440	30,33	1
Sant. 94 (1 obs.)	31,731	31,30	2
Antaget	1 34 31,663	+ 8 24 29,98	
red. =	— 0,739	— 7,84	

7^h 57^m 27^s M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	m s	′ ″
	— 1 4,093	— 4 24,86
t =	— 0,175	0,00
r =	— 0,006	— 0,26
	— 1 4,274	— 4 25,12

(M.)

Dione.

* 10^m.	Dione.	α' — α.	Mikr.
h m s	h m s	m s	
8 5 35,4	8 5 46,4	+ 0 11,0	
6 18,2	6 29,3	11,1	
6 57,0	7 8,3	11,3	
7 34,8	7 46,2	11,4	
8 18,4	8 29,9	11,5	
9 32,1	9 43,6	11,7	
10 14,6	10 26,1	11,5	
10 55,1	11 6,7	11,6	
20 10,0	20 22,0	+ 0 12,0	
20 55,6	21 17,7	12,1	
21 47,1	21 59,3	12,2	
22 31,0	22 43,2	12,2	
23 37,1	23 49,2	12,1	
24 46,6	24 58,9	12,3	
25 42,8	25 55,1	12,3	
Schj. 511 sequ.	**Dione.**		
	h m s		
	8 12 50		37,322
	8 14 20		37,282
	8 16 0		37,199
	8 17 20		37,228
	8 19 0		37,110
*** 10^m**	**Schjell. 511 sequ.**		
h m s	h m s	m s	
8 28 42,2	8 28 53,2	— 0 11,0	
29 24,8	29 35,8	11,0	
30 6,3	30 17,2	10,9	
30 54,0	31 5,1	11,1	
31 30,8	31 41,8	11,0	
32 14,0	32 25,0	11,0	
	h m		
	8 30		30,361

1869 Febr. 6.

Coinc. = 29,098.

Dione sydlig. * 10^m föregår Schjell. 511 nordligt.

$\Delta u = -5^m 19^s$

	α	δ	Vigt.
	h m s	° ′ ″	
B. Z. 111	1 37 19,049	+ 8 49 36,93	1
Str. Cat. gen. 146 (3 obs.)	19,039	38,52	4
Schjell. 511	19,248	35,69	2
Schjell. 512	19,408	37,69	2
Antaget	1 37 19,169	+ 8 49 37,53	
red. =	— 0,763	— 7,94	

8^h 10^m 28^s M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	m s	′ ″
	+ 0 11,785	— 2 20,83
t =	+ 0,032	0,00
* 10^m — Schjell. 511 =	— 11.000	0,00
t' =	— 0,030	0,00
r =	— 0,003	— 0,12
	+ 0 0,784	— 2 20,95

(M.)

Dione.

Dione.	Sant. 112.	α' — α.	Mikr.
s	s	m s	
12,0		—	
22,2	26,8	2 4,6	
7 22 32,5	7 24 37,1	4,6	
7,1	11,8	— 2 4,7	
17,4	21,9	4,5	
26 27,6	28 32,1	4,5	
39,9	44,1	— 2 4,2	
50,1	54,3	4,2	
31 0,3	33 4,6	4,3	
	h m s 7 39 27		34,404
	7 44 1	m s	34,498
	7 48 11	— 2 4	34,542
	7 52 25		34,716
52,1	54,2	— 2 2,1	
2,4	4,5	2,1	
8 5 12,6	8 7 14,8	2,2	
33,9	35,8	— 2 1,9	
44,2	46,0	1,8	
10 54,2	12 56,2	2,0	

1869 Febr. 15.

Coinc. = 35,000.

Dione sydlig, mot slutet mycket svag; luften disig.

$\Delta u = -0^m 33^s$

	α	δ	Vigt.
	h m s	° ′ ″	
Lal. 3638	1 51 30,668	+ 10 9 19,17	1.1
B. Z. 31	30,734	16,56	1.1
Sant. 112 (3 obs)	30,687	13,63	2.1
Antaget	1 51 30,694	+ 10 9 10,17	
red. =	— 0,809	— 8,29	

Egen rör. i Dekl. = — 0,″1240
med öfrigblifvande fel:

1795	+ 0,″17
1821	— 0,44
1839	+ 0,26

$7^h\ 42^m\ 56^s$ M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	m s	′ ″
	— 2 4,337	— 0 8,14
t =	— 0,341	0,00
r =	0,000	— 0,01
	— 2 4,678	0 8,15

(M.)

Hecuba.

B. D. — 1° 2586.	Hecuba.	α' — α.	Mikr.
s	s	m s	
57,5	0,0	+ 1 2,5	
7,4	10,5	3,1	
10 15 17,0	10 16 —	—	
34,5	37,4	+ 1 2,9	
44,5	47,5	3,0	
18 54,2	19 57,4	3,2	
24,8	27,0	+ 1 2,2	
35,0	37,5	2,5	
21 44,5	22 47,5	3,0	
34,8	38,5	+ 1 3,7	
45,0	48,2	3,2	
24 54,8	25 58,0	3,2	
	h m s 10 28 20		15,560
	10 30 45		15,627
	10 32 50		15,656
	10 35 10		15,773
	10 37 25		15,850
	10 39 40		15,694

1869 Maj 13.

Coinc. = 29,123.

Hecuba 12^m ganska svag; sydlig. $\Delta u = -1^m\ 17^s,3$

	α	δ
	h m s	° ′ ″
B. D. — 1° 2586	11 48 14,059	— 1 10 35,22
red. =	+ 0,957	— 7,23

B. D. — 1° 2586 jemförd med a = Leid. Refr. A. N. 61.69 den 4 Febr. 1870.

Hecuba.

B. D. — 1° 2586.	Hecuba.	α' — α.	Mikr.
35,4 s	37,8 s	+1 2,4 (m s)	
45,4	48,0	2,6	
10 41 55,0	10 42 58,0	3,0	
58,2	1,0	+1 2,8	
8,1	11,2	3,1	
44 18,0	45 21,0	3,0	
1,8	4,5	+1 2,7	
11,7	14,8	3,1	
46 21,5	47 —	—	

1869 Maj 13.

10h 32m 44s M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	+ 1m 2s,902	— 3' 52'',58
t =	+ 0,172	0,00
r =	— 0,005	— 0,28
	+ 1 3,069	— 3 52,86

(D.)

Hecuba.

B. D. — 1° 2586.	Hecuba.	α' — α.	Mikr.
4,4 s	8,5 s	+1 4,1 (m s)	
14,4	18,4	4,0	
10 52 24,1	10 53 28,3	4,2	
27,8	31,8	+1 4,0	
38,0	41,8	3,8	
54 47,8	55 —	—	
33,5	37,8	+1 4 3	
43,6	47,9	4,3	
56 53,5	57 57,8	4,3	
	11h 5m 25s		13,433
	11 7 45		13,378
	11 9 50		13,440
	11 12 30		13,309
	11 14 40		13,262
42,4	46,4	+1 4,0	
52,3	56,6	4,3	
11 15 2,1	11 16 6,4	4,3	
24,0	27,9	+1 3,9	
33,9	38,0	4,1	
18 43,7	19 47,8	4,1	

1869 Maj 14.

Coinc. = 29,123.

Hecuba sydlig. Δu = — 1m 18s,8

Jemförelsestjernan densamma som 1869 Maj 13.

red. = + 0s,948 — 7'',18

11h 8m 43s M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	+ 1m 4s,112	— 4' 32'',92
t =	+ 0,175	0,00
r =	— 0,010	— 0,40
	+ 1 4,277	— 4 33,32

(D.)

Hecuba.

B. D. — 1° 2586.	Hecuba.	α' — α.	Mikr.
46,9 s	53,3 s	+1 6,4 (m s)	
56,8	3,5	6,7	
10 51 6,5	10 52 13,5	7,0	
5,0	12,3	+1 7,3	
15,1	22,0	6,9	
53 24,8	54 31,8	7,0	
34,4	41,3	+1 6,9	
44,4	51,4	7,0	
55 54,0	57 1,0	7,0	

1869 Maj 15.

Coinc. = 29,123.

Hecuba sydlig. Δu = — 1m 20s,3

Jemförelsestjernan densamma som 1869 Maj 13.

red. = + 0s,939 — 7'',13

Hecuba.

B. D. — 1°2586.	Hecuba.	α' — α.	Mikr.
	h m s		
	11 0 15		10,447
	11 2 40		10,497
	11 4 55		10,432
	11 7 20		10,258
	11 9 35		10,292
s	s	m s	
18,5	---	—	
28,3	35,6	+1 7,3	
11 12 38,1	11 13 —	—	
54,7	1,8	+1 7,1	
5,0	12,0	7,0	
15 14,7	16 21,8	7,1	
25,6	32,5	+1 6,9	
35,5	42,4	6,9	
17 45,3	18 52,3	7,0	

1869 Maj 15.

11h 3m 37s M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	+1m 7s,007	— 5′ 24″,61
t =	+ 0,183	0,00
r =	— 0,012	— 0,48
	+1 7,178	— 5 24,99

(D.)

Felicitas. (Reg.)

Schjell. 207.	Felicitas.	α' — α.	Mikr.
h m s	h m s	m s	
4 36 36,46	4 36 45,59	+0 9,13	
20,33	29,44	+0 9,11	
37 40,56	37 49,76	9,20	
7,69	16,97	+0 9,28	
38 27,91	38 36,73	8,82	
54,17	3,43	+0 9,26	
39 14,60	39 23,97	9,37	
39 59,68	40 8,70	+0 9,02	
25,43	34,30	+0 8,87	
40 25,38	40 54,72	9,34	
14,41	23,49	+0 9,08	
41 34,44	41 43,53	9,09	
2,80	11,58	+0 8,78	
42 22,97	42 32,02	9,05	
42 49,35	42 58,07	+8 8,72	
	h m s		
	13 4 35		33,738
	13 7 18		33,696
	13 8 45		33,717
	13 11 30		33,714
	13 14 40		33,676
5 17 49,40	5 17 58,49	+0 9,09	
45,73	54,73	+0 9,00	
19 5,93	19 15,50	9,57	
35,63	44,86	+0 9,23	
19 55,97	20 4,77	8,80	
28,74	39,17	{+0 10,43}	
20 49,00	20 59,00	{10,00}	
21 17,77	21 26,96	+0 9,19	
22 17,89	22 26,77	+0 8,88	

1869 Nov. 19.

Coinc. = 3,103.

Felicitas sydlig; ytterst svag. Δu = + 3m 52s

	Tiede.		Kessels.
Nov. 19.	12h 27m 0s	=	20h 24m 37s
„ 20.	4 45 19	=	12 40 15

	α	δ	Vigt.
Lal. 943	0h 30m 29s,695	+ 10° 42′ 54″,43	0
B. Z. 29	30,233	56,19	0
Sant. 32 (3 obs.)	29,723	55,05	1
Schjell. 207—8	29,980	54,79	1
Antaget	0 30 29,851	+ 10 42 54,92	
red. =	+ 2,647	+ 17,79	

13h 4m 47s M. T.

	α' — α	δ' — δ
	+0m 9s,077	— 8′ 51″,16
r =	— 0,027	— 0,80
	+0 9,050	— 8 51,96

(M.)

Felicitas. (Reg.)

Schjell. 207.	Felicitas.	α' — α.	Mikr.
s 16,66	s 28,29	m s +0 11,63	
0 1 36,88	0 1 48,42	11,54	
24,15	35,92	+0 11,77	
2 44,40	2 56,13	11,73	
25,58	37,11	+0 11,53	
3 45,75	3 57,31	11,56	
27,53	39,35	+0 11,82	
4 47,80	4 59,55	11,75	
31,05	42,56	+0 11,51	
5 51,10	6 2,53	11,43	
	h m s 8 9 26		18,146
	8 10 59		18,165
	8 12 19		18,130
	8 13 29		18,202
	8 16 52		18,202
19,13	30,74	+0 11,61	
0 24 39,44	0 24 51,11	11,67	
28,59	40,25	+0 11,66	
25 48,66	26 0,35	11,69	
39,22	51,00	+0 11,78	
26 59,48	27 11,21	11,73	
55,56	7,20	+0 11,64	
28 15,78	28 27,35	11,57	
57,58	9,38	+0 11,80	
29 17,89	29 29,57	11,68	

1869 Nov. 20.

Coinc.

39,450 39,457 } 39,484
520 510 }

Felicitas sydlig. $\Delta u = +3^m 51^s$

Tiede.		Kessels.
$4^h 45^m 19^s$	=	$12^h 40^m 15^s$

Jemförelsestjernan densamma som 1869 Nov. 19.

red. $= +2^s{,}640 \quad +17''{,}81$

$8^h 18^m 11^s$ M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	$+0^m 11^s{,}663$	$-6' 8'',89$
r =	0,000	— 0,21
	+0 11,663	— 6 9,10

(M.)

Felicitas. (Reg.)

Schjell. 207.	Felicitas.	α' — α.	Mikr.
s 3,54	s 19,82	m s +0 16,28	
13,98	30,45	16,47	
23 30 24,40	23 30 40,80	16,40	
58,29	14,53	+0 16,24	
8,55	24,54	15,99	
31 18,98	31 35,06	16,08	
53,59	9,62	+0 16,03	
3,48	19,64	16,16	
32 14,10	32 30,04	15,94	
47,38	3,66	+0 16,28	
57,73	13,78	16,01	
33 8,04	33 24,33	16,29	
	h m s 7 32 5		19,483
	7 33 28		19,487
	7 34 43		19,490
	7 35 48		19,567
	7 37 2		19,438

1869 Nov. 21.

Coinc. = 29,071.

Felicitas sydlig. $\Delta u = +3^m 49^s$

Tiede.		Kessels.
$23^h 59^m 4^s$	=	$7^h 50^m 50^s{,}0$
16 0 47	=	23 49 54,5

Jemförelsestjernan densamma som 1869 Nov. 19.

red. $= +2^s{,}632 \quad +17''{,}84$

Felicitas. (Reg.)

Schjell. 207.	Felicitas.	α' — α.	Mikr.
s	s	m s	
42,78	59,36	+ 0 16,58	
52,95	9,25	16,30	
23 48 3,43	23 48 19,90	16,47	
33,79	50,09	+ 0 16,30	
43,98	0,34	16,36	
49 54,10	50 10,68	16,58	

1869 Nov. 21.

7h 35m 50s M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	+ 0m 16s,274	— 2' 46",25
r =	0,000	— 0,09
	+ 0 16,274	— 2 46,34

(D.)

Felicitas. (Reg.)

Schjell. 207.	Felicitas.	α' — α.	Mikr.
s	s	m s	
17,48	3,22	+ 0 45,74	
27,67	13,33	45,68	
2 34 37,16	2 35 23,24	46,08	
23,89	9,82	+ 0 45,93	
33,97	19,91	45,94	
36 43,89	37 29,64	45,75	
8,16	53,06	+ 0 44,90	
18,24	3,81	45,57	
38 28,10	39 13,86	45,76	
0,15	45,29	+ 0 45,14	
10,21	56,16	45,95	
40 20,20	41 6,28	46,08	
37,36	23,15	+ 0 45,79	
47,61	33,41	45,80	
41 57,41	42 43,25	45,84	

	h m s	Mikr.
	10 25 45	(47,880)
	10 38 20	47,612 ?
	10 42 17	47,642
	10 49 47	47,748
(M.)	11 7 40	47,845
	11 10 43	47,902

1869 Nov. 24.

Coinc.

17,055 17,050
008 008 } 17,030

Felicitas nordlig; dimma under deklinationsinställningarne.

$\varDelta u = + 3^m 45^s$

	Tiede.		Kessels.
	h m s		h m s
Nov. 24.	3 50 18	=	11 29 35,0
„ 25.	17 9 5	=	0 46 10,5

Jemförelsestjernan densamma som 1869 Nov. 19.

red. = + 2s,606 + 17s,91

10h 39m 52s M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	+ 0m 45s,893	+ 8' 49",10
r =	+ 0 005	+ 0,35
	+ 0 45,898	+ 8 49,45

(A.)

Felicitas.

Felicitas.	Schjell. 221.	α' — α.	Mikr.
	h m s 8 3 28	—1m 6s	40,362
	8 6 18		40,450
	8 10 6		40,500
s	s	m s	
30,2	—	—	
51,1	57,3	— 1 6,2	
8 12 11,7	8 13 17,8	6,1	
20,2	26,3	— 1 6,1	
15 41,0	16 47,2	6,2	

1869 Nov. 26.

Coinc.

3,139 3,132
091 089 } 3,113

Felicitas nordlig. $\varDelta u = + 3^m 42^s$.

Felicitas.

Felicitas.	Schjell 221.	α' — α.	Mikr.
35,1 s	41,6 s	— 1 m 6,5 s	
56,0	2,2	6,2	
8 19 16,4	8 20 22,6	6,2	
	8 28 31 }	— 1 m 6 s	40,672
	8 31 5 }		40,743
34,8	41,8	— (1 7,0)	
55,7	1,8	6,1	
33 16,4	34 22,4	6,0	
28,3	34,7	— 1 6,4	
49,1	55,3	6,2	
36 9,7	37 15,8	6,1	
5,6	11,6	— 1 6,0	
26,3	32,2	5,9	
40 46,8	41 52,8	6,0	
	8 44 40 }		40,780
	8 47 1 }	— 1 m 6 s	40.742
	9 19 30 }		41,224

1869 Nov. 26.

	α	δ	Vigt.
Lal. 1020	0 h 32 m 50,352 s	+ 10° 48' 44,60"	1.1
Piazzi 0 h 140 (2.2)	50,669	44,60	1.2
B. Z. 29	50,909	44,94	1.1
R. n. F. 249	51,285	49,10	1.0
Schjell. 221	51,232	44,97	1.2
Antaget	0 32 51,455	+ 10 48 44,78	
red. =	+ 2,603	+ 17,56	

Egen rör. i A. R. = + 0,013403 s
med öfrigblifvande fel:

1794	+ 0,098 s
1808	— 0,032
1822	— 0,084
1848	— 0,111
1862	+ 0,129

8 h 31 m 44 s M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	— 1 m 6,118 s	+ 10' 50,28"
t =	— 0,180	0,00
r =	+ 0,001	+ 0,36
	— 1 6,297	+ 10 50,64

(M.)

Felicitas.

Felicitas.	Schjell. 221.	α' — α.	Mikr.
4,2 s	52,4 s	— 0 m 48,2 s	
7 54 24,8	7 55 12,9	48,1	
38,1	26,2	— 0 48,1	
56 58,7	57 46,8	48,1	
51,7	39,8	— 0 48,1	
59 12,2	8 0 0,3	48,1	
4,2	52,2?	— 0 48,0	
8 1 24,6	2 12,8	48,2	
50,6	38,2	— 0 47,6	
31 11,1	31 58,8	47,7	
30,0	17,6	— 0 47,6	
33 50,6	34 38,1	47,5	
39,4	27,0	— 0 47,6	
36 0,1	36 47,6	47,5	

1869 Nov. 27.

Coinc. = 3,160; 17,030.

Felicitas nordlig; * 11 m nordlig. Δu = + 3 m 41 s

Jemförelsestjernan densamma som 1869 Nov. 26.

red. = + 2,596 s + 17,08"

Felicitas.

Felicitas.	*11^m	α' — α.	Mikr.
	8^h 7^m 19^s		22,947
	8 8 43		23,018
	8 9 30	— 0^m 48^s	22,904
	8 14 7		22,991
	8 16 15		22,946
*11^m	Schjell. 221.		
	8^h 22^m		49,410
	8 24		49,460
	8 26		49,516
	8 27		49,434
	8 29		49,443

1869 Nov. 27.

8^h 15^m 27^s M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	— 0^m 47^s,908	+ 15' 5'',48
t = —	0,131	0,00
r =	0,000	+ 0,49
	— 0 48,039	+ 15 5,97

(M.)

Felicitas.

Schjell. 218.	Felicitas.	α' — α.	Mikr.
9^s,2	10^s,1	+ 1^m 0^s,9	
8 44 29,8	8 45 30,8	1,0	
34,2	35,2	+ 1 1,0	
46 54,8	47 55,6	0,8	
7,1	7,9	+ 1 0,8	
49 27,6	50 28,4	0,8	
52,0	53,0	+ 1 1,0	
54 12,6	55 13,5	0,9	
	9^h 0^m 52^s		43,109
	9 3 31		43,143
	9 6 30		43,060
52,1	53,6	+ 1 1,5	
9 9 12,7	9 10 14,1	1,4	
34,1	35,8	+ 1 1,7	
11 54,8	12 56,2	1,4	
20,1	21,2	+ 1 1,1	
16 40,6	17 41,8	1,2	
1,3	3,1	+ 1 1,8	
20 22,0	21 23,5	1,5	
2,4	4,2	+ 1 1,8	
22 23,1	23 24,8	1,7	
	9^h 25^m 50^s		42,802
	9 28 16		42,813
	9 30 32		42,780

1869 Nov. 29.

Coinc. = 17,030.

Felicitas sydlig. $\Delta u = + 3^m 38^s$

	α	δ	Vigt.
B. Z. 26	0^h 31^m 46^s,402	+ 11° 20' 31'',86	0
Schjell. 218	45,976	30,95	1
Antaget	0 31 45,976	+ 11 20 30,95	
red. =	+ 2,577	+ 17,57	

9^h 13^m 59^s M. T.

	α' — α	δ' — δ
	+ 1^m 1^s,324	— 7' 29'',98
t = +	0,168	0,00
r = —	0,002	— 0,24
	+ 1 1,490	— 7 30,22

(M.)

Felicitas. (Reg.)

R. n. F. 359.	Felicitas.	α' — α.	Mikr.
36^s,54	20^s,31	+ 0^m 43^s,77	
46,66	30,85	44,19	
23 58 56,91	23 59 40,98	44,07	

1869 Dec. 18.

Coinc.

3,146	3,141	3,118
095	090	

Felicitas. (Reg.)

R. n. F. 359.	Felicitas.	$\alpha' - \alpha$.	Mikr.
27,02 s	21,05 s	+ 0 44,03 m s	
36,64	31,04	(44,40)	
0 0 47,13	0 1 41,05	43,92	
17,40	1,80	+ 0 44,36	
27,88	12,14	44,26	
2 37,93	3 22,17	44,24	
29,12	13,09	+ (0 43,97)	
39,60	23,97	44,37	
6 49,52	7 33,98	44,46	
8,63	53,04	+ 0 44,41	
19,10	3,48	44,38	
8 29.05	8 13,24	44,19	
	6 28 1 h m s		33,476
	6 30 41		33,386
	6 32 39		33,424
	6 38 40		33,479
	6 40 52		33,554
9,40	—	—	
19,45	5,15	+ 0 45,70	
0 40 29,48	0 41 15,23	45,75	
45,15	30,98	+ 0 45,83	
55,61	41,04	45,43	
44 5,54	44 51,22	45,68	
40,08	25,84	+ 0 45,76	
50,48	36,24	45,76	
46 0,44	46 —	—	

1869 Dec. 18.

Felicitas nordlig. $\Delta u = + 3^m 8^s$

Tiede.		Kessels.
1 40 5 h m s	=	7 45 4,5 h m s
17 53 51	=	23 56 10,5

	α	δ	Vigt.
Lal. 1447	0 45 37,341 h m s	+ 12 56 12,85 ° ′ ″	1
B. Z. 42	37,442	14,31	1
B. Z. 124	(37,644)	14,29	1
Rümk. 211 (3 obs.)	37,385	14,47	3
R. n. F. 359 (1 obs.)	37,330	12,09	2
Antaget	0 45 37,371	+ 12 56 13,63	
red. =	+ 2,489	+ 16,87	

$6^h 32^m 20^s$ M. T.

	$\alpha' - \alpha$.	$\delta' - \delta$.
	+ 0 44,976 m s	+ 8 44,05 ′ ″
r =	— 0,001	+ 0,27
	+ 0 44,975	+ 8 44,32

(M.)

Winneckes Komet.

B. D. + 36° 2032.	Winneckes *●	$\alpha' - \alpha$.	Mikr.
10 1 11,5 h m s	10 1 55,0 h m s	+ 0 43,5 m s	
3 4,0	3 48,0	44,0	
4 27,0	5 12,0	45,0	
10 13,0	10 56,0	43,0	
12 27,2	13 12,0	44,8	
	10 17 30 h m s		12,682
	10 20 30		12,930
	10 23 30		13,436

1869 April 28.

Coinc. = 3,155.

*● sydlig, mera anad än sedd. Den stod i en grupp af stjernor af $10,5^m$ till 11^m. Vid fullkomligt mörker syntes ett svagt töcken af ungefär 5′ diameter med 2 ljuspunkter; den föregående, starkare, hvilken ensam syntes, då trådarne svagt belystes, är observerad.

$\Delta u = - 0^m 47,8^s$

	α	δ
B. D. + 36° 2032 jemf. med a	10 0 49,761 h m s	+ 36 33 50,83 ° ′ ″
red. =	+ 0,429	+ 2,00

B. D. + 36° 2032 jemförd med a = Arg. Mer. + 36° 2026 den 30 April 1869.

Winneckes Komet.

B. D. + 36° 2032.	Winneckes ✱	α' — α.	Mikr.
h m s	h m s	m s	
10 29 7,0	10 29 49,0	+ 0 42,0	
30 29,0	31 12,0	43,0	
31 59,5	32 43,0	43,5	
33 42,5	34 24,0	41,5	
34 37,5	35 20,5	43,0	
	h m s		
	10 44 25		13,498
	10 47 0		13,046
	10 49 45		13,235

1869 April 28.

10h 26m 2s M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	+ 0m 42s,994	— 2' 53'',98
t =	+ 0,118	0,00
r =	0,000	0,06
	+ 0 43,112	— 2 54,04

(M.)

Winneckes Komet.

Winneckes ✱	B. D. + 36° 2032.	α' — α.	Mikr.
h m s	h m s	m s	
9 59 29,0	9 59 59,5	— 0 30,5	
10 1 32,5	10 2 2,2	29,7	
3 22,0	3 52,0	30,0	
4 47,5	5 15,0	27,5	
7 20,5	7 48,5	28,0	
10 12,0	10 40,5	28,5	
11 56,0	12 24,0	28,0	
13 11,0	13 37,5	26,5	
14 43,5	15 10,7	27,2	
18 10,5	18 39,5	29,0	
20 32,0	21 0,0	28,0	
22 4,5	22 32,3	27,8	
25 10,0	25 38,0	28,0	
27 8,0	27 37,0	29,0	
31 15,5	31 45,5	30,0	
	h m s		
	10 46 30		32,506
	10 52 30		32,020
	10 56 40		(34,308?)
	11 0 0		32,096
	11 3 40	— 0m 28s,5	32,720
	11 9 15		32,501
	11 14 10		32,711
	11 17 30		32,156

1869 April 29.

Coinc. = 29,109.

✱ nordlig, nästan svårare att observera än i går. I dag observerades den efterföljande ljuspunkten?

$\Delta u = - 0^m 50^s,1$

Jemförelsestjernan densamma som 1869 April 28.

red. = + 0s,412 + 2'',10

	10h 13m 13s M. T. α' — α.	11h 2m 3s M. T. δ' — δ.
	— 0m 28s,513	+ 0' 56'',77
t =	— 0,078	0,00
r =	0,000	+ 0,02
	— 0 28,591	+ 0 56,79

(M.)

Winneckes Komet.

Winneckes ✱	B. D. + 36° 2032.	α' — α.	Mikr.
s	s	m s	
23,0	58,6	— 1 35,6	
10 7 36,5	10 9 11,3	34,8	
26,0	1,6	— 1 35,6	
14 39,0	16 14,3	35,3	
29,0	4,6	— 1 35,6	
20 41,5	22 17,4	35,9	
59,5	35,8	— 1 36,3	
27 12,0	28 48,5	36,5	
28,0 ?	4,8	— 1 36,8	
30 41,0 ?	32 17,4	36,4	

1869 April 30.

Coinc. = 3,159.

✱ nordlig. Med 240 gångers förstoring syntes 4 eller 5 ljusa punkter inom en omkrets af flera minuters diameter. Med mindre förstoring syntes kometen såsom ett mot midten kondenseradt töcken.

$\Delta u = - 0^m 52^s,5$

Jemförelsestjernan densamma som 1869 April 28.

red. = + 0s,394 + 2'',20

Winneckes Komet.

Winneckes ✶	B. D. + 36° 2032.	α' — α.	Mikr.
46,0	22,5	— 1 36,5	
10 33 58,5	10 35 35,3	36,8	
49,5	28,0	— 1 38,5	
40 2,5	41 40,5	38,0	
20,5	57,3	— 1 36,8	
47 33,0	49 10,1	37,1	
	11 2 22	— 1 36	18,290
	11 7 18		18,382
	11 15 58		18,701
	11 19 35		18,429
	11 35 13		19,230

1869 April 30.

	10h 26m 49s M. T.	11h 14m 36s M. T.
	α' — α.	δ' — δ.
	— 1m 36s,406	+ 4' 24",05
t = —	0,264	0,00
r = +	0,001	+ 0,10
	— 1 36,669	+ 4 24,15

(M.)

Winneckes Komet.

Weisse 9h 1169.	Winneckes ✶	α' — α.	Mikr.
8,7	13,0	+ 1m 4s,3	
20,5	24,0	3,5	
33,0	37,5	4,5	
10 20 45,8	10 21 49,8	4,0	
33,0	36,0	+ 1 3,0	
45,2	48,7	3,5	
57,1	1,0	3,9	
23 10,0	24 13,2	3,2	
13,8	18,0	+ 1 4,2	
26,0	30,0	4,0	
39,0	42,4	3,4	
25 51,2	26 55,0	3,8	
51,7	56,0	+ 1 4,3	
2,8	8,0	5,2	
14,8	19,5	4,7	
28 28,7	29 32,0	3,3	
	10h 40m 17s		43,533
	10 43 0		43,849
	10 45 52		44,466
	10 48 35		43,773
	10 51 20		44,006

1869 Maj 2.

Coinc.

53,511 53,510 } 53,533
557 554 }

✶ nordlig. Δu = — 0m 56s,9

	α	δ	Vigt.
B. Z. 491	9h 56m 0s,140	+ 36° 41' 0",08	1
B. Z. 499	0,410	0,40	1
B. Z. 407	0,431	4,31	1
Antaget	9 56 0,327	+ 36 41 1,60	
red. =	+ 0,329	+ 2,41	

	10h 24m 22s M. T.	10h 44m 52s M. T.
	α' — α.	δ' — δ.
	+ 1m 3s,922	+ 2' 46",39
t = +	0,175	0,00
r =	0,000	+ 0,06
	+ 1 4,097	+ 2 46,45

(D.)

Winneckes Komet.

Winneckes ✶	Weisse 9h 1169.	α' — α.	Mikr.
11,0	6,5	— 0m 55s,5	
9 56 24,5	9 57 19,8	55,3	
29,5	23,5	— 0 54,0	
59 41,0	10 0 36,5	55,5	
31,0	25,8	— 0 54,8	
10 2 44,0	3 38,8	54,8	

1869 Maj 4.

Coinc.

17,061 17,059 } 17,040
019 021 }

✶ nordlig. Δu = — 1m 0s,3

Jemförelsestjernan densamma som 1869 Maj 2.

red. = + 0s,293 + 2",85

Winneckes Komet.

Winneckes ✱	Weisse 9h 1169.	α' — α.	Mikr.
22,5	19,0	— 0 56,5	
10 5 36,0	10 6 31,5	55,5	
20,0	14,7	— 0 54,7	
9 33,0	10 27,5	54,5	
4,0	59,2	— 0 55,2	
12 17,5	13 11,7	54,2	
17,5	12,2	— 0 54,7	
15 31,0	16 24,9	53,9	
47,5	42,6	— 0 55,1	
18 0,5	18 55,4	54,9	
36,0	31,2	— 0 55,2	
22 48,5	23 43,8	55,3	
	10h 29m 55s		42,921
	10 40 10		42,710
	10 44 30		41,160
	10 48 0	— 0m 55s	41,017
	10 51 20		42,700
	11 5 30		42,472
	11 8 17		42,643
	11 12 25		42,422

1869 Maj 4.

10h 8m 4s M. T.	10h 52m 41s M. T.
α' — α.	δ' — δ.
— 0m 54,978s	+ 7' 23,43"
t = — 0,151	0,00
r = — 0,001	+ 0,17
— 0 55,130	+ 7 23,60

(M.)

Winneckes Komet.

Winneckes ✱	A. M. + 36° 2011.	α' — α.	Mikr.
49,5	48,8	— 0 59,3	
2,5	1,3	58,8	
11 32 14,5	11 33 13,5	59,0	
20,0	19,8	— 0 59,8	
33,5	32,0	58,5	
35 45,5	36 44,3	58,8	
33,0	33,0	— 0 60,0	
46,0	45,7	59,7	
58,5	57,8	59,3	
39 10,5	40 11,0	60,5	
11h 41m 50s			8,906
11 44 0			8,840
11 46 5			8,927
11 48 25			9,170
11 52 50			8,665
42,0	41,9	— 0 59,9	
54,5	54,7	60,2	
7,0	7,0	60,0	
56 21,0	57 20,0	59,0	
26,0	25,8	— 0 59,8	
39,0	38,5	59,5	
51,5	51,0	59,5	
59 4,0	12 0 4,5	60,5	

1869 Maj 14.

Coinc.

29,098 29,096 } 29,123
149 149

✱ nordlig, ytterst diffus och mycket matt.

Δu = — 1m 18,8s

	α	δ
Arg. Mer. + 36° 2011	9h 48m 11,085s	+ 36° 51' 2,85"
red. =	+ 0,065	+ 3,23

11h 42m 56s M. T.	11h 44m 20s M. T.
α' — α.	δ' — δ.
— 0m 59,506s	+ 5' 50,19"
t = — 0,163	0,00
r = + 0,003	+ 0,21
— 0 59,666	+ 5 50,40

(D.)

Winneckes Komet.

Winneckes ✱	A. M. + 36° 2011.	α′ − α.	Mikr.
s	s	m s	
39,0	16,5	− 1 37,5	
51,0	29,3	38,3	
4,5	42,0	37,5	
17,0	54,2	37,2	
11 35 29,0	11 37 6,9	37,9	
23,0	1,0	− 1 38,0	
36,0	13,8	37,8	
49,0	26,5	37,5	
1,0	38,5	37,5	
39 14,0	40 51,5	37,5	
h m s			
11 47 40			9,292
11 50 40			8,717
11 53 30			9,073
11 56 30			9,272
11 59 5			9,050
40,7	19,0	− 1 38,3	
53,0	31,7	38,7	
6,0	44,0	38,0	
18,5	56,0	37,5	
12 2 30,5	12 4 8,5	38,5	

1869 Maj 15.

Coinc. = 29,123.

✱ nordlig, tycktes i dag bättre kondenserad och ljusare.

$\Delta u = - 1^{m} 20^{s},3$

Jemförelsestjernan densamma som 1869 Maj 14.

red. = $+ 0^{s},048$ $+ 3'',29$

	11h 43m 59s M. T.	11h 51m 31s M. T.
	α′ − α.	δ′ − δ.
	− 1m 37s,847	+ 5′ 47″,09
t =	− 0,267	0,00
r =	+ 0,003	+ 0,21
	− 1 38,111	+ 5 47,30

(D.)

Winneckes Komet.

Chron.	Pos.-Cirkel.		Mikr.
h m s	° ′		Dekl. diff.
11 53 50	166 52		
55 35	166 14		
56 59	165 39		
58 20	165 6		
59 23	167 25		
12 1 15	166 14	166° 32′	
17 0	167 54		
18 43	166 8		
19 50	167 46		
20 45	166 5		
12 3 55			11,374
5 20			11,928
6 45			11,225
8 25			12,110
10 0			11,790
13 25			11,448

1869 Maj 16.

Coinc. = 29,123.

✱ nordlig, ganska svag. $\Delta u = - 1^{m} 22^{s},0$

Positionscirkelns nollpunkt = 131° 44′.

	α	δ
B. Z. 491	9h 46m 13s,211	+ 36° 51′ 33″,35
red. =	+ 0,025	+ 3,32
	12h 4m 48s M. T.	12h 6m 36s M. T.
	α′ − α.	δ′ − δ.
	− 0m 17s,547	+ 5′ 2″,67
r =	+ 0,004	+ 0,22
	− 0 17,543	+ 5 2,89

(D.)

Winneckes Komet.

Schjell. 1053.	Winneckes ✱	α′ − α.	Mikr.
s	s	m s	
24,4	29,5	+ 3 5,1	
44,5	50,0	5,5	
14 8 4,2	14 11 10,0	5,8	(31,43?)

1869 Sept. 2.

Coinc. = 53,482.

✱ sydlig. $\Delta u = - 4^{m} 13^{s},1$

Winneckes Komet.

Schjell. 1053.	Winneckes ✱☁	α′ — α.	Mikr.
s	s	m s	
24,8	31,5	+ 3 6,7	
45,2	52,0	6,8	
14 15 5,4	14 18 12,5	7,1	
51,2	57,0	+ 3 5,8	
11,5	18,0	6,5	
20 31,7	23 38,0	6,3	30,19
2,8	9,0	+ 3 6,2	
23,2	29,0	5,8	
28 43,5	31 50,0	6,5	
	h m s 14 37 0		30,285
	14 42 0		30,062
55,5	0,5	+ 3 5,0	
16,0	21,0	5,0	
49 36,4	52 41,0	4,6	
10,2	14,0	+ 3 3,8	
30,8	34,5	3,7	
54 50,8	57 55,0	4,2	

1869 Sept. 2.

	α	δ	Vigt.
	h m s	° ′ ″	
Lal. 6553	3 25 50,626	— 7 32 3,46	1
B. Z. 264	(51,615)	2,78	1
Schjell. 1053	50,830	5,57	2
Antaget	3 25 50,762	— 7 32 4,34	
red. =	+ 1,537	+ 11,17	

h m s
14 28 1 M. T.

	α′ — α.	δ′ — δ.
	m s	′ ″
	+ 3 5,578	— 6 42,28
t =	+ 0,508	0,00
r =	+ 0,004	— 0,76
	+ 3 6,090	— 6 43,04

(M.)

Winneckes Komet.

Winneckes ✱☁	Schjell. 1074.	α′ — α.	Mikr.
s	s	m s	
16,0	57,5	— 3 41,5	
36,5	18,0	41,5	
13 40 57,0	13 44 38,3	41,3	
48,0	30,5	— 3 42,5	
8,0	50,8	42,8	
49 29,0	53 11,0	42,0	
27,5	10,0	— 3 42,5	
47,5	30,5	43,0	
56 8,0	59 50,7	42,7	
	h m s 14 8 30		37,431
	14 15 4	— 3 43 (m s)	36,956
	14 21 25		36,550
52,0	37,0	— 3 45,0	
12,3	57,5	45,2	
14 25 33,0	14 29 17,8	44,8	
55,5	41,8	— 3 46,3	
16,0	2,2	46,2	
33 36,5	37 22,5	46,0	
11,0	56,8	— 3 45,8	
31,5	17,1	45,6	
39 51,8	43 37,4	45,6	
	h m s 14 49 25		35,358
	14 55 16	— 3 46 (m s)	35,418
	15 1 10		35,446

1869 Sept. 4.

Coinc. = 29,126.

✱☁ nordlig; observationerna ganska goda.

$\Delta u = -4^m 17^s,0$

	α	δ
	h m s	° ′ ″
Schjell. 1074	3 29 23,802	— 8 13 34,54
red. =	+ 1,567	+ 11,37

h m s
14 6 18 M. T.

	α′ — α.	δ′ — δ.
	m s	′ ″
	— 3 43,905	+ 2 16,59
t =	— 0,613	0,00
r =	— 0,007	+ 0,30
	— 3 44,525	+ 2 16,89

(M.)

Winneckes Komet.

Schjell. 1014.	Winneckes *	α' — α.	Mikr.
s	s	m s	
2,8	27,0	+ 3 24,2	
23,2	47,5	24,3	
13 42 43,6	13 46 8,2	24,6	
28,7	53,0	+ 3 24,3	
49,0	13,3	24,3	
48 9,5	51 34,0	24,5	
59,6	23,0	+ 3 23,4	
19,9	43,3	23,4	
54 40,2	58 4,0	23,8	
	h m s		
	14 9 20		22,480
	14 14 50		21,510
	14 22 30		20,901
13,5	34,5	+ 3 21,0	
33,8	55,0	21,2	
14 26 54,2	14 30 15,2	21,0	
41,2	1,5	+ 3 20,3	
1,5	22,0	20,5	
32 21,8	35 42,8	21,0	
55,8	15,0	+ 3 19,2	
16,1	35,7	19,6	
45 36,6	48 56,2	19,6	
	h m s		
	14 55 10		24,063
	15 1 0		24,041
	15 6 11		23,776

1869 Sept. 5.

Coinc. = 25,000; sedan 29,126.

* sydlig; den visade 2 ljuspunkter med ungefär samma timvinkel; den sydligaste af dessa är observerad.

$\Delta u = -4^m 17^s,7$

	α	δ	Vigt.
	h m s	° ' "	
Lal. 6387	(3 20 32,049)	— 8 26 28,64	1
B. Z. 264	32,333	29,19	1
R. n. F. 1716 (3 obs)	32,322	29,56	2
Schjell. 1014	32,460	30,14	2
Antaget	3 20 32,379	— 8 26 29,54	
red =	+ 1,627	+ 11,82	

$14^h 10^m 28^s$ M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	m s	' "
	+ 3 22,235	— 0 58,15
t =	+ 0,554	0,00
r =	+ 0,003	— 0,12
	+ 3 22,792	— 0 58,27

(M.)

Winneckes Komet.

Winneckes *	Schjell. 1012.	α' — α.	Mikr.
s	s	m s	
58,5	24,8	— 1 26,3	
9,5	35,3	25,8	
20,0	45,8	25,8	
30,5	56,3	25,8	
15 22 40,5	15 24 6,5	26,0	
2,0	28,3	— 1 26,3	
12,5	37,8	25,3	
23,0	48,5	25,5	
33,0	58,5	25,5	
25 43,5	27 9,3	25,8	
	h m s		
	15 30 20		12,908
	15 33 25		13,020
	15 38 5	— 1 27 (m s)	13,463
	15 40 55		13,658
	15 44 5		12,867
	15 46 20		13,450
28,5	56,8	— 1 28,3	
39,0	7,5	28,5	
49,5	17,5	28,0	
0,0	27,0	27,0	
48 11,0	50 38,0	27,0	

1869 Sept. 8.

Coinc.

53,452 53,454 53,453
526 536 528 } 53,490

* nordlig, stor, diffus. $\Delta u = -4^m 22^s,9$

	α	δ	Vigt.
	h m s	° ' "	
B. Z. 266	3 19 50,743	— 9 26 24,36	1
B. Z. 267	50,574	23,59	1
Schjell. 1012	50,738	25,66	2
Antaget	3 19 50,698	— 9 26 24,82	
red. =	+ 1,711	+ 12,26	

Winneckes Komet.

Winneckes ✱	Schjell. 1012.	α' — α.	Mikr.
s 23,5	s 52,3	m s — 1 28,8	
34,5	2,0	27,5	
45,0	12,5	27,5	
55,5	23,0	27,5	
15 52 6,0	15 53 33,3	27,3	

1869 Sept. 8.

h m s
15 32 26 M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	m s — 1 26,775	+ 11′ 37″,64
t =	— 0,237	0,00
r =	— 0,006	+ 1,10
	— 1 27,018	+ 11 38,74

(D.)

Winneckes Komet.

Chron.	Pos.-Cirk.		Mikr.
h m s 14 26 26	239,6		Dekl. diff.
28 19	237,6		
29 42	238,2		
30 50	239,6	240°,00	
32 22	243,4		
33 44	241,6		
14 36 35			12,653
38 21			12,828
39 49			12,840
40 53			12,263
42 25			12,912
43 31			12,186
14 46 24	243,7		
48 15	245,1		
50 33	244,4		
51 38	246,4	245°,78	
52 52	246,3		
53 57	248,8		

1869 Sept. 9.

Coinc.

29,103 29,101 } 29,124
147 146

✱ nordlig, svag med kondensering.

Positionscirkelns nollpunkt = 221° 44′

Δu = — 4m 24s 6

	α	δ	Vigt.
B. Z. 266	h m s 3 16 43,021	— 9° 33′ 49″,32	1
B. Z. 267	42,769	53,52	1
Antaget	3 16 42,895	— 9 33 51,42	
red. =	+ 1,751	+ 12,44	

h m s
14 36 0 M. T.

	α' — α.	δ' — δ.
	m s — 0 7,478	+ 4′ 45″,75
r =	— 0,007	+ 0,51
	— 0 7,485	+ 4 46,26

(D.)

Mikrometrisk bestämning af använda jemförelsestjernor.

Weisse 0^h183.

Schjell. 82 sequ.	Weisse 0^h183.	α' − α.	Mikr.
^{s} 7,4	^{s} 22,9	$^{m\ s}$ + 1 15,5	
17,7	33,1	15,4	
6 48 28,0	6 49 43,3	15,3	12,720
37,4	52,9	+ 1 15,5	
47,7	3,1	15,4	
51 57,9	53 13,4	15,5	12,628
19,0	34,4	+ 1 15,4	
29,3	44,6	15,3	
55 39,4	56 54,8	15,4	12,709
35,0	50,4	+ 1 15,4	
45,2	0,6	15,4	
7 1 55,5	7 3 10,8	15,3	12,729

1869 Febr. 5.

Coinc.

53,449 53,451 }
519 513 } 53,483

Weisse 0^h183 nordlig; använd såsom jemförelsestjerna till Helena den 16 Jan. 1869.

	α	δ	Vigt.
Bradl. 38 Pisc. (5.2)	$0^h10^m39^s,340$	+ (8° 8' 34",00)	1
Lal. 250	39,346	(34,85)	1
Piazzi 0^h30 (6.5)	39,227	39,65	2
Str. Cat. gen. 16 (6 obs.)	39,493	41,43	4
Rob. 36 (3.5)	39,502	40,83	3
Schjell. 82	39.284	43,13	2
Antaget	0 10 39,399	+ 8 8 41,25	
diff. =	+ 1 15,400	+ 11 46,35	
t =	+ 0,206	0,00	
refr. =	+ 0,023	+ 0,82	
red. =	− 0,006	− 0,03	
Weisse 0^h183	0 11 55,022	+ 8 20 28,39	

(M.)

Weisse 7^h1237.

Weisse 7^h1237.	Weisse 7^h1256.	α' − α.	Mikr.
^{s} 41,8	^{s} 20,0	$^{m\ s}$ − 0 38,2	
8 28 53,8	8 29 32,0	38,2	44,541
50,2	28,2	− 0 38,0	
31 2,0	31 40,3	38,3	44,515
9,3	47,8	− 0 38,5	
32 21,2	32 59,8	38,6	44,460
0,2	38,4	− 0 38,2	
35 12,2	35 50,5	38,3	44,480
15,7	53,9	− 0 38,2	
37 27,6	38 5,9	38,3	44,576
5,2	43,7	− 0 38,5	
40 17,2	40 55,6	38,4	
5,1	43,4	− 0 38,3	
43 17,1	43 55,5	38,4	44,519

1869 Mars 4.

Coinc.

3,119 3,112 }
047 056 } 3,084

Weisse 7^h1237 sydlig; använd såsom jemförelsestjerna till Pandora den 18 Jan. 1869.

	α	δ
B. Z. 401	$7^h44^m54^s,131$	+ 32° 32' 11",04
diff. =	− 0 38,314	− 11 57,51
t =	− 0,105	0,00
refr. =	0,000	− 0,24
red. =	+ 0,004	+ 0,05
Weisse 7^h1237	7 44 15,716	+ 32 20 13,34

(M.)

Arg. Mer. + 29°1847.

A. M. + 29°1847.	Weisse 8^h1262.	α' − α.	Mikr.
^{s} 59,0	^{s} 41,0	$^{m\ s}$ − 2 42,0	
10,5	52,5	42,0	
8 56 22,1	8 59 4,0	41,9	12,649

1869 Mars 4.

Coinc.

53,439 53,439 }
511 511 } 53,475

A. M. + 29°1847 nordlig; använd såsom jemförelsestjerna till Leto den 15 Febr. 1869.

Mikrometrisk bestämning af använda jemförelsestjernor.

Arg. Mer. + 29° 1847.

A. M. + 29° 1847.	Weisse 8h 1262.	α' — α.	Mikr.
s 37,0	s 18,5	m s — 2 41,5	
48,6	30,1	41,5	
9 2 0,0	9 4 41,6	41,6	12,646
18,8	0,6	— 2 41,8	
7 30,3	10 12,2	41,9	12,619
31,8	13,7	— 2 41,9	
14 43,5	17 25,2	41,7	12,579
1,3	43,1	— 2 41,8	
20 12,8	22 54,6	41,8	

1869 Mars 4.

	α	δ	Vigt.
Lal. 17699	h m s 8 51 54,990	+ 29° 31′ 14″,88	1
B. Z. 350	54,834	9,10	1
Hamb. A. N. 64.42	55,004	11,15	2
Antaget	8 51 54,958	+ 29 31 11,57	
diff. =	— 2 41,783	+ 11 47,48	
t =	— 0,443	0,00	
refr. =	0,000	+ 0,25	
red. =	+ 0,006	— 0,08	
Arg. Mer. + 29° 1847	8 49 12,738	+ 29 42 59,22	

(M.)

* 11.m

* 11m	Str. 1265 pr.	α' — α.	Mikr.
s 55,1	s 35,7	m s — 0 40,6	
9 14 5,2	9 14 45,8	40,6	
35,2	15,7	— 0 40,5	
15 45,4	16 25,9	40,5	
30,0	10,5	— 0 40,5	
17 40,1	18 20,7	40,6	
56,2	36,8	— 0 40,6	
20 6,4	20 47,0	40,6	
32,1	12,7	— 0 40,6	
21 42,3	22 22,9	40,6	
	h m s 9 27 0		49,595
	9 30 0		49,670
	9 32 0		49,587
	9 33 30		49,619

1869 Mars 29.

Coinc.

17,052	17,050	17,030
008	009	

* 11m sydlig; använd såsom jemförelsestjerna till Eurydice den 6 Mars 1867.

	α	δ
Str. Cat. gen. 1265 (3 obs.)	h m s 10 51 46,039	+ 9° 50′ 13″,96
diff. =	— 0 40,570	— 9 24,36
t =	— 0,111	0,00
refr. =	+ 0,002	— 0,33
red. =	+ 0,001	+ 0,04
* 11m	10 51 5,361	+ 9 40 49,31

(M.)

Arg. Mer. + 12° 2302.

A. M. + 12° 2289.	A. M. + 12° 2302.	α' — α.	Mikr.
s 43,4	s 56,8	m s + 5 13,4	
53,8	7,1	13,3	
9 14 4,1	9 19 17,4	13,3	14,329
50,0	3,5	+ 5 13,5	
0,4	13,8	13,4	
23 10,7	28 24,2	13,5	14,357

1869 April 19.

Coinc.

39,487	39,489	39,516
546	542	

A. M. + 12° 2302 sydlig; använd såsom jemförelsestjerna till Europa den 1 Mars 1869.

Mikrometrisk bestämning af använda jemförelsestjernor.

Arg. Mer. + 12° 2302.

A.M. + 12° 2289.	A.M. + 12° 2302.	α' − α.	Mikr.
11,7 s	25,1 s	+ 5 13,4 m s	
22,1	35,4	13,3	
9 30 32,5	9 35 45,8	13,3	14,435

1869 April 19.

	α	δ	Vigt.
B. Z. 72	10h 54m 11s,010	(+ 12° 45' 14",00)	1
B. Z. 73	11,004	9,69	1
Arg. Mer. + 12° 2289	11,442	7,49	2
Antaget	10 54 11,224	+ 12 45 8,22	
diff =	+ 5 13,378	7 15,41	
t =	+ 0,858	0,00	
refr. =	0,000	− 0,23	
red. =	0,021	− 0,04	
Arg. Mer. + 12° 2302	10 59 25,439	+ 12 37 52,54	

(M.)

Weisse 11h 21.

Weisse 11h 21.	A. M. + 12° 2314.	α' − α.	Mikr.
13,3 s	53,4 s	− 5 40,1 m s	
23,7	3,8	40,1	
9 46 34,0	9 52 14,2	40,2	27,736
12,8	53,1	− 5 40,3	
23,1	3,5	40,4	
55 33,5	10 1 13,8	40,3	27,679
51,1	31,2	− 5 40,1	
1,4	41,6	40,2	
10 4 11,8	9 52,0	40,2	27,659

1869 April 19.

Coinc. = 39,516.

Weisse 11h 21 nordlig; använd såsom jemförelsestjerna till Europa den 27 Febr. 1869.

	α	δ
A. M. + 12° 2314 (2 obs.)	11h 9m 23s,879	+ 12° 16' 57",73
diff. =	− 5 40,211	+ 3 24,79
t =	− 0,931	0,00
refr. =	0,000	+ 0,11
red. =	+ 0,022	+ 0,06
Weisse 11h 21	11 3 42,759	+ 12 20 22,69

(M.)

* 11m.

* 11m	Rob. 3167.	α' − α.	Mikr.
39,0 s	20,1 s	− 0 41,1 m s	
12 12 49,5	12 13 30,6	41,1	49,935
51,2	32,2	− 0 41,0	
15 1,8	15 42,8	41,0	
52,3	33,3	− 0 41,0	
17 3,0	17 44,0	41,0	49,915
0,0	41,1	− 0 41,1	
20 10,7	20 51,8	41,1	
58,4	39,6	− 0 41,2	
22 9,0	22 50,2	41,2	49,889

1869 April 23.

Coinc.

3,181 3,177 }
132 129 } 3,155

* 11m sydlig; använd såsom jemförelsestjerna till Egeria samma dag.

	α	δ	Vigt
Bradl. 2 ν Libræ (5 obs.)	14h 59m 31s,12	− 15° 58' 29",6	1
Lal. 27476	30,827	32,58	0
Piazzi 14h 269 (15.14)	30,576	28,18	2
Arg. pos. med. 343 (8.8)	30,632	28,80	2
Rob. 3167 (2.4)	30,568	28,63	2
7-Year Cat. 1198 (14.5)	30,553	30,28	2
Antaget	14 59 30,582	− 15 58 29,05	
diff. =	− 0 41,080	− 13 29,76	
t =	− 0,112	0,00	
refr. =	− 0,013	− 2,29	
red. =	− 0,004	+ 0,02	
* 11m	14 58 49,373	− 16 12 1,08	

(M.)

Mikrometrisk bestämning af använda jemförelsestjernor.

Bonn. Durchm. + 36° 2032.

A.M. + 36° 2026.	B.D. + 36° 2032.	α' — α.	Mikr.
55,6 s	2,3 s	+ 3 6,7 m s	
9 16 8,4	9 19 15,1	6,7	16,411
9,1	16,0	+ 3 6,9	
21 22,0	24 28,9	6,9	16,406
17,8	24,6	+ 3 6,8	
26 30,7	29 37,4	6,7	16,541
21,0	27,8	+ 3 6,8	
31 33,8	34 40,7	6,9	16,352
8,6	15,3	+ 3 6,7	
37 21,4	40 28,1	6,7	16,521

1869 April 30.

Coinc. = 29,116.

B. D. + 36° 2032 nordlig; använd såsom jemförelsestjerna till Winneckes Komet den 28, 29 och 30 April 1869.

	α		δ
Arg. Mer. + 36° 2026	9 57 42,489 h m s	+	36 30 11,40 ° ′ ″
diff. =	+ 3 6,780	+	3 39,42
t =	+ 0,511	+	0,00
refr. =	— 0,001	+	0,07
red. =	— 0,018	—	0,06
B. D. + 36° 2032	10 0 49,761	+	36 33 50,83

(M.)

Rümk. 804.

R. n. F. 1585.	Rümk. 804.	α' — α.	Mikr.
10 15 54,0 h m s	10 18 16,2 h m s	+ 2 22,2 m s	4,386
59,8	21,8	+ 2 22,0	
22 19,9	24 42,0	22,1	4,384
13,8	35,8	+ 2 22,0	
26 34,0	28 56,0	22,0	4,406
21,8	43,9	+ 2 22,1	
30 42,0	33 4,1	22,1	4,370

1869 Nov. 20.

Coinc. = 53,425.

Rümk. 804 nordlig; använd såsom jemförelsestjerna till Undina den 16 och 17 Nov. 1868.

	α		δ	Vigt.
Lal. 5847	3 2 38,891 h m s	+	4 41 57,08 ° ′ ″	0
B. Z. 43	39,235		56,73	0
Rümk. 795 (2.1)	38,913		50,59	0
Sant. 190 (2 obs.)	39,152		56,15	1
R. n. F. 1585 (2 obs.)	38,701		53,40	0
Antaget	3 2 39,152	+	4 41 56,15	
diff. =	+ 2 22,071	+	14 9,26	
t =	+ 0,389		0,00	
refr. =	— 0,003	+	0,60	
red. =	— 0,012	+	0,27	
Rümk. 804 (1868,0)	3 5 1,597	+	4 56 6,28	

(M.)

Rümk. 10338.

Rümk. 10338.	Schjell. 9228.	α' — α.	Mikr.
51,8 s	14,9 s	— 1 23,1 m s	
12,6	35,8	23,2	
6 55 33,0	6 56 56,2	23,2	
46,0	9,1	— 1 23,1	
6,8	30,0	23,2	
59 27,2	7 0 50,5	23,3	
	7 4 0 h m s		36,232
	7 7 0		36,158
	7 10 0		36,194
	7 12 0		36,157

1869 Nov. 27.

Coinc. = 29,071.

Rümk. 10338 nordlig; använd såsom jemförelsestjerna till Diana den 27 Aug. 1869.

Mikrometrisk bestämning af använda jemförelsestjernor.

Rümk. 10338.

Rümk. 10338.	Schjell. 9228.	α' — α.	Mikr.
s	s	m s	
30,8	54,0	— 1 23,2	
51,6	14,7	23,1	
7 14 12,1	7 15 35,1	23,0	
48,1	11,5	— 1 23,4	
8,9	32,2	23,3	
17 29.3	18 52,7	23,4	
10,3	33,7	— 1 23,4	
31,1	54,4	23,3	
20 51,7	22 14,9	23,2	

1869 Nov. 27.

		α		δ	Vigt.
		h m s		° ′ ″	
Lal. 44079		22 27 26,771	—	9 58 44,31	1
B. Z. 184		(27,141)		47,18	1
B. Z. 186		26,906		48,12	1
Schjell. 9228		26,996		46,89	2
Antaget		22 27 26,917	—	9 58 46,68	
diff. =	—	1 23,227	+	2 3,20	
t =	—	0,228		0,00	
refr. =	+	0,026	+	0,22	
red. =	+	0,007	—	0,02	
Rümk. 10338		22 26 3,495	—	9 56 43,28	

(M.)

Weisse $0^{h}399$.

Weisse $0^{h}399$.	Schjell. 198.	α' — α.	Mikr.
s	s	m s	
1,7	47,8	— 3 46,1	
11,9	58,1	46,2	
5 56 21,9	6 0 8,1	46,2	
	h m s 6 6 0		10,587
17,8	4,1	— 3 46,3	
6 8 37,9	12 24,2	46,3	
	h m s 6 18 0		10,630
22,7	8,9	— 3 46,2	
20 42,6	24 28,9	46,3	
	h m s 6 30 0		10,584
11,2	57,5	— 3 46,3	
41 31,3	45 17,4?	46,1	

1869 Dec. 20.

Coinc.

29,038	29,041	29,064
089	090	

Weisse $0^{h}399$ nordlig; använd såsom jemförelsestjerna till Hesperia den 11 och 12 Okt. 1869.

		α		δ	Vigt.
		h m s		° ′ ″	
B. Z. 36		0 28 54,219	+	1 38 50,60	1
Schjell. 198		54,128		49,95	2
Antaget		0 28 54,158	+	1 38 50,17	
diff. =	—	3 46,222	+	5 19,76	
t =	—	0,619		0,00	
refr. =		0,000	+	0,26	
red. =	—	0,022	+	0,14	
Weisse $0^{h}399$		0 25 7,295	+	1 44 10,33	

(M.)

Bonn. Durchm. — $1^{\circ}2586$.

A. N. 61.69.	B. D. — $1^{\circ}2586$.	α' — α.	Mikr.
s	s	m s	
57,9	54,6	+ 0 56,7	
14 55 18,1	14 56 14,7	56,6	
24,6	21,3	+ 0 56,7	
58 44,7	59 41,4	56,7	
29,4	—	—	
15 1 49,4	15 2 46,2	+ 0 56,8	
43,0	40,0	+ 0 57,0	
4 3,1	5 0,1	57,0	
11,7	8,5	+ 0 56,8	
6 31,9	7 28,6	56,7	

1870 Febr. 4.

Coinc.

17,018	17,017	17,038
056	061	

B. D. — $1^{\circ}2586$ sydlig; använd såsom jemförelsestjerna till Hecuba den 13, 14 och 15 Maj 1869.

Mikrometrisk bestämning af använda jemförelsestjernor.

Bonn. Durchm. — 1°2586.

A. N. 61.69.	B. D. — 1°2586.	α' — α.	Mikr.
s 35,3	s 32,2	m s +0 56,9	
15 8 55,4	15 9 52,3	56,9	
49,0	45,7	+0 56,7	
11 9,1	12 5,8	56,7	
	h m s 15 15 0		42,876
	15 18 0		42,950
	15 21 0		42,920
	15 23 0		43,038
	15 26 0		43,003
	15 29 0		43,003

1870 Febr. 4.

		α		δ
Leiden Refr. A. N. 61.69		h m s 11 47 17,117	—	° ′ ″ 1 3 5,75
diff. =	+	0 56,785	—	7 29,01
t =	+	0,155		0,00
refr. =	—	0,001	—	0,42
red. =	+	0,003	—	0,04
Bonn. Durchm. — 1°2586		11 48 14,059	—	1 10 35,22

(M.)

Weisse 12h 730.

7-Year Cat. 1011.	Weisse 12h 730.	α' — α.	Mikr.
h m s 16 6 6,2	h m s 16 6 29,7	m s +0 23,5	
7 54,1	8 18,7	23,6	
9 8,2	9 31,8	23,6	
	h m s 16 10 0		9,710
	16 13 0		9,686
	16 15 0		9,752
	16 17 0		9,684
	16 19 0		9,660
21 22,9	21 46,4	+0 23,5	
22 33,9	22 57,4	23,5	
23 54,1	24 17,7	23,6	
25 6,8	25 30,3	23,5	
26 7,3	26 30,8	23,5	
27 9,0	27 32,4	23,4	
29 4,6	29 28,1	23,5	
30 0,4	30 24,0	23,6	
31 5,3	31 28,7	23,4	

1870 Febr. 4.

Coinc.

53,403 53,401 }
464 470 } 53,433

Weisse 12h 730 nordlig; använd såsom jemförelsestjerna till Eurynome den 5 April 1869

		α		δ	Vigt.
Lal. 23922		h m s 12 43 21,123	—	° ′ ″ 6 55 5,90	1.1
Piazzi 12h 193 (9.9)		21,156		6,00	1.2
7-Year Cat. 1011 (3.2)		20,359		5,95	1.2
Antaget		12 43 20,226	—	6 55 5,96	
diff. =	+	0 23,517	+	12 37,41	
t =	+	0,064		0,00	
refr. =	+	0,005	+	1,00	
red. =	—	0,009	+	0,05	
Weisse 12h 730		12 43 43,803	—	6 42 27,50	

Egen rör. i AR. för 7-Year Cat. 1011 = — 0s,01299 med öfrigblifvande fel:

	s
1795	+ 0,064
1803	— 0,073
1858	+ 0,010

(M.)

Thermometer-Observationer.

1869

	d	h	m	°
Jan.	6	9	15	+ 3,9 Cels.
	7	7	35	+ 3,5
	16	7	22	0,0
		9	50	— 1,0
		12	15	— 0,6
	17	7	22	— 1,4
		8	50	— 1,1
		10	3	— 1,8
		11	20	— 1,5
	18	6	47	— 1,1
		7	58	— 1,3
		9	0	— 1,2
		9	58	— 1,2
	22	ingen	obs.	
Febr.	2	ingen	obs.	
	3	7	35	+ 2,0
		8	21	+ 1,9
		9	0	+ 1,4
		12	0	+ 1,7
	5	7	28	+ 4,7
	6	8	35	+ 5,6
	15	8	14	+ 3,6
		10	55	+ 3,2
	20	9	56	+ 2,4
		10	40	+ 1,8
		11	43	+ 1,2
		12	30	+ 0,9
		13	0	+ 0,3
	27	12	17	+ 2,2
Mars	1	9	27	+ 0,5
		11	24	0,0
		12	42	+ 0,2
	2	9	26	+ 0,9
		11	26	0,0
		12	47	— 0,3
	4	8	45	+ 0,8
		10	43	0,0
		12	19	— 0,2
	6	10	45	— 1,0
		12	4	— 1,6
		13	0	— 2,0
	13	10	22	— 0,1
		12	0	— 0,5
		12	55	— 0,9
	14	10	56	+ 0,2
		12	40	— 0,2
		15	30?	— 1,7
	23	13	29	+ 1,8
		14	17	+ 1,9
	25	9	45	+ 2,9
		10	36	+ 2,0
		11	51	+ 2,1
	29	9	34	+ 2,2
		10	55	+ 2,0
		11	48	+ 1,8

1869

	d	h	m	°
Mars	30	10	36	+ 2,6 Cels.
		11	17	+ 2,4
		12	12	+ 2,4
April	1	12	3	+ 2,8
		12	49	+ 2,4
		13	45	+ 2,2
	2	11	0	+ 3,1
		12	13	+ 2,8
		13	10	+ 2,7
	4	10	30	+ 7,1
		12	7	+ 6,1
	5	11	48	+ 5,7
		12	24	+ 5,4
	13	10	39	+ 3,7
	19	9	38	+ 8,7
		10	12	+ 8,3
		11	3	+ 7,9
		11	54	+ 7,3
		12	36	+ 7,2
	22	11	42	+ 9,5
		12	32	+ 9,2
	23	10	42	+ 11,1
		11	8	+ 11,1
		12	7	+ 10,7
		12	25	+ 10,4
	25	12	13	+ 13,4
	26	10	19	+ 13,5
	28	11	3	+ 12,0
	29	11	38	+ 7,9
		12	32	+ 8,8
		13	40	+ 8,2
	30	9	42	+ 8,9
		11	39	+ 8,0
		12	19	+ 7,5
		13	0	+ 7,6
		14	5	+ 6,0
Maj	2	10	52	+ 6,6
		12	2	+ 6,0
		12	54	+ 5,7
	4	11	13	+ 5,4
		12	14	+ 5,5
		13	46	+ 5,1
	13	10	50	+ 10,5
	14	11	21	+ 9,9
	15	11	22	+ 9,4
		12	7	+ 9,1
	16	12	22	+ 10,3
Juli	5	11	56	+ 14,8
	7	11	28	+ 15,2
		12	41	+ 14,9
	11	11	34	+ 15,2
		13	0	+ 15,0
	12	11	32	+ 16,2
		13	39	+ 15,2
	17	12	47	+ 14,8

1869

	h	m	s	°
Juli	30	11	46	+ 18,0 Cels.
	31	11	55	+ 18,8
Aug.	2	12	15	+ 16,8
	3	11	7	+ 16,0
	18	12	15	+ 16,8
		12	45	+ 16,6
	19	11	27	+ 16,6
	26	11	48	+ 18,4
	27	10	23	+ 16,8
		11	7	+ 16,4
		12	51	+ 15,9
		14	0	+ 15,8
	28	12	29	+ 16,6
	30	11	5	+ 13.4
Sept.	2	10	48	+ 9,8
		12	26	+ 8,9
		13	25	+ 8,7
		14	45	+ 8,4
	4	11	0	+ 12,2
		12	21	+ 12,0
		13	15	+ 11,8
		15	2	+ 11,7
	5	12	37	+ 13,2
		14	7	+ 13,0
	8	16	0	+ 15,8
	9	15	0	+ 17,6
Okt.	7	10	39	+ 9,2
	11	12	10	+ 11,8
		13	16	+ 11,8
	12	9	40	+ 12,6
		10	24	+ 12,3
		11	48	+ 12,2
	14	12	48	+ 8,2
		14	22	+ 7,3
Nov.	1	10	48	+ 3,0
		12	44	+ 2,8
		14	40	+ 2,9
	5	9	0	+ 1,0
		10	15	+ 0,9
	10	9	58	— 2,0
		10	59	— 2,5
		12	58	— 3,2
	11	9	50	— 4,7
		12	9	— 5,0
	19	11	47	+ 5,9
		13	35	+ 5,0
	20	8	28	+ 3,8
		10	2	+ 3,6
		10	34	+ 3,5
		11	10	+ 3,3
	21	7	45	+ 3,1
	24	9	47	+ 2,9
		10	55	+ 3,0
	26	9	20	+ 4,5
		10	35	+ 4,2

Thermometer-Observationer.

1869	d h m	°		1869	d h m	°		1870	d h m	°	
Nov.	26 11 58	+ 3,6	Cels.	Nov.	27 10 52	+ 3,0	Cels.	Febr.	4 14 30	— 3,6	Cels.
	13 2	+ 3,6			29 9 32	+ 0,3			15 30	— 3,4	
	27 7 24	+ 3,7		Dec.	18 6 59	+ 2,2			16 32	— 3,6	
	8 30	+ 3,5			20 6 46	+ 4,0					

Thermometerns korrektion bestämdes den 29 Januari 1869 till $-0^{\circ},7$, hvilken korrektion bör anbringas till de ofvan angifna afläsningarne.

Reduktion till Medeltid för Chronometern Kessels 1335.

1869	d h m	Stånd m s	Gång s
Jan.	4 0 3	− 4 22,6	− 1,06
	9 0 34	− 4 28,0	− 1,16
	14 0 17	− 4 33,7	− 1,59
	17 11 59	− 4 39,3	− 2,48
	25 23 43	− 5 0,4	− 1,92
Febr.	1 0 6	− 5 11,9	− 1,43
	6 0 20	− 5 19,1	− 1,38
	10 0 27	− 0 24,6¹)	− 1,54
	14 0 40	− 0 30,7	− 1,59
	20 0 29	− 0 40,1	− 1,37
	24 0 30	− 0 45,6	− 1,25
	28 0 0	− 0 50,6	− 1,32
Mars	4 0 9	− 0 55,8	− 1,37
	10 0 53	− 1 4,2	− 1,77
	13 8 47	− 1 10,1	²)
	17 4 56	+ 0 26,4	− 1 72
	22 0 1	+ 0 18,2	− 1,58
	27 22 19	+ 0 8,8	− 1,52
Apr.	1 0 50	+ 0 2,6	− 1,57
	5 0 2	− 0 3,6	− 1,73
	8 0 42	− 0 8,9	− 1,81
	12 0 2	− 0 16,1	− 2,35
	16 0 35	− 0 25,6	− 1,72
	20 19 32	− 0 33,8	− 1,78
	24 1 7	− 0 39,6	− 1,85
	28 0 14	− 0 46,9	− 2,23
Maj	4 0 43	− 1 0,3	− 1,99
	9 23 53	− 1 12,0	− 1,51
	15 0 21	− 1 19,6	

1869	d h m	Stånd m s	Gång s
Maj	15 0 21	− 1 19,6	− 1,57
	19 1 26	− 1 26,0	− 1,63
	23 23 57	− 1 34,1	− 2,49
	30 23 56	− 1 51,5	− 2,23
Juni	6 23 55	− 2 7,0	− 2,10
	13 23 57	− 2 21,7	− 2,03
	18 0 48	− 2 30,1	− 1,89
	24 1 8	− 2 42,0	− 1,66
	29 0 5	− 2 50,2	− 1,45
Juli	5 0 4	− 2 58,9	− 1,35
	11 23 59	− 3 8,4	− 1,30
	16 0 26	− 3 13,8	− 1,25
	21 0 24	− 3 20,0	− 1,10
	26 0 3	− 3 25,5	− 0,97
Aug.	2 0 50	− 3 31,3	− 1,16
	7 11 22	− 3 37,6	− 1,47
	17 1 8	− 3 51,6	− 1,42
	21 3 33	− 3 57,4	− 1,29
	26 7 36	− 4 4,1	− 1,24
Sept.	1 7 18	− 4 11,5	− 1,41
	5 7 5	− 4 17,1	− 1,74
	9 0 49	− 4 23,7	− 1,33
	20 0 41	− 4 38,3	− 1,44
	27 0 4	− 4 48,3	− 1,23
Okt.	1 2 51	− 4 53,4	− 1,32
	7 11 31	− 5 1,8	− 1,77
	12 0 36	− 5 9,8	− 1,35
	18 0 21	− 5 17,9	− 1,37
	23 0 2	+ 4 35,3³)	

1869	d h m	Stånd m s	Gång s
Okt.	23 0 2	+ 4 35,3	− 1,37
	28 0 19	+ 4 28,4	− 1,72
Nov.	1 0 0	+ 4 21,6	− 1,50
	1 22 17	+ 4 20,2	− 1,49
	12 23 57	+ 4 5,2	− 1,59
	17 1 0	+ 3 57,2	− 1,64
	20 0 31	+ 3 51,3	− 1,43
	24 0 9	+ 3 45,6	− 1,50
Dec.	3 0 46	+ 3 32,0	− 1,75
	8 0 15	+ 3 23,3	− 1,56
	13 3 45	+ 3 15,3	− 1,05
	16 0 49	+ 3 12,2	− 1,82
	21 0 13	+ 3 3,1	− 2,01
	30 5 35	+ 2 44,6	− 1,89
1870			
Jan.	3 0 5	+ 2 37,4	− 1,70
	5 23 42	+ 2 32,4	− 1,80
	9 23 55	+ 2 25,2	− 1,72
	13 0 11	+ 2 20,0	− 1,88
	17 0 7	+ 2 12,5	− 2,49
	20 0 0	+ 2 5,0	− 3,23
	24 0 2	+ 1 52,0	− 5,05
	26 23 43	+ 1 36,9	− 4,37
	30 23 49	+ 1 19,4	− 3,34
Febr.	3 1 5	+ 1 5,9	− 5,72
	7 0 4	+ 0 43,3	

¹) 1869 Febr. 8d 0h ställdes Chronometern 5m tillbaka.
²) Chronometern nedgången.
³) 1869 Okt. 20d 0m ställdes Chronometern 10m tillbaka.

Resultater af Planet- och Komet-Observationer i Lund 1869.

1869		Lunds M. T.	App. A. R.	App. Dekl.	Parallax. A. R.	Parallax. Dekl.	Obs.-Räkn. $\varDelta\alpha$	Obs.-Räkn. $\varDelta\delta$	
		h m s	h m s	° ′ ″	s	″	s	″	
Aurora (94).									
Jan.	16	11 45 0	7 1 47,38	+ 34 19 33,4	+ 0,02	+ 1,6	− 21,72	+ 47,5	Berl. Jahrb. 1871.
	17	10 33 0	7 0 54,73	+ 34 19 3,2	− 0,03	+ 1,6	− 21,70	+ 48,0	
	18	8 40 0	7 0 4,29	+ 34 18 28,0	− 0,12	+ 1,8	− 21,84	+ 49,6	
Pandora (55).									
Jan.	6	9 0 0	7 58 6,86	+ 31 47 51,9	− 0,18	+ 2,7	− 0,62	+ 1,4	Berl. Jahrb. 1871.
	16	9 26 0	7 47 19,90	+ 32 9 43,0	− 0,18	+ 2,5	− 0,65	− 0,7	
	17	9 35 0	7 46 14,71	+ 32 11 8,9	− 0,13	+ 2,2	− 0,65	− 0,4	
	18	9 30 0	7 45 10,51	+ 32 12 24,4	− 0,13	+ 2,2	− 0,66	− 0,6	
Febr.	2	13 26 0	7 30 22,28	+ 32 13 29,2	+ 0,14	+ 2,2	− 0,81	+ 0,5	
	3	11 28 0	7 29 36,71	+ 32 12 29,8	+ 0,05	+ 1,9	− 0,74	− 0,7	
Leto (68).									
Febr.	15	10 10 0	8 46 46,31	+ 29 37 35,2	− 0,04	+ 1,8	+ 3,28	− 43,1	Berl. Jahrb. 1871.
Arethusa (95).									
Febr.	20	12 0 0	9 50 58,59	− 6 27 56,0	+ 0,01	+ 3,4	− 38,29	+ 3 47,1	Berl. Jahrb. 1871.
Mars	1	11 8 0	9 44 19,84	− 5 44 37,8	0,00	+ 3,4	− 37,76	+ 3 41,8	
	2	11 9 0	9 43 38,01	− 5 39 17,3	+ 0,01	+ 3,4	− 37,61	+ 3 42,7	
	4	10 12 0	9 42 18,28	− 5 28 37,7	− 0,02	+ 3,3	− 37,13	+ 3 42,6	
	6	10 29 0	9 40 59,11	− 5 17 24,5	− 0,01	+ 3,3	− 36,86	+ 3 43,3	
	13	9 50 0	9 36 51,81	− 4 37 6,8	− 0,01	+ 3,2	− 36,12	+ 3 41,4	
Galatea (74).									
Mars	2	12 30 0	10 28 20,12	+ 5 42 11,3	+ 0,03	+ 2,9	− 20,47	+ 1 41,3	Berl. Jahrb. 1871.
	4	11 44 0	10 26 47,00	+ 5 53 7,7	0,00	+ 2,9	− 20,37	+ 1 42,1	
	6	11 48 0	10 25 13,42	+ 6 4 14,4	+ 0,01	+ 2,9	− 20,51	+ 1 45,3	
	13	11 30 0	10 20 3,99	+ 6 41 47,7	+ 0,02	+ 2,8	− 20,34	+ 1 44,3	
	14	10 35 0	10 19 24,24	+ 6 46 41,9	− 0,01	+ 2,8	− 20,03	+ 1 39,1	
Eurydice (75).									
Mars	6	12 0 0	10 51 24,60	+ 9 35 57,1	0,00	+ 2,6	− 0,98	+ 7,9	Berl. Jahrb. 1871
Europa (52).									
Febr.	20	11 3 0	11 7 26,85	+ 11 43 34,2	− 0,09	+ 3,3	− 0,62	+ 3,1	Berl. Jahrb. 1871.
	27	11 51 0	11 2 24,49	+ 12 32 54,4	− 0,03	+ 3,2	− 0,63	+ 4,5	
Mars	1	12 9 0	11 0 55,37	+ 12 46 39,2	− 0,01	+ 3,2	− 0,53	+ 2,8	
Panopæa (70).									
Mars	13	12 33 0	12 7 52,49	+ 14 52 26,9	− 0,01	+ 3,2	+ 0,46	− 5,1	Berl. Jahrb. 1871.
	14	12 4 0	12 6 57,01	+ 14 56 46,4	− 0,03	+ 3,2	(+ 0,18)	− 4,1	
	14	15 2 0	12 6 50,18	+ 14 57 15,2	+ 0,11	+ 3,3	+ 0,49	− 7,3	
	23	13 10 0	11 58 15,52	+ 15 30 21,8	+ 0,08	+ 3,1	+ 0,43	− 1,1	
	25	9 28 0	11 56 29,31	+ 15 35 38,4	− 0,11	+ 3,2	+ 0,58	+ 0,6	
	29	10 32 0	11 52 39,21	+ 15 44 58,9	− 0,04	+ 3,2	+ 0,54	− 0,1	
	30	10 15 0	11 51 43,85	+ 15 46 48,7	− 0,05	+ 3,1	+ 0,32	+ 0,4	
April	1	11 37 0	11 49 50,71	+ 15 49 57,8	+ 0,02	+ 3,1	+ 0,30	− 1,1	
	2	10 42 0	11 48 58,82	+ 15 51 11,3	− 0,02	+ 3,1	+ 0,29	+ 0,3	

Resultater af Planet- och Komet-Observationer i Lund 1869.

Calliope (22).

1869		Lunds M. T.	App. A. R.	App. Dekl.	Parallax A. R.	Parallax Dekl.	Obs.-Räkn. $\Delta\alpha$	Obs.-Räkn. $\Delta\delta$	
		h m s	h m s	° ′ ″	s	″	s	″	
Mars	25	10 21 0	12 44 15,86	+ 14 48 50,6	— 0,12	+ 3,0	+ 7,27	— 51,9	Berl. Jahrb. 1871.
	29	11 34 0	12 40 48,06	+ 15 1 42,6	— 0,03	+ 2,8	+ 7,49	— 55,5	
	30	11 0 0	12 39 57,74	+ 15 4 26,2	— 0,05	+ 2,8	+ 7,37	— 55,0	
April	1	12 25 0	12 38 12,05	+ 15 9 37,3	+ 0,02	+ 2,7	+ 7,47	— 55,2	
	2	11 38 0	12 37 22,59	+ 15 11 48,9	— 0,01	+ 2,7	+ 7,43	— 54,6	
	4	10 9 0	12 35 44,34	+ 15 15 40,2	— 0,07	+ 2,8	+ 7,55	— 54,9	

Nemausa (51).

1869		Lunds M. T.	App. A. R.	App. Dekl.	Parallax A. R.	Parallax Dekl.	Obs.-Räkn. $\Delta\alpha$	Obs.-Räkn. $\Delta\delta$	
April	5	12 13 0	12 26 48,35	+ 2 4 38,0	+ 0,05	+ 5,9	— 0,69	+ 16,1	Berl. Jahrb. 1871.

Eurynome (79).

1869		Lunds M. T.	App. A. R.	App. Dekl.	Parallax A. R.	Parallax Dekl.	Obs.-Räkn. $\Delta\alpha$	Obs.-Räkn. $\Delta\delta$	
April	5	11 38 0	12 46 2,81	— 6 37 15,6	— 0,01	+ 4,3	— 12,48	+ 1 16,0	Berl. Jahrb. 1871.
	13	10 22 0	12 39 17,23	— 5 41 47,9	— 0,02	+ 4,2	— 12,55	+ 1 12,7	
	19	10 43 0	12 34 37,25	— 5 2 2,7	0,00	+ 4,1	— 12,09	+ 1 11,0	

Concordia (58).

1869		Lunds M. T.	App. A. R.	App. Dekl.	Parallax A. R.	Parallax Dekl.	Obs.-Räkn. $\Delta\alpha$	Obs.-Räkn. $\Delta\delta$	
Mars	23	13 54 0	13 11 17,20	— 3 3 25,0	+ 0,05	+ 4,7	— 0,09	— 1,6	Berl. Jahrb. 1871.
	25	11 9 0	13 9 55,99	— 2 50 23,9	— 0,10	+ 4,7	— 0,17	+ 1,2	
	30	11 51 0	13 6 8,45	— 2 15 21,3	— 0,04	+ 4,8	— 0,27	+ 1,3	
April	1	13 29 0	13 4 31,62	— 2 0 52,0	+ 0,06	+ 4,7	— 0,26	+ 4,2	
	2	12 58 0	13 3 45,14	— 1 54 3,1	+ 0,04	+ 4,7	(— 0,56)	+ 4,7	
	4	11 48 0	13 2 12,87	— 1 40 35,2	— 0,02	+ 4,6	— 0,20	+ 3,1	

Parthenope (11).

1869		Lunds M. T.	App. A. R.	App. Dekl.	Parallax A. R.	Parallax Dekl.	Obs.-Räkn. $\Delta\alpha$	Obs.-Räkn. $\Delta\delta$	
April	19	11 40 0	13 41 6,55	— 2 22 16,6	— 0,06	+ 5,1	+ 1,19	— 5,2	Berl. Jahrb. 1871.
	22	10 42 0	13 38 26,96	— 2 6 43,2	— 0,04	+ 5,0	+ 1,32	— 5,1	
	23	10 27 0	13 37 34,17	— 2 1 43,6	— 0,06	+ 4,9	+ 1,36	— 4,7	
	25	12 0 0	13 35 45,01	— 1 51 45,1	+ 0,04	+ 4,9	+ 1,31	— 7,0	
	26	10 8 0	13 34 56,99	— 1 47 27,0	— 0,05	+ 4,9	+ 1,22	— 6,4	

Pomona (32).

1869		Lunds M. T.	App. A. R.	App. Dekl.	Parallax A. R.	Parallax Dekl.	Obs.-Räkn. $\Delta\alpha$	Obs.-Räkn. $\Delta\delta$	
April	22	11 30 0	14 33 51,97	— 15 39 26,0	— 0,07	+ 6,0	— 0,89	+ 6,2	Berl. Jahrb. 1871.
	23	11 0 0	14 33 3,39	— 15 32 48,3	— 0,09	+ 6,0	— 0,76	+ 6,3	
	29	12 17 0	14 27 57,00	— 14 51 0,0	+ 0,02	+ 6,1	— 0,67	+ 5,4	
	30	12 10 0	14 27 6,28	— 14 44 3,1	+ 0,02	+ 6,1	— 0,87	+ 4,6	

Egeria (13).

1869		Lunds M. T.	App. A. R.	App. Dekl.	Parallax A. R.	Parallax Dekl.	Obs.-Räkn. $\Delta\alpha$	Obs.-Räkn. $\Delta\delta$	
April	19	12 17 0	15 3 9,94	— 16 11 28,8	— 0,05	+ 5,2	+ 0,02	— 8,1	Berl. Jahrb. 1871.
	22	12 9 0	15 0 6,32	— 16 18 10,6	— 0,04	+ 5,2	— 0,08	— 8,7	
	23	12 0 0	14 59 3,88	— 16 20 12,6	— 0,05	+ 5,2	+ 0,06	— 3,0	
	29	13 4 0	14 52 29,50	— 16 32 16,4	+ 0,04	+ 5,3	— 0,10	— 5,5	
	30	12 44 0	14 51 23,91	— 16 34 4,1	+ 0,03	+ 5,3	+ 0,14	— 3,9	

Melpomene (18).

1869		Lunds M. T.	App. A. R.	App. Dekl.	Parallax A. R.	Parallax Dekl.	Obs.-Räkn. $\Delta\alpha$	Obs.-Räkn. $\Delta\delta$	
April	30	13 30 0	15 28 3,91	— 2 44 46,3	+ 0,03	+ 4,4	+ 0,44	+ 1,4	Berl. Jahrb. 1871.
Maj	2	11 39 0	15 26 19,16	— 2 33 25,9	— 0,05	+ 4,4	+ 0,61	— 3,0	
	4	11 57 0	15 24 26,80	— 2 21 50,8	— 0,03	+ 4,4	+ 0,65	— 0,6	

Melete (56).

1869		Lunds M. T.	App. A. R.	App. Dekl.	Parallax A. R.	Parallax Dekl.	Obs.-Räkn. $\Delta\alpha$	Obs.-Räkn. $\Delta\delta$	
Maj	2	12 41 0	15 28 43,39	— 10 36 41,7	0,00	+ 6,6	+ 5,27	— 5,8	Berl. Jahrb. 1871.
	4	13 23 0	15 27 9,23	— 10 20 9,7	+ 0,06	+ 6,6	+ 4,91	— 7,8	

Resultater af Planet- och Komet-Observationer i Lund 1869.

1869		Lunds M. T.	App. A. R.	App. Dekl.	Parallax A. R.	Parallax Dekl.	Obs.-Räkn. Δα	Obs.-Räkn. Δδ	
		h m s	h m s	° ′ ″	s	″	s	′ ″	
Bellona (28).									
Juli	5	11 34 0	18 35 36,33	− 13 32 47,7	0,00	+ 3,9	− 0,33	− 1,0	Berl. Jahrb. 1871.
	7	11 9 0	18 33 54,83	− 13 38 31,9	− 0,01	+ 3,9	− 0,42	− 0,8	
	11	11 17 0	18 30 34,37	− 13 50 50,8	0,00	+ 3,8	− 0,37	7,2	
	12	11 6 0	18 29 45,92	− 13 53 59,5	0,00	+ 3,8	− 0,37	− 7,5	
Nysa (44).									
Juli	11	12 32 0	20 12 6,67	− 18 32 32,0	− 0,02	+ 4,8	− 1,61	− 1,7	Berl. Jahrb. 1871.
	12	13 5 0	20 11 9,38	− 18 36 37,2	+ 0,01	+ 4,8	− 1,59	− 2,0	
Hestia (46).									
Juli	7	12 14 0	20 16 45,72	− 15 55 6,0	− 0,07	+ 6,6	− 0,79	+ 1,0	Berl. Jahrb. 1871.
	11	13 27 0	20 13 30,60	− 16 5 23,5	+ 0,04	+ 6,7	− 0,55	− 0,4	
	17	12 24 0	20 8 17,91	− 16 22 52,0	0,00	+ 6,8	− 0,57	− 0,7	
	30	11 25 0	19 56 23,16	− 17 6 39,9	+ 0,01	+ 6,9	− 0,42	− 1,5	
	31	11 16 0	19 55 30,09	− 17 10 5,6	0,00	+ 6,9	− 0,33	+ 1,9	
Io (85).									
Aug.	2	11 47 0	21 7 37,60	+ 4 53 57,2	− 0,04	+ 5,9	+ 20,60	+ 1 6,7	Berl. Jahrb. 1871.
	3	10 47 0	21 6 56,10	+ 4 49 32,6	− 0,11	+ 5,9	+ 20,75	+ 1 7,2	
	18	11 55 0	20 56 11,20	+ 3 7 13,4	+ 0,06	+ 6,0	+ 20,66	+ 1 9,9	
	19	11 10 0	20 55 33,69	+ 2 58 52,8	+ 0,01	+ 6,0	+ 20,61	+ 1 11,5	
Cybele (65).									
Aug.	26	10 24 0	21 31 53,89	− 13 21 20,3	− 0,03	+ 3,7	+ 0 43	+ 0,8	Berl. Jahrb. 1871.
	27	10 9 0	21 31 15,23	− 13 25 31,6	− 0,04	+ 3,7	+ 0,26	+ 1,3	
	30	10 33 0	21 29 21,60	− 13 38 0,5	− 0,01	+ 3,7	+ 0,54	+ 1,9	
Sept.	2	10 26 0	21 27 34,08	− 13 49 54,7	− 0,01	+ 3,7	+ 0,21	+ 1,0	
	4	10 36 0	21 26 26,18	− 13 57 33,4	0,00	+ 3,7	+ 0,40	+ 1,1	
Asia (67).									
Aug.	18	12 30 0	22 13 36,46	− 0 49 13,5	+ 0,01	+ 7,4	− 3,38	− 11,8	Berl. Jahrb. 1871.
	26	11 33 0	22 7 30,40	− 1 48 59,0	− 0,02	+ 7,5	− 3,29	− 13,0	
	27	10 50 0	22 6 46,44	− 1 56 49,4	− 0,08	+ 7,4	− 3,14	− 12,4	
	28	12 9 0	22 5 58,68	− 2 5 28,7	+ 0,05	+ 7,5	− 3,19	− 13,6	
Sept.	2	11 6 0	22 2 23,36	− 2 47 5,1	− 0,01	+ 7,4	− 3,48	− 13,2	
Diana (78).									
Aug.	27	12 18 0	22 22 34,45	− 10 7 47,6	+ 0,01	+ 4,0	+ 0,57	+ 5,8	Berl. Jahrb. 1871.
Sept.	2	11 58 0	22 17 1,66	− 10 24 44,6	+ 0,02	+ 4,0	+ 0,41	+ 5,9	
	4	11 51 0	22 15 12,52	− 10 30 9,1	+ 0,02	+ 4,0	+ 0,43	+ 6,6	
	5	11 56 0	22 14 18,19	− 10 32 48,7	+ 0,03	+ 4,0	+ 0,44	+ 7,0	
Astræa (5).									
Aug.	27	13 43 0	23 7 51,76	− 8 32 31,0	0,00	+ 4,0	− 5,59	− 26,2	Berl. Jahrb. 1871.
Sept.	2	13 2 0	23 3 1,13	− 9 12 22,0	+ 0,03	+ 4,1	− 5,83	− 23,6	
	4	12 47 0	23 1 22,03	− 9 25 39,7	+ 0,03	+ 4,1	− 5,78	− 24,7	
	5	13 6 0	23 0 31,42	− 9 32 22,7	+ 0,05	+ 4,1	− 5,64	− 23,9	
Hesperia (69).									
Okt.	11	11 48 0	0 24 20,68	+ 1 49 43,9	+ 0,03	+ 3,6	− 4,16	− 21,6	Berl. Jahrb. 1871.
	12	9 16 0	0 23 43,52	+ 1 43 19,8	− 0,07	+ 3,6	− 4,16	− 21,4	

Resultater af Planet- och Komet-Observationer i Lund 1869.

1869	Lunds M. T.	App. A. R.	App. Dekl.	Parallax. A. R.	Parallax. Dekl.	Obs.-Räkn. Δα	Obs.-Räkn. Δδ	
			Elpis (59).					
	h m s	h m s	° ′ ″	s	″	s	″	
Okt. 11	12 42 0	0 56 1,13	− 0 44 34,0	+ 0,07	+ 5,3	+ 0,67	− 4,1	Berl. Jahrb. 1871.
12	10 1 0	0 55 22,14	− 0 52 0,7	− 0,09	+ 5,3	+ 0,60	− 2,8	
14	12 30 0	0 53 50,39	− 1 9 17,1	+ 0,07	+ 5,3	+ 0,47	− 2,4	
			Feronia (72).					
Okt. 14	13 47 0	2 34 27,78	+ 14 20 43,2	+ 0,06	+ 4,7	− 3,72	− 14,9	Berl. Jahrb. 1871.
Nov. 1	10 33 0	2 17 24,99	+ 11 59 23,9	− 0,07	+ 4,9	− 3,87	− 15,2	
5	8 44 0	2 13 40,65	+ 11 28 43,0	− 0,17	+ 5,1	− 3,83	− 14,8	
			Thetis (17).					
Nov. 1	12 33 0	2 26 5,43	+ 5 7 35,3	+ 0,04	+ 4,1	− 15,95	− 1 29,7	Berl. Jahrb. 1871.
5	9 51 0	2 22 28,02	+ 4 51 53,4	− 0,08	+ 4,0	− 15,52	− 1 26,2	
10	9 49 6	2 17 57,72	+ 4 34 22,6	− 0,06	+ 4,0	− 15,53	− 1 24.1	
11	9 37 0	2 17 5,84	+ 4 31 16,0	− 0,06	+ 4,0	− 15,74	− 1 26,0	
			Thalia (23).					
Nov. 10	12 50 0	3 21 48,23	+ 12 58 48,8	+ 0,05	+ 4,5	+ 0,74	+ 10,5	Berl. Jahrb. 1871.
19	11 37 0	3 12 4,90	+ 13 7 9,0	+ 0,02	+ 4,5	+ 1,04	+ 10,2	
20	11 0 0	3 11 1,59	+ 13 8 21,1	− 0,01	+ 4,5	+ 0,80	+ 10,3	
			Clio (84).					
Nov. 20	9 39 0	3 20 39,11	+ 36 20 4,2	9.253_n	0.509			
24	9 18 0	3 15 57,80	+ 35 55 41,9	9.255_n	0.517			
26	10 8 0	3 13 41,98	+ 35 41 58,5	8.880_n	0.487			
27	10 12 0	3 12 37,67	+ 35 34 54,7	8.785_n	0.487			
			Calypso (53).					
Nov. 26	12 48 0	3 41 38,97	+ 10 4 49,9	+ 0,11	+ 5,5	+ 0,86	− 4,0	Berl. Jahrb. 1871.
			Hecate (100).					
Nov. 1	14 28 0	3 42 39,37	+ 10 30 24,3	+ 0,06	+ 2,9	+ 43,22	+ 4 11,6	Astr. Nachr. 1772.
10	10 39 58	3 35 36,24	+ 10 4 31,7	− 0,06	+ 3,0	+ 43,86	+ 4 19,9	
11	11 19 53	3 34 45,31	+ 10 1 44,0	− 0,03	+ 2,9	+ 43,92	+ 4 19,7	
26	11 54 0	3 22 30,59	+ 9 29 36,5	+ 0,04	+ 2,9	+ 43,37	+ 4 32,6	
			Helena (101).					
Jan. 7	7 9 4	23 57 45,45	+ 7 7 50,3	9.292	0.832			
16	7 50 53	0 10 20,12	+ 8 30 36,0	9.428	0.832			
17	6 59 8	0 11 43,28	+ 8 39 41,6	9.310	0.824			
18	6 29 39	0 13 8,21	+ 8 48 54,0	9.258	0.824			
Febr. 3	6 55 41	0 37 16,55	+ 11 24 48,2	9.410	0.816			
Mars 1	9 8 54	1 19 54,42	+ 15 47 17,5	9.540	0.861			
2	8 41 26	1 21 34,96	+ 15 57 22,9	9.544	0.850			
			Dione (106).					
Jan. 17	8 27 44	1 13 22,69	+ 5 51 24,7	9.384	0.842			
18	7 37 2	1 14 25,60	+ 5 59 31,8	9.276	0.837			
Febr. 3	7 57 27	1 33 26,65	+ 8 19 57,0	9.415	0.833			
6	8 10 28	1 37 19,19	+ 8 47 8,6	9.446	0.835			
15	7 42 56	1 49 25,21	+ 10 8 53,7	9.442	0.831			

Resultater af Planet- och Komet-Observationer i Lund 1869.

Hecuba (108).

1869	Lunds M. T.	App. A. R.	App. Dekl.	Parallax. A. R.	Parallax. Dekl.	Obs.-Räkn. Δα	Obs.-Räkn. Δδ
	h m s	h m s	° ′ ″				
Maj 13	10 32 44	11 49 18,08	— 1 14 35,3	9.258	0.872		
14	11 8 43	11 49 19,28	— 1 15 15,7	9.356	0.871		
15	11 3 37	11 49 22,18	— 1 16 7,3	9.354	0.871		

Felicitas (109).

1869	Lunds M. T.	App. A. R.	App. Dekl.	Parallax. A. R.	Parallax. Dekl.	Obs.-Räkn. Δα	Obs.-Räkn. Δδ
Nov. 19	13 4 47	0 30 41,55	+ 10 34 20,7	9.501	0.837		
20	8 18 11	0 30 44,15	+ 10 37 3,6	8.301_n	0.800		
21	7 35 50	0 30 48,76	+ 10 40 26,4	$8,886_n$	0.800		
24	10 39 52	0 31 18,35	+ 10 52 2,3	9.305	0.809		
26	8 31 44	0 31 47,76	+ 10 59 53,0	8.531	0.797		
27	8 15 27	0 32 6,01	+ 11 4 7,8	8.176	0.795		
29	9 13 59	0 32 50,04	+ 11 13 18,3	9.040	0.799		
Dec. 18	6 32 20	0 46 24,83	+ 13 5 14,8	8.568_n	0.780		

Winneckes Komet (1869.I)

1869	Lunds M. T.	App. A. R.	App. Dekl.	Parallax. A. R.	Parallax. Dekl.	Obs.-Räkn. Δα	Obs.-Räkn. Δδ
April 28	10 26 2	10 1 33,30	+ 36 30 58,8	9.455	0 570		
29	10 13 13	10 0 21,58	—	9.439	—		
—	11 2 3	—	+ 36 34 49,7	—	0.614		
30	10 26 49	9 59 13,49		9.477	—		
—	11 14 36	—	+ 36 38 17,2	—	0.632		
Maj 2	10 24 22	9 57 4,75	—	9.491	—		
—	10 44 52	—	+ 36 43 50,5	—	0.611		
4	10 8 4	9 55 5,49	—	9.480	—		
—	10 52 41	—	+ 36 48 28,0	—	0.627		
14	11 42 56	9 47 11,48	—	9.619	—		
—	11 44 20	—	+ 36 56 56,5	—	0.736		
15	11 43 59	9 46 33,02		9.620	—		
—	11 51 31	—	+ 36 56 53,4	—	0.749		
16	12 4 48	9 45 55,69	—	9.624	—		
—	12 6 36	—	+ 36 56 39,6	—	0.769		
Sept. 2	14 28 1	3 28 58,39	— 7 38 36,2	9.267_n	0.895		
4	14 6 18	3 25 40,84	— 8 11 6,3	9.297_n	0.896		
5	14 10 28	3 23 56,80	— 8 27 16,0	9.267_n	0.898		
8	15 32 26	3 18 25 39	— 9 14 33,8	8.699_n	0.906		
9	14 36 0	3 16 37,16	— 9 28 52,7	9.068_n	0.905		

Tillägg och Rättelser.

1867.

Sid. 15 $2^h 40^m$ och $+32^\circ$ i st. för 0,235 läs 0,255

1868.

Sid. II. rad. 6 i st. för $220^\circ 27'$ läs $220^\circ 47'$.

Genom den nya bestämning, som den 20 Nov. 1869 blifvit gjord af den stjerna, med hvilken Undina blifvit jemförd d. 16 och 17 Nov. 1868, erhållas följande förbättrade positioner för planeten:

Undina (92).

1868	Lunds M. T.	App. A. R.	App. Dekl.	Parallax. A. R.	Parallax. Dekl.	Obs.-Räkn. $\Delta\alpha$	Obs.-Räkn. $\Delta\delta$	
	h m s	h m s	° ′ ″	s	″	s	′ ″	
Nov. 16	9 49 0	3 6 9,70	+ 5 10 13,8	− 0,06	+ 3,3	− 39,35	− 2 4,7	Astr. Nachr. 1717.
17	10 17 40	3 5 20,81	+ 5 9 27,9	− 0,04	+ 3,3	− 39,46	− 2 4,0	

1869.

Sid. 43. I observationen af Cybele den 26 Aug. 1869 bör läsas:

$10^h 24^m 0^s$ M. T.

	$\alpha' - \alpha$.	$\delta' - \delta$.
	m s	′ ″
	− 0 40,215	− 8 46,75
t =	− 0,110	0,00
r =	+ 0,010	− 1,12
	− 0 40,315	− 8 47,87

Från Herr Doctor Engelmann i Leipzig har jag i dag erhållit följande nya Meridian-observationer af använda jemförelsestjernor:

1869,0.

α	δ	
h m s	° ′ ″	
0 16 57,56	− 3 46 45,8	Eugenia 1867.
0 22 56,79	− 3 33 49,7	
0 38 50,38	+ 4 41 1,2	Massalia 1867.
0 44 14,54	+ 4 56 43,6	
1 0 29,27	+ 0 39 16,2	Themis 1867.
1 7 26,71	+ 0 48 8,7	Lutetia 1867.
1 44 6,82	+ 13 15 11,9	Aglaia 1867.
2 10 46,99	+ 9 51 29,8	Leto 1867.
2 56 37,45	+ 4 49 13,4	Nemausa 1867.
2 58 9,12	+ 3 57 14,5	
7 44 15,51	+ 32 20 18,3	Pandora 1869.
7 48 5,65	+ 32 2 21,7	

Lund den 24 April 1870.

Svafvelsyrliga salter med kopparoxidul och silfveroxid.

Af

N. SVENSSON.

Svafvelsyrlighetens föreningar med metalloxider hafva, såsom bekant är, varit föremål för grundliga och ganska omfattande undersökningar företrädesvis af MUSPRATT och RAMMELSBERG. Särskild uppmärksamhet ådrog sig redan tidigt inverkan af svafvelsyrlighet på kopparoxidsalter. Härvid försiggår nemligen delvis en reduktion af oxiden till oxidul, och ett salt afsätter sig i vackra röda kristaller, som till utseendet mycket erinra om kopparoxidul. Detta salt ansågs af de äldre kemisterna för svafvelsyrlig kopparoxidul, hvartill så mycket mera skäl syntes vara förhanden, som man å andra sidan iakttog, att kopparoxidul, öfvergjuten med liqvid svafvelsyrlighet, ger samma förening [1]). Intresset för detta salt ökades, sedan RAMMELSBERG [2]) visat, att det innehåller kopparoxid, hvilket gaf anledning till flera senare undersökningar af kopparoxidernas förhållande till svafvelsyrlighet. Härvid blefvo efterhand äfven några dubbelföreningar bekanta, ehuru det synes hafva varit de enkla salterna, som fortfarande hufvudsakligast ådragit sig uppmärksamhet. En anledning härtill får sökas uti den tvist, som uppstod angående existensen af svafvelsyrlig kopparoxidul; en annan deruti, att de flesta kända dubbelföreningarna voro svåra att erhålla rena samt visade sig ega en i anmärkningsvärd grad komplicerad sammansättning.

Ändamålet med den granskning af kopparoxidulens föreningar med svafvelsyrlighet, hvilkens resultater jag här kommer att anföra, har närmast varit en undersökning af dubbelsalterna. Såsom ett lägre mättningsstadium af ett fleratomigt element erbjöd svafvelsyrligheten redan på förhand intresse. Det kunde nemligen anses sannolikt, att likaväl som cyan och salpetersyrlighetens radikal, så äfven svafvelsyrlighetens skulle kunna uppträda i kopplade föreningar, en förmodan som af Prof. BLOM-

[1]) Jfr OTTOS Lehrbuch, 4 Aufl. Bd. 2, S. 243.

[2]) Pogg. Ann. Bd. LXVII, S. 245.

STRAND i hans "Die Chemie der Jetztzeit [3])" och i sammanhang med redogörelsen för nämnda qväfveradikalers kopplingar blifvit uttalad, och för hvars riktighet de redan kända kopparoxidulföreningarna samt ännu mer de af HIMLY och LANG framställda svafvelsyrliga dubbelsalterna med oxider af platina och guld synas otvifvelaktigt vittna. Nu är det tydligt, att om det visade sig vara regel för svafvelsyrligheten att så att säga med förkärlek ingå särdeles sammansatta föreningar, eller sådana, som hvarken kunna förklaras ur hennes egenskap af 2-basisk syra eller ur de ingående metallernas atomvärde, så måste detta i samma mån hänvisa på egendomligheter, som hafva sin grund i syrans egen natur och som i allmänhet sträfva att göra sig gällande, när de yttre villkoren förefinnas, beroende dels på de öfriga beståndsdelarnas individuella egenskaper, dels på de omständigheter, under hvilka föreningen bildas. Af samma anledning har jag äfven undersökt några silfverföreningar. Det syntes nemligen redan ifrån början vara en ganska anmärkningsvärd reaktion, att klorsilfver lätt och i betydlig mängd löser sig uti neutrala svafvelsyrliga alkalier.

Angående de analytiska methoder jag följt är icke mycket att särskildt anmärka, emedan de varit de vid sådana arbeten vanliga. Det med en tillräcklig mängd vatten öfvergjutna och deri merändels olösliga saltet har behandlats med klor eller brom för att oxidera svafvelsyrligheten. Till kontroll har ofta en annan portion smälts med salpeter och rent kolsyradt natron. Resultaterna hafva i allmänhet varit öfverensstämmande. Kopparn har i de flesta fall utfällts med zink och vägts metallisk. Kali och natron hafva vägts såsom svafvelsyrade salter; ammoniaken såsom ammoniumplatinaklorid. I silfverföreningarna har silfret bestämts dels som klorsilfver, dels i det prof, som smälts för svafvelsyrebestämning, såsom metall.

Efter dessa allmänna anmärkningar öfvergår jag till den speciella beskrifningen öfver de undersökta salterna.

I. Kopparoxidulföreningar.

1. Svafvelsyrlig kopparoxid-oxidul samt svafvelsyrlig kopparoxidul.

Det i små röda prismer kristalliserande saltet är den vanligaste och lättaste att erhålla bland alla föreningar mellan koppar och svafvelsyrlighet. Dess olika beredningssätt äfvensom dess förhållande till reagentier äro allmänt kända och kunna derföre här förbigås [4]). Genom inverkan af fri svafvelsyrlighet och värme öfvergå nästan alla här beskrifna kopparföreningar till denna. Enligt CHEVREULS analyser skulle dess

---

[3]) Abtheil. 2, S. 355—356. [4]) Jfr t. ex. OTTOS Lehrb. Bd. 2, S. 243—246.

sammansättning vara 3ЄuO,4SO²+4 aqu. MUSPRATT gaf det formeln ЄuO,SO²+ aqu. [5]). Det var först RAMMELSBERG, som fäste uppmärksamheten på att saltet innehåller kopparoxid och visade genom flera sorgfälligt utförda analyser, att det är ett dubbelsalt, sammansatt efter formeln ЄuO,SO²+CuO,SO²+2 aqu. [6]), MUSPRATT protesterade häremot och sökte förklara olikheten i resultater på annat sätt [7]), men RAMMELSBERGS undersökningar bekräftades af ROGOJSKI [8]) samt senare af PEAN v. SAINT-GILLES.

Vid ett par af mig anställda försök erhölls 49,14 % Cu samt 37,68 % ЄuO. Kopparoxidulen bestämdes på det sätt, att en afvägd qvantitet en längre tid digererades med utspädd klorvätesyra uti en ström af kolsyregas. Sedan svafvelsyrligheten på detta sätt blifvit utdrifven, försattes lösningen med Fe^2Cl^3 i öfverskott, hvarefter den uppkomna jernkloruren bestämdes med kameleonlösning. ROGOJSKI erhöll såsom medium af 4 bestämningar 49,10 % Cu och RAMMELSBERG fann äfvenledes såsom medium af flera försök 37,11 % ЄuO. Beräkningen efter formeln ЄuO,SO²+CuO,SO²+2 aqu. fordrar 36,97 % ЄuO samt 49,25 % Cu.

Angående riktigheten af RAMMELSBERGS åsigt om den vanliga röda föreningens sammansättning synes sålunda icke mera något tvifvel kunna ega rum. MUSPRATTS formel för detta salt fordrar 63,52 % ЄuO, motsvarande 56,41 % Cu.

Efter en särskild beredningsmethod uppger sig emellertid ROGOJSKI hafva erhållit den omtvistade föreningen ЄuO,SO²+ aqu. Han uppslammade uti vatten en ammoniakförening NH^4O,SO^2+ЄuO,SO², som framdeles kommer att omnämnas, och inledde en längre tid svafvelsyrlighet samt erhöll dervid ett rödt salt, hvars qvalitativa reaktioner angåfvo, att det icke innehöll kopparoxid. Såsom medium af 4 bestämningar erhölls 55,96 % Cu. Mängden SO^2 var 29,80 % [9]).

Upprepade gånger har jag försökt efter den uppgifna methoden bereda detta salt. Dervid erhöllos alltid särdeles små röda prismer; de löste sig i ammoniak med blå färg och uti HCl med brun. Förtunnades lösningen i HCl med vatten, blef vätskan grönaktig, under det ЄuCl afskildes. Vid en kopparbestämning befans dennes mängd utgöra 48,98 %. På grund af dessa försök måste jag anse detta salt vara den vanliga oxid-oxidulföreningen och med PEAN v. SAINT-GILLES [10]) sätta ifråga tillvaron af en förening ЄuO,SO²+ aqu.

---

[5]) Ann. d. Chemie u. Pharm. Bd. LI, S. 410.
[6]) Jfr Pogg. Ann. Bd. LXVII, S. 245 u. f.
[7]) Ann. d. Chem. u. Pharm. Bd. LXIV, S. 243.
[8]) Ann. d. Chem. u. Pharm. Bd. LXXX, S. 257.
[9]) Ibdm. S. 256—257.
[10]) Pharm. Central-Blatt f. 1853, S. 753.

2. Svafvelsyrligt kali-kopparoxidul N:o 1.

Saltet bildar gula nålformiga kristaller, som ofta gruppera sig stjernformigt. Beredes bäst genom att låta en med svafvelsyrlighet mättad lösning af surt svafvelsyrligt kali inverka på nyss utfälld, ännu fuktig kolsyrad kopparoxid i öfverskott. Kopparsaltet upplöses, under det vätskan antar en gul färg. Hvad som icke hinner lösas, förvandlar sig dock efterhand i kristaller. Medan dessa afsätta sig, bör lösningen hållas afkyld med is eller kallt vatten, emedan eljest det röda oxid-oxidulsaltets uppkomst och inblandning knappt kan undgås. Föreningen sönderdelas af vatten och måste derföre befrias från moderlut medelst pressning mellan filtrerpapper. Analyserna gåfvo följande resultat.

Anal. 1. 0,608 grm väl utpressadt salt gaf 0,079 Cu, 0,916 BaO,SO^3 samt 0,346 KO,SO^3.

„ 2. Af 0,360 grm erhölls 0,048 Cu, 0,555 BaO,SO^3 samt 0,189 KO,SO^3. Materialet till denna analys var af annan beredning än det, som användes till den första.

Om dessa data beräknas i procent, erhålles:

	1.	2.
€uO	14,63	15,00
KO	30,77	28,39
SO^2	41,38	43,06.

Medium blir således:

€uO	14,82	innehållande syre		1,66	1,00
KO	29,58	„	„	5,02	3,09
SO^2	42,22	„	„	21,11	12,71
HO (förlust)	13,38	„	„	11,89	7,17.
	100,00				

På grund af detta syreförhållande blir saltets formel KO,SO^2+€uO,SO^2+2($KO,HO,2SO^2$)+5 aqu. Denna formel fordrar:

6 æqv.	SO^2	192,00	41,05
3 „	KO	141,33	30,22
1 „	€uO	71,40	15,26
7 „	HO	63,00	13,47
		467,73	100,00.

Föreningen i fråga skulle sålunda vara ett trippelsalt af ganska invecklad sammansättning. Stode den ensam i sitt slag, skulle det vara skäl stanna vid den

anförda formeln, hvilken i hög grad erinrar om sammansättningen hos vissa antimonoxidföreningar [1]), hvilkas atomistiska förklaring möter svårighet.

Då likväl, såsom af det följande kommer att bevisas, sådana och liknande föreningar med svafvelsyrlighet synas snart sagdt företrädesvis bildas, anser jag det vara berättigadt att till deras förklaring anlita de af den nyare forskningen framkallade åsigterna å ena sidan om kopplingen och å den andra om elementernas atomvärde. Jag anser alltså det här beskrifna saltets atomistiska konstitution angifvas af formeln:

$$\begin{matrix} K^5.O^5.(SO)^3.O. \\ K,H^4.O^5.(SO)^3.O. \end{matrix} \text{€u} + 5 \text{ aqu.}$$ [2]).

Det är således ett surt salt, emedan 4 atomer kalium äro utbytta emot väte.

Om man blandar lösningarna af svafvelsyrad kopparoxid och surt svafvelsyrligt kali, uppkommer en gul fällning, som under mikroskopet visar sig vara kristallinisk; den innehåller dock mer eller mindre af den förut anförda röda föreningen inblandad. Ren erhålles den, om kristaller af CuO,SO^3 inläggas i en lösning af $KO,HO,2SO^2$. Under utveckling af SO^2 förstöras kristallerna och en gul kristallinisk massa blir qvar. Denna har utgjort material till anal. 1. Fällningen eger således icke den af Berzelius och Graham uppgifna sammansättningen $2KO,SO^2+CuO,SO^2$ [3]).

3. Svafvelsyrligt kali-kopparoxidul N:o 2.

Försättes surt svafvelsyrligt kali med en ringa qvantitet kolsyrad kopparoxid, så löses den och vätskan fyller sig snart med en mängd små hvita eller hvitgula kristaller. Större kristaller och rikare utbyte erhålles, om till i vatten löst kolsyradt kali sättes kolsyrad kopparoxid och i lösningen inledes svafvelsyrlighet till fullständig mättning. Skall saltet erhållas rent, måste den gula moderluten, medan det utkristalliserar, hållas afkyld med is eller kallt vatten. Det anskjuter i kristaller, som äro temligen stora och starkt glänsande samt sönderdelas i beröring med vatten. Stundom utkristalliserar först detta och sedan det under N:o 1 nyss beskrifna. Huruvida det ena eller andra företrädesvis bildas, synes bero på mängden af det tillsatta kopparsaltet. Resultatet af analyserna är följande:

Anal. 1. 0,769 grm från moderlut genom pressning befriadt salt gaf 0,090Cu samt 1,350 BaO,SO^3.

„ 2. 0,402 grm smältes med soda och salpeter och gaf 0,713 BaO,SO^3.

---

[1]) Jfr. Bidrag till känned. om Antimon- och Vismuthoxidens salter i Lunds Universitets årsskrift för 1868.

[2]) Jfr. C. W. Blomstrand: Die Chem. d. Jetztzeit S. 356.

[3]) Ottos Lehrb. S. 244, Bd. 2 (4 Aufl.) samt Lehrb. der Chem. v. Berzelius Bd. III, S. 801.

Anal. 3. 0,795 grm gaf 0,086 Cu, 1,405 BaO,SO^3 samt 0,500 KO,SO^3.
„ 4. Af 0,727 grm erhölls 0,107 CuO samt 0,458 KO,SO^3.
„ 5. 1,020 grm glödgades i torr kolsyreström, hvarvid klorkalciumröret tilltog 0,055 grm i vigt.

I procent räknadt erhölls sålunda vid analyserna af denna förening:

	1.	2.	3.	4.	5.
ƟuO	13,19	—	12,19	13,23	—
SO^2	48,22	48,71	48,53	—	—
KO	—	—	34,01	34,07	—
HO	—	—	—	—	5,39

Medium af dessa analyser blir:

ƟuO	12,87 innehållande syre	1,44	1,00
SO^2	48,49 „ „	24,25	16,84
KO	34,04 „ „	5,78	4,01
HO	5,39 „ „	4,79	3,33.
	100,79		

Detta syreförhållande hänvisar tydligen på den empiriska formeln $KO,SO^2+\text{Ɵ}uO,SO^2+3(KO,HO,2SO^2)$.

Denna formel fordrar:

1 æqv.	ƟuO	71,40	13,15
8 „	SO^2	256,00	47,16
4 „	KO	188,44	34,71
3 „	HO	27,00	4,98
		542,84	100,00

Svårigheten att fullständigt aflägsna moderluten förklarar den vid analyserna af denna och föregående förening funna för höga procenthalten af svafvelsyrlighet. Liksom föregående antages äfven detta salt innehålla SO i koppling och dess atomistiska konstitutionsformel blir:

$$\begin{matrix} K^7.O^7.(SO)^4.O. \\ K,H^6.O^7.(SO)^4.O. \end{matrix}\text{Ɵu.}$$

Rammelsberg fällde CuO,SO^3 med KO,SO^2; den gula fällningen löstes i KO,SO^2, alkohol tillsattes och den härigenom afskiljda högst koncentrerade vätskan afdunstades i vacuum. Härvid erhöllos med svårighet små färglösa kristaller, som voro lösliga i vatten och ytterst lätt blefvo gröna i luften [4]). Vid *en* analys erhölls:

---

[4]) Jfr. Pogg. Ann. Bd. LXVII, S. 245 u. f.

CuO 8,18 af mig beräknade syretal 0,92
KO 42,22 „ „ 7,17
SO^2 (beräknad)
HO (förlust?).

"Wenn es anders nicht unverbundenes Kali enthält" yttrar sig R., så skulle detta salt erhålla den egendomliga formeln $8KO,SO^2+\mathrm{Cu}O,SO^2+16$ aqu.

Af förhållandet mellan basernas syre synes emellertid icke denna formel följa. Tvärtom är det mer än sannolikt, att Rammelsberg här erhållit det neutrala salt, som motsvarar mitt nyss beskrifna sura. Det senare bildar sig påtagligen lättare än det förra.

Den röda oxid-oxidulföreningen upptages i temlig mängd af neutralt svafvelsyrligt kali. Man erhåller en röd eller rödgul lösning, som tåler kokning utan sönderdelning liksom moderluten till Rammelsbergs salt. Efter concentrering vid värme erhålles dock endast kristaller af *undersvafvelsyradt kali*, under det en grön kopparrik massa afskiljes, som betäcker vätskans yta och kärlets väggar.

Slutligen vill jag angående kalisalterna blott tillägga ännu en anmärkning. H. Vohl [5]) uppger, att han erhållit ett salt af formeln $KO,SO^2+\mathrm{Cu}O,SO^2$ genom att till lösningen af ett kopparsalt sätta kalihydrat i öfverskott och inleda svafvelsyrlighet. Vid de många försök jag anställt öfver svafvelsyrlighetens inverkan på en lösning af kolsyradt kali i öfverskott, som blifvit försatt med kolsyrad kopparoxid, har jag icke kunnat erhålla denna förening. Det sist beskrifna sura saltet bildar sig under ungefär samma förhållanden som ammoniakföreningen $AmO,SO^2+\mathrm{Cu}O,SO^2$, med hvilken Vohl synes hafva sysselsatt sig, och erinrar äfven till utseendet i någon mån om densamma. Detta kunde möjligen hafva gifvit anledning till den förmodan, att de vore lika sammansatta.

4. Svafvelsyrligt Natron-kopparoxidul N:o 1.

Om kolsyrad kopparoxid öfvergjutes med en stark lösning af surt svafvelsyrligt natron, så erhålles dels en gul vätska, ur hvilken snart en stor mängd mikroskopiska gula kristaller anskjuta, dels förvandlar sig det olösta kopparsaltet, om det fortfarande blir i beröring med moderluten, till sådana kristaller. Saltet sönderdelas af vatten. Vid dess beredning måste, såsom vid nästan alla dessa föreningars, uppvärmning sorgfälligt undvikas, eljest inträder sönderdelning, och den röda oxid-oxidulföreningen bildas. Med saltet anställdes följande analytiska försök.

---

[5]) Jfr. Jahresbericht f. 1865, v. Heinrich Will, S. 270.

Anal. 1. 0,748 grm mellan filtrerpapper väl pressadt salt gaf 0,986 BaO,SO^3, 0,289 NaO,SO^3 samt 0,252 Cu.

" 2. Af 0,380 grm på samma sätt torkadt salt erhölls 0,500 BaO,SO^3, 0,128 Cu samt 0,139 NaO,SO^3.

I procent beräknadt erhölls således:

	1.	2.
SO^2	36,20	36,05
NaO	16,86	15,86
ĈuO	37,93	37,95.

Medium af analyserna är:

SO^2	36,13	innehållande	syre	18,07	4,25
NaO	16,36	"	"	4,22	0,99
ĈuO	37,94	"	"	4,25	1,00
HO (förlust)	9,57	"	"	8,51	2,00.
	100,00				

Den röda föreningen ĈuO,SO^2+CuO,SO^2 upptages i stor mängd af en koncentrerad lösning utaf neutralt svafvelsyrligt natron. En rödgul lösning uppkommer, som tåler kokning utan sönderdelning, och ur hvilken småningom ganska stora, hvita, stjernformigt grupperade kristaller anskjuta.

Anal. 1. 0,921 grm gaf vid analys 0,240 NaO,SO^3, 0,222 Cu samt 0,806 BaO,SO^3.

" 2. Af 0,426 grm erhölls efter smältning med soda och salpeter 0,387 BaO,SO^3.

Om dessa data beräknas i procent, gifva de:

	1.	2.		
SO^2	24,11	24,95	innehåller syre, om medium tages af SO^2,	12,27
ĈuO	27,11	—	" " " " " " "	3,04
NaO	11,38	—	" " " " " " "	2,94
HO (förlust)	37,40	—	" " " " " " "	33,20
	100,00			

Af analyserna framgår, att detta salt skiljer sig från föregående endast genom en betydligare halt af kristallvatten. Till utseendet äro de mycket olika äfvensom derutinnan, att detta senare ytterst lätt blir grönt i luften, med hvilken det förra längre tid kan vara i beröring utan någon märkbar förändring.

Formeln NaO,SO^2+ĈuO,SO^2+ 2 eller 11 aqu. fordrar:

1 æqv.	NaO	31,00	—	16,74	11,68
1 „	€uO	71,40	—	38,72	26,90
2 „	SO^2	64,00	—	34,78	24,12
2 eller 11 „	HO	18,00	99,00	9,76	37,30
		184,40	265,40	100,00	100,00.

Efteråt erfor jag, att COMMAILLE [6]) äfven erhållit detta salt, ehuru efter en annan beredningsmethod. Genom att till en lösning af CuO,$\bar{A}$c sätta *neutralt* svafvelsyrligt natron erhöll han mikroskopiska kristaller af det gula saltet med 2:ne æqv. vatten; vid längre beröring med moderluten öfvergingo dessa uti likaledes mikroskopiska qvadratiska taflor af formeln NaO,SO^2+€uO,SO^2+ 11 aqu.

5. Svafvelsyrligt natron-kopparoxidul N:o 2.

Inleder man svafvelsyrlighet, sålänge den bindes, uti den moderlut, i hvilken föreningen NaO,SO^2+€uO,SO^2 + 11 aqu. finnes upplöst, så afsätter sig hastigt ett annat salt i små hvita kristaller. De måste så skyndsamt som möjligt befrias från moderluten, emedan de vid längre inverkan af denna blifva delvis röda. Detta inträffar äfven, om svafvelsyrligheten får inverka för länge, eller till och med vid utpressningen, såvida man underlåter att flitigt ömsa papper. Saltet är olösligt i vatten. Knappt något af de här beskrifna blir så lätt grönt i beröring med luften som detta. Vill man använda det till analys, bör det derföre vägas, så snart det blifvit pressadt torrt.

Anal. 1. 0,803 grm gaf vid analys 0,682 BaO,SO^3, 0,261 NaO,SO^3 samt 0,152 €u.
„ 2. 0,712 grm gaf sammaledes 0,635 BaO,SO^3, 0,235 NaO,SO^3 samt 0,138 Cu.
„ 3. 0,796 grm gaf 0,153 Cu samt 0,702 BaO,SO^3.

I procent räknadt innehöll således föreningen:

	1.	2.	3.
SO^2	23,32	24,42	24,25
NaO	14,07	14,41	—
€uO	21,32	21,83	21,65.

Medium till dessa tal blir:

SO^2	24,00	innehållande syre	12,00	9,92
NaO	14,24	„ „	3,68	3,04
€uO	21,60	„ „	2,42	2,00
HO (förlust)	40,16	„ „	35,70	29,51
	100,00			

[6]) Jfr Jahresbericht v. H. WILL f. 1867, S. 300.

På grund af detta syreförhållande kommer föreningen att erhålla æqvivalentformeln $3\,NaO,SO^2+2\,ЄuO,SO^2+29$ aqu., hvilken fordrar:

3	æqv.	NaO	93,00	14,16
5	,,	SO^2	160,00	24,36
2	,,	ЄuO	142,80	21,74
29	,,	HO	261,00	39,74
			656,80	100,00

Huruvida den rationella sammansättningen bör återgifvas med formeln $\begin{matrix} Na^3.O^3.(SO)^2.O.Єu.O. \\ Na^3.O^3.(SO)^2.O.Єu.O. \end{matrix} SO$ eller med Na^6, $Єu.O^8.(SO)^5.O^2.Єu$ är icke lätt att afgöra. Atomgruppen $(SO)^2$ är åtminstone ytterst sällsynt vid kopparföreningarna, och hittills finnes knappt någon enda sådan bekant, som otvetydigt hänvisar på densamma. Silfverföreningarna deremot antyda, att flera än 4 atomer SO kunna fungera som ett helt.

6. Muspratts svafvelsyrliga natron-kopparoxidulsalt.

Försättes en lösning af svafvelsyrligt natron med CuO,SO^3 i små portioner och icke med mer, än att den uppkomna gula fällningen ånyo löser sig, så erhålles efter tillsats af stark alkohol och afdunstning öfver svafvelsyra och klorkalcium långa gula nålar. Föreningen sönderdelas af vatten och antager i luften grön färg. Den iakttogs och undersöktes först af Muspratt, som gaf åt densamma formeln $5\,NaO,SO^2+ЄuO,SO^2+38$ aqu. [7]. Muspratt fann nemligen vid sin analys:

	funnet.	beräknadt.
ЄuO	10,67	9,39
SO^2	24,44	25,25
HO	44,32	44,97
NaO	(icke bestämdt).	20,38
		99,99.

Vid en af mig utförd analytisk bestämning erhölls 20,15 % NaO samt 9,21 % ЄuO. I senare tider synes denna förening icke hafva ådragit sig någon uppmärksamhet; den eger tydligen hvad sammansättningen angår sin fullkomliga motsvarighet i det under N:o 1 beskrifna sura kalisaltet. Af skäl, som förut antydts, blir dess rationella formel: $\begin{matrix} Na^5.O^5.(SO)^3.O. \\ Na^5.O^5.(SO)^3.O. \end{matrix} Єu+38$ aqu.

[7]) Jfr Ann. d. Chem. u. Pharm. Bd. LXIV, S. 245.

7. Svafvelsyrligt natron-kopparoxidul N:o 3.

Den förut omnämnda konc. moderluten till föreningen NaO,SO^2+CuO,SO^2+11 aqu. försattes med stark alkohol och lemnades i ro en längre tid uti slutet kärl. I beröringsytan mellan den röda koncentrerade vätskan och alkoholn uppkommo efterhand ytterst tunna, platta, färgskiftande nålar, som småningom grupperade sig samman på kärlets botten till färglösa, fasta kristallmassor. Föreningen löser sig visserligen klart i vatten, men lösningen betäcker sig snart på ytan med ett grönt skinn och grumlas. I luften synes saltet vara ganska beständigt. Resultatet af de analytiska bestämmelserna är följande:

Anal. 1. 0,585 grm mellan filtrerpapper väl utpressadt salt gaf 0,051 Cu, 0,402 NaO,SO^3 samt 0,761 BaO,SO^3.

„ 2. 0,409 grm smältes med soda och salpeter och gaf 0,543 BaO,SO^3 samt 0,036 Cu.

I procent erhölls således:

	1.	2.
CuO	9,82	9,91
NaO	30,00	—
SO^2	35,73	36,46.

Tager man medium af dessa tal och anser förlusten vid analyserna vara hufvudsakligen vatten, erhålles:

CuO	9,87	innehållande	syre	1,11	1,00
NaO	30,00	„	„	7,74	6,98
SO^2	36,05	„	„	18,03	16,24
HO	24,08	„	„	21,40	19,28
	100,00				

Detta syreförhållande leder otvunget till formeln $7\,NaO,SO^2+CuO,SO^2+19$ aqu. Denna sammansättning fordrar:

7	æqv.	NaO	217,00	30,33
8	„	SO^2	256,00	35,78
1	„	CuO	71,40	9,98
19	„	HO	171,00	23,92
			715,40	100,00

Liksom för det motsvarande kalisaltet blir naturligtvis denna förenings konstitutionsformel:

$$\left.\begin{array}{l}Na^7.O^7.(SO)^4.O.\\ Na^7.O^7.(SO)^4.O.\end{array}\right\}Cu+19\text{ aqu.}$$

8. Svafvelsyrlig kopparoxidul-ammoniumoxid N:o 1.

Bildas alltid, då ett kopparsalts lösning försättes med ammoniak och en tillräcklig mängd svafvelsyrlighet inledes. Den uppkommer äfvenledes, om till en varm lösning af AmO,SO^2 sättes CuO,SO^3 i tillräcklig mängd. Då en viss mängd kopparsalt blifvit tillsatt, börjar svafvelsyrlighet utvecklas, och saltet afsätter sig nästan ögonblickligt. Det sönderdelas af vatten, men förändras icke märkbart i luften; bildar tunna, silfverglänsande fjäll, som stundom hafva en dragning åt gult. Öfvergår till den röda oxid-oxidulföreningen, om det kokas uti sin moderlut eller tillräckligt länge utsättes för inverkan af svafvelsyrlighet, dock mindre lätt ju mera svafvelsyrlig ammoniak den innehåller. Öfvergjutes kolsyrad kopparoxid med sur svafvelsyrlig ammoniak, så öfvergår äfven den del af kopparsaltet, som icke hinner lösa sig, till ifrågavarande förening.

Det är alldeles påtagligt, att detta är Böttingers salt [8]), emedan endast detta bildar sig under de af honom uppgifna omständigheterna och emedan det i allo har de af honom anmärkta yttre egenskaperna. Enligt hans analys skulle dess sammansättning vara $AmO,SO^2+2\text{Ꞓ}uO,SO^2+2$ aqu. Saltets verkliga konstitution blef dock först genom Rogojskis undersökning bekant. Medium af hans till formeln $AmO,SO^2+\text{Ꞓ}uO,SO^2$ ledande analyser [9]) är:

	funnet.	beräknadt.
ꞒuO	44,35	44,24
SO^2	40,40	39,65
AmO	15,17	16,11
	99,92	100,00

Vid en mig af anställd analys erhölls af 0,785 grm salt 0,985 $AmCl+PtCl^2$, 0,311 Cu samt 1,133 BaO,SO^3. Om dessa data beräknas på 100 delar salt, erhålles:

ꞒuO	44,59	innehållande syre	4,99	1,00
SO^2	39,64	„ „	19,82	3,97
AmO	14,61	„ „	4,50	0,91
	98,84			

Denna analys bekräftar således Rogojskis formel. Det af honom äfvensom det af mig undersökta saltet är tydligen vattenfritt. Commaille [10]) uppger, att han erhållit det med 2:ne æqv. kristallvatten äfvensom att han lyckats rena det från en gul färgande substans o. s. v. Med gul färg har jag endast erhållit det, då jag

[8]) Ann. d. Chem. u. Pharm. Bd. LI, S. 410.

[9]) Journal f. prakt. Chem. Bd. LIII, S. 403.

[10]) Jfr Jahresber. v. H. Will f. 1867, S. 300.

inledt svafvelsyrlighet i en med ammoniak försatt lösning af CuO,SO^3, $CuO,\bar{A}c$ etc. Färgen beror otvifvelaktigt på en vid ytan början̈de förvandling till oxid–oxidulföreningen. Samma färg iakttages hos kalisaltet N:o 2, om det länge lemnas i beröring med sin moderlut. Låter man icke svafvelsyrligheten inverka längre, än tills ammoniakföreningen börjar afsätta sig, är emellertid denna sönderdelning så obetydlig, att den icke märkbart inverkar på resultatet af analyserna. Den stora olikheten i de resultater, till hvilka Böttinger och Rogojski kommo med afseende på detta salt, förklaras utan svårighet, då man tager i betraktande det sätt, hvarpå materialet till den förres analyser var framställdt. Då man till en *varm* lösning af AmO,SO^2 sätter CuO,SO^3, är det nemligen ganska svårt att erhålla ammoniakföreningen fullkomligt fri från det röda saltet $\text{€u}O,SO^2+CuO,SO^2+2$ aqu. Muspratt bestämde svafvelsyrligheten uti efter denna method beredt salt och fann 34,00 % samt slöt deraf, att Böttingers formel vore riktig [1]).

9. Svafvelsyrlig ammoniumoxid-kopparoxidul N:o 2.

Inledes svafvelsyrlighet i en lösning af kopparoxid–ammoniak, tills den blåa färgen försvinner, så erhålles en brunaktig eller rödgul vätska, uti hvilken efter afdunstning fina, hvita kristallnålar anskjuta. De erhållas äfven, om CuO,SO^3 i löst eller fast form sättes till en lösning af svafvelsyrlig ammoniak, hvarvid dock ammoniaksaltet måste vara närvarande i betydligt öfverskott och icke innehålla fri svafvelsyrlighet. Den röda oxid–oxidulföreningen upptages i betydlig mängd af svafvelsyrlig ammoniak, och lösningen stelnar plötsligt till idel små nålar af ifrågavarande salt. I sin moderlut är detta mycket lätt lösligt; löser sig äfven i vatten, men lösningen får snart en grön hinna på ytan. I luften förändras det så hastigt, att man måste, om man vill analysera det, skyndsamt pressa det torrt och straxt väga. I moderluten förändras det deremot icke märkbart, så vida hon icke innehåller fri ammoniak. Af analyserna erhöllos följande resultater:

Anal. 1. 0,834 grm gaf 0,104 CuO samt 2,017 $AmCl+PtCl^2$.

„ 2. 0,696 grm gaf äfvenledes 0,068 Cu samt 1,666 $AmCl+PtCl^2$.

„ 3. Af 0,377 grm salt, smält med soda och salpeter, erhölls 0,558 BaO,SO^3.

Alltså innehöll saltet på 100 vigtsdelar:

	1.	2.	3.
AmO	28,17	27,86	—
€uO	11,34	11,01	—
SO^2	—	—	40,28

[1]) Ann. d. Chem. u. Pharm. Bd. LXIV, S. 245.

Bestämmes vattnet af förlusten, erhålles såsom medium:

AmO	28,02	innehållande syre	8,62	6,90
ЄuO	11,18	„ „	1,25	1,00
SO^2	40,28	„ „	20,14	16,11
HO	20,52	„ „	18,24	14,59
	100,00			

Formeln blir således 7 AmO,SO^2+ЄuO,SO^2+ 14 aqu. Denna sammansättning fordrar:

7 æqv.	AmO	182,00	28,64
8 „	SO^2	265,00	40,29
1 „	ЄuO	71,40	11,24
14 „	HO	126,00	19,83
		635,40	100,00.

Pean v. Saint-Gilles [2]) erhöll denna förening genom att behandla ЄuCl med en lösning af svafvelsyrlig ammoniumoxid i öfverskott och fann den sammansatt på samma sätt. Det är märkligt nog, att den icke förut blifvit uppmärksammad, då den särdeles lätt bildar sig, närhelst ett kopparsalt i löst eller fast form kommer i beröring med öfverskott af AmO,SO^2. Inledes i dess lösning i moderluten svafvelsyrlighet, så bildas den förut beskrifna mycket bättre kända ammoniakföreningen. Innehåller dennes moderlut tillräckligt svafvelsyrlig ammoniak, och får den någon tid blifva med henne i beröring, så öfvergår den uti det här ifrågavarande mycket lättlöstare saltet, under det lösningen antager en brunaktig färg. Detta sker äfven, då moderluten innehåller sur svafvelsyrlig ammoniak eller till och med fri svafvelsyrlighet. I samma mån som denna hinner bortgå, lösa sig kristallerna af föreningen AmO,SO^2+ЄuO,SO^2.

Saltet omnämnes hvarken af Commaille eller af Vohl, hvilka på senaste tiden sysselsatt sig med hithörande föreningar. Det synes emellertid vara i icke ringa grad förtjent af uppmärksamhet. Detta blir ännu mer påfallande, om, såsom redan skett vid motsvarande kali- och natronföreningar, den mera empiriska formeln utbytes emot den rationella:

$$\begin{matrix} Am^7.O^7.(SO)^4.O. \\ Am^7.O^7.(SO)^4.O. \end{matrix} \text{Єu} + 14 \text{ aqu.}$$

10. Svafvelsyrlig ammoniumoxid-kopparoxidul N:o 3.

Det är redan förut nämndt, att den röda oxid-oxidulföreningen löser sig uti svafvelsyrlig ammoniak. Det ammoniaksalt jag härvid använde innehöll AmO,HO,$2SO^2$.

---

[2]) Jf. Pharm. Centralbl. f. 1853, S. 753 samt Ottos Lehrb. Bd. 2, S. 246.

Då massan stelnat till små nålar af föregående förening, tillsattes försigtigt så mycket ammoniak, att vätskan antog en gulgrön färg. De redan bildade kristallerna löste sig och moderluten upptog betydligt mer af det röda saltet, särdeles om den uppvärmdes. Vid afsvalning afsatte sig straxt små gula eller gulgröna korta nålar i stor mängd. Tillsättes för mycket ammoniak, så uppkomma snart små blåa, platta, nålformiga kristaller af undersvafvelsyrad kopparoxid-ammoniak. Efterhand kommer moderluten att innehålla hufvudsakligen endast denna förening. Innan omsättningen gått för långt, kan dock det svafvelsyrliga koppar-ammoniaksaltet erhållas genom att tillsätta några droppar $AmO,HO,2SO^2$, då det omedelbart utkristalliserar. Det blir grönt i luften, dock mindre lätt än föregående, och löser sig liksom detta i vatten, men lösningen sönderdelas snart. Analyserna gåfvo följande resultater.

Anal. 1. 0,519 grm, torkadt medelst pressning mellan fitrerpapper, gaf 0,080 Cu samt 1,385 $AmCl+PtCl^2$.

„ 2. Af 0,651 grm erhölls 0,098 Cu och 1,749 $AmCl+PtCl^2$.

„ 3. 0,297 grm smältes med soda och salpeter och gaf 0,490 BaO,SO^3.

I procent räknadt innehöll således saltet:

	1.	2.	3.
ЄuO	17,36	16,95	—
AmO	31,08	31,29	—
SO^2	—	—	45,59.

Medium blir:

ЄuO	17,16	innehållande syre		1,92	1,00
AmO	31,19	„	„	9,60	5,00
SO^2	45,59	„	„	22,80	11,88
HO (förlust)	6,06	„	„	5,39	2,81.
	100,00				

Ifrågavarande förenings empiriska formel skulle således blifva $5\,AmO,SO^2+$ $ЄuO,SO^2+2?$ aqu. Jag anser det nemligen sannolikt, att saltet endast innehåller 2:ne æqv. kristallvatten, emedan både ammoniaken och svafvelsyrligheten vid analysen utfallit något för lågt. Den motsvarande konstitutionsformeln blir naturligtvis:

$$\begin{matrix} Am^5.O^5.(SO)^3.O. \\ Am^5.O^5.(SO)^3.O. \end{matrix} Єu + 2?\ aqu.$$

För denna sammansättning erfordras

5	æqv. AmO	130,00	31,60
6	„ SO^2	192,00	46,67
1	„ ЄuO	71,40	17,35
2	„ HO	18,00	4,38
		411,40	100,00

11. Svafvelsyrlig kopparoxid-oxidul-ammoniumoxid.

Då P. v. SAINT-GILLES blandade förut med svafvelsyrlighet mättade lösningar af AmO,SO^2 och CuO,SO^3, erhölls en grönaktig vätska, uti hvilken efter någon tid afsatte sig små gröna kristaller. Deras sammansättning är enligt hans analyser $(AmO,SO^2+€uO,SO^2)+(€uO,SO^2+CuO,SO^2+5HO)$. De närmaste konstituenterna skulle således vara å ena sidan BÖTTINGERS salt samt å den andra den vanliga oxid-oxidulföreningen men med 5 æqv. vatten. En sådan, en gulgrön flockig fällning, ansåg sig P. v. St.-GILLES hafva erhållit genom att låta en långsam ström af svafvelsyrlighet inverka på en lösning af $CuO,\bar{A}c$. I förbigående vill jag anmärka, att denna fällning från början är rent grön, småningom öfvergår till gul och derpå till det röda saltet, om svafvelsyrligheten får fortfarande inverka. Den torde derföre vara svår att erhålla med konstant sammansättning, såsom äfven bevisas af E. MILLONS och COMMAILLES försök [3]. De funno nemligen från 8—20 % €uO, under det beräkningen fordrar 28 %. Flera omständigheter antyda, att vid inverkan af SO^2 på $CuO,\bar{A}c$, CuO,CO^2 o. s. v. bildas först vattenhaltig basisk svafvelsyrlig kopparoxid, hvilken sedan öfvergår till $€uO,SO^2+CuO,SO^2+$ 2 aqu.

Hvad åter beträffar det trippelsalt, som här närmast är i fråga, erhöll jag genom att till en lösning af CuO,SO^3 sätta mindre ammoniak, än som fordras för att lösa den uppkomna fällningen, och inleda svafvelsyrlighet, tills vätskan blef rent grön, små grönaktiga kristaller under form af tjocka fjäll. Med den ringa mängd material, som erhölls vid detta försök, gjordes ett par analytiska bestämningar, hvilka gåfvo 40,99 % Cu samt 6,21 % AmO; beräkningen fordrar 41,55 % Cu och 6,82 % AmO. Föreningen var således utan fråga identisk med den af P. v. St.-GILLES sorgfälligt undersökta. Vore den sammansatt efter formeln: $€u\begin{matrix}Am^2.O^3.(SO)^2.O.\\Cu\ \ .O^3.(SO)^2.O.\end{matrix}€u+5$ aqu., så skulle den möjligen tillika med natronsaltet N:o 2 hänvisa på ett eljest sällsynt membrum uti den serie af kombinerade svafvelsyrlighetsatomer, som förekommer vid kopparföreningarna. Vid dem synes emellertid gruppen $(SO)^4$ med sådan förkärlek uppträda, att man kunde känna sig frestad att vilja se densamma äfven uti ifrågavarande salt.

II. Silfveroxidföreningar.

1. Svafvelsyrligt natron-silfveroxid.

Det är bekant, att svafvelsyrlig silfveroxid erhålles såsom en kristallinisk fällning, om svafvelsyrlighet inledes uti en lösning af AgO,NO^5. Denna fällning löses i mängd

[3]) Jfr. Jahresber. von H. WILL f. 1863, S. 277.

af neutralt svafvelsyrligt natron. Tillsätter man af densamma till full mättning, så uppkomma plötsligt en mängd små perlglänsande kristallnålar. Sådana bildas också af en möjligen vid början af kristallisationen uti moderluten förhandenvarande ännu olöst rest af silfverfällningen. Tillsätter man af denna en mindre qvantitet, än vätskan förmår lösa, och afdunstar öfver svafvelsyra, så erhållas större kristaller af samma förening. Vid moderlutens uppvärmning bildas AgO,SO^3 och Ag-saltet sönderdelas af vatten och kan derföre endast genom pressning befrias från moderlut. Då det utkristalliserat, är hon så godt som silfverfri. Analyserna gåfvo följande resultat.

Anal. 1. 0,417 grm försattes med vatten och sedan med brom i små portioner och gaf 0,315 AgBr, 0,123 NaO,SO^3 samt 0,379 BaO,SO^3.

„ 2. 0,180 grm upppvärmdes med utspädd HCl och gaf 0,051 NaO,SO^3 samt 0,108 AgCl.

Beräknade i procent gifva dessa data:

	1.	2.
AgO	46,62	48,50
NaO	12,88	12,37
SO^2	24,51	—

Då vattnet bestämmes af förlusten, erhålles såsom medium:

AgO	47,56	innehållande syre	3,28	1,00
NaO	12,63	„ „	3,26	1,00
SO^2	24,51	„ „	12,26	3,76
HO	15,90	„ „	14,13	4,34
	100,00			

Detta syreförhållande leder till formeln $NaO,SO^2+AgO,SO^2+ 4$ aqu. eller Na.O.SO.O.Ag + 2 aqu.

Beräkningen efter denna sammansättning fordrar:

2 æqv.	SO^2	64,00	25,92
1 „	AgO	115,97	46,95
1 „	NaO	31,00	12,56
4 „	HO	36,00	14,57
		246,97	100,00

I stor mängd löses nyss utfäldt klorsilfver af svafvelsyrligt natron. Upphettas lösningen, grumlar den sig starkt, hvarvid hufvudsakligen AgO,SO^3 afskiljes. Vid afdunstning öfver svafvelsyra kunna inga kristaller af det nu beskrifna saltet erhållas. Vid en viss koncentrationsgrad afsätter sig en ringa mängd af en pulverformig förening af klornatrium-klorsilfver jemte stora, bleka, i vatten lösliga prismer, för hvilka ett par

analyser ledde till den empiriska formeln $6NaO,SO^2+AgCl+42$ aqu. Stundom erhållas jemte det pulverformiga saltet prismatiska kristaller af NaO,SO^2, under det den högst koncentrerade moderluten fortfarande håller en betydlig mängd klorsilfver löst.

De omsättningar, som ega rum, då klorsilfver får lösa sig uti svafvelsyrligt natron eller kali synas förtjena en grundligare undersökning, än jag hittills hunnit egna dem. De härvid uppkommande föreningarna äro mycket lättlösliga och derföre svåra att erhålla. Det är dock sannolikt, att det tillsatta klorsilfrets mängd äfvensom moderlutens halt af svafvelsyrlighet inverka på kristallbildningen.

Det vore tänkbart, att det ofvan omtalade prismatiska natronsaltets ringa klorsilfverhalt, ungefär 4 %, kunde härröra från svårigheten att fullständigt aflägsna den pulverformiga föreningen. Är saltet åter en verkligen sjelfständig förening, så skulle det, att dömma af dess qvantitativa egenskaper, antyda, att silfret vore omedelbart bundet vid svafvel.

2. Svafvelsyrlig ammoniumoxid-silfveroxid N:o 1.

Neutral svafvelsyrlig ammoniak löser svafvelsyrlig silfveroxid i betydlig mängd. Lösningen tåler icke upphettning. Afdunstas den öfver svafvelsyra, erhållas småningom temligen stora, vackra, gulbruna, starkt glasglänsande och sneda prismer. Samtidigt afskiljes metalliskt silfver och svafvelsyrad silfveroxid. Saltet är olösligt i vatten, men förändras endast småningom deraf. Öfver denna förening anställdes följande analytiska pröfning:

Anal. 1. 0,380 grm gaf 0,255 AgCl samt 0,387 $AmCl+PtCl^2$.

„ 2. 0,471 grm gaf likaledes efter smältning med soda och salpeter 0,252 Ag samt 0,536 Ba,O,SO^3.

I procent erhölls sålunda:

	1	2	medium				
AmO	12,03	—	12,03	innehållande	syre	3,70	0,94
SO^2	—	31,26	31,26	„	„	15,63	3,94
AgO	57,54	57,45	57,50	„	„	3,97	1,00
			100,79				

Saltets formel blir sålunda AmO,SO^2+AgO,SO^2 eller Am.O.SO.O.Ag. Sammansättningen fordrar:

1	æqv. AmO	26,00	12,62
2	„ SO^2	64,00	31,07
1	„ AgO	115,97	56,31
		205,97	100,00

Ett kalisalt, hvars kristaller äro något mindre, men för öfrigt synas hafva samma form, beredes på samma sätt. Derigenom att silfver och svafvelsyrad silfveroxid vid dess utkristallisering afskiljas, blir det svårt att erhålla det tillräckligt rent för analys. Till vatten förhåller det sig såsom ammoniaksaltet, med hvilket det otvifvelaktigt eger lika sammansättning.

3. Svafvelsyrlig ammoniumoxid-silfveroxid N:o 2.

Om en lösning af neutral svafvelsyrlig ammoniak får upptaga klorsilfver till full mättning och sedan koncentreras i exsiccator, så erhållas tumslånga, fina, glänsande, hvita prismer. Sedan de engång börjat, afsätta de sig inom ganska kort tid. De lösas utan sönderdelning i vatten, men svartna efterhand, om de få vara i beröring med luften. Ur deras moderlut afskiljes hvarken reduceradt silfver eller svafvelsyrad silfveroxid. Saltet bildas äfven, då till AmO,SO^2 sättes mindre svafvelsyrlig silfveroxid, än det förmår upplösa. Men det erhålles, på detta sätt beredt, svårligen fritt från samtidigt utkristalliserande ammoniaksalt. Vid analyserna af denna förening erhöllos följande värden:

Anal. 1. 0,389 grm digererades med utspädd HCl och gaf 0,084 AgCl samt 0,780 $AmCl+PtCl^2$.

„ 2. Af 0,414 grm salt, som smältes med soda och salpeter, erhölls 0,503 BaO,SO^3 samt 0,067 Ag. Svafvelsyran fälldes med BaO,NO^5. Filtratet innehöll blott spår af Cl.

„ 3. 0,453 grm gaf 0,898 $AmCl+PtCl^2$ samt 0,092 Ag.

På 100 vigtsdelar innehöll således denna förening:

	1	2	3
AmO	23,34	—	23,08
AgO	17,46	17,37	16,43
SO^2	—	33,43	—

Medium, då förlusten beräknas såsom vatten, blir:

AmO	23,21	innehållande syre		7,14	6,05
AgO	17,09	„	„	1,18	1,00
SO^2	33,43	„	„	16,72	14,17
HO	26,27	„	„	23,35	19,79
	100,00				

Af detta resultat framgår, att saltets formel är $6AmO,SO^2+AgO,SO^2+19$ aqu. Beräkningen visar, att denna bättre öfverensstämmer med de funna värdena,

än den, föreningen skulle erhålla, om den innehölle 20 æqv. kristallvatten. Formeln fordrar nemligen:

6 æqv.	AmO	156,00	23,39
7 „	SO^2	224,00	33,58
1 „	AgO	115,97	17,39
19 „	HO	171,00	25,64
		666,97	100,00

I analogi med det föregående måste den atomistiska konstitutionsformeln för detta till sina fysiska egenskaper utmärkta salt blifva:

$$Na^{12}.O^{12}.(SO)^7.O^2.Ag^2+19 \text{ aqu.}$$

Vi erinra oss, att det vanliga antalet kopplade SO-atomer var hos kopparföreningarna 3 eller 4. Af sammansättningen hos detta salt inhemtas emellertid, att gränsen dermed visst icke är upphunnen. Detta faktum leder lätt på den tanken, att äfven uti saltet $3NaO,SO^2+2CuO,SO^2+$ 29 aqu. de 5 deri ingående atomerna SO kunde fungera såsom ett helt.

4. Svafvelsyrlig ammoniumoxid-silfveroxid N:o 3.

Då föregående förening utkristalliserat, afsätta sig småningom uti moderluten stora, glasglänsande, tafvelformiga kristaller. Sätter man till en lösning af svafvelsyrlig ammoniak, som innehåller något surt salt, klorsilfver i tillräcklig mängd, så erhållas endast eller nästan endast dessa. Skulle en eller annan kristall af föregående samtidigt anskjuta, så kan den dock lätt frånskiljas, emedan begge afsätta sig i mer än vanligt stora och väl utbildade former. Den mycket koncentrerade moderlut, uti hvilken dessa föreningar utkristalliserat, innehåller blott en ringa mängd silfver och stelnar snart till en oredig massa af små kristalliniska bildningar, bestående af salmiak och svafvelsyrlig ammoniak.

Det här ifrågavarande saltet löser sig lätt i vatten, men sönderdelas, om lösningen uppvärmes. Det svartnar snart uti luften, men icke sålänge det är i beröring med sin moderlut. Analyserna ledde till följande resultat:

Anal. 1. 0,481 grm digererades med utspädd HCl och gaf 0,099 AgCl samt 0,776 $AmCl+PtCl^2$.

„ 2. 0,508 grm smältes med soda och salpeter och gaf 0,078 Ag samt 0,692 BaO,SO^3.

„ 3. 0,542 grm salt oxiderades med klor och gaf 0,114 AgCl samt 0,747 BaO,SO^3.

Vid beräkning i procent af dessa resultater erhålles:

	1	2	
SO^2	—	37,32	37,85
AgO	16,64	16,71	16,95
AmO	18,79	—	—

Medium af dessa 3:ne analyser blir följaktligen:

SO^2	37,59	innehållande syre	18,80	16,21
AgO	16,77	„ „	1,16	1,00
AmO	18,79	„ „	5,78	4,98
HO (förlust)	26,85	„ „	23,87	20,58.
	100,00			

Den empiriska formel, som följer af detta syreförhållande, blir $3AmO,SO^2+AgO,SO^2+2(AmO,HO,2SO^2)+$ 18 aqu. Denna formel fordrar:

8 æqv.	SO^2	256,00	37,54
1 „	AgO	115,97	17,01
5 „	AmO	130,00	19,06
20 „	HO	180,00	26,39
		681,97	100,00

Vida enklare blir sammansättningen, om saltet betraktas ur atomistisk synpunkt. Formeln kan nemligen då halfveras och öfvergår således till $Am^5,H^2.O^7.(SO)^4.O.Ag+$ 9 aqu. Bland de ingående konstituenterna igenfinna vi nu en gammal bekant ifrån kopparföreningarna, nemligen atomkomplexen $(SO)^4$, på hvilken det helas sammanhang här beror, under det att detsamma hos dem åtminstone i de flesta fall närmast bestämdes af den 2-atomiga metallens närvaro.

Såsom allmänt resultat af den undersökning, för hvilken härmed redogjorts, synes framgå, att Muspratts natronsalt och Pean v. Saint-Gilles' ammoniakföreningar icke stå isolerade utan tvärtom blott utgöra ett par led utaf en ganska omfattande serie af kompliceradt byggda svafvelsyrliga salter. För bättre öfversigt vilja vi här på ett ställe sammanföra de i denna uppsats omförmälda föreningar, om hvilka det blifvit antaget, att de innehålla thionyl uti koppling. Till jemförelse skola härvid de äldre formlerna sammanställas med de atomistiska kopplingsformlerna. Vi erhålla således:

1. $KO,SO^2+\text{Cu}O,SO^2+2(KO,HO,2SO^2)+$ 5 aqu. . $\begin{matrix}K^5.O^5.(SO)^3.O.\\K,H^4.O^5.(SO)^3.O.\end{matrix}\text{Cu}+$ 5 aqu.

2. $KO,SO^2+\text{Cu}O,SO^2+3(KO,HO,2SO^2)$ . . . . . $\begin{matrix}K^7.O^7.(SO)^4.O.\\K,H^6.O^7.(SO)^4.O.\end{matrix}\text{Cu}$

3. $5AmO,SO^2+\text{Cu}O,SO^2+$ 2 aqu. . . . . $\begin{matrix}Am^5.O^5.(SO)^3.O.\\Am^5.O^5.(SO)^3.O.\end{matrix}\text{Cu}+$ 2 aqu.

4. $7AmO,SO^2+ЄuO,SO^2+14$ aqu. . . . . $\frac{Am^7.O^7.(SO)^4.O.}{Am^7.O^7.(SO)^4.O.}Єu+14$ aqu.

5. $5NaO,SO^2+ЄuO,SO^2+38$ aqu. . . . . $\frac{Na^5.O^5.(SO)^3.O.}{Na^5.O^5.(SO)^3.O.}Єu+38$ aqu.

6. $7NaO,SO^2+ЄuO,SO^2+19$ aqu. . . . . $\frac{Na^7.O^7.(SO)^4.O.}{Na^7.O^7.(SO)^4.O.}Єu+19$ aqu.

7. $3NaO,SO^2+2ЄuO,SO^2+29$ aqu. . . . . . . $Na^6,Єu.O^8.(SO)^5.O^2.Єu+29$ aqu.

8. $6AmO,SO^2+AgO,SO^2+19$ aqu. . . . . . . $Am^{12}.O^{12}.(SO)^7.O^2.Ag^2+19$ aqu.

9. $(AmO,SO^2+ЄuO,SO^2)+(ЄuO,SO^2+CuO,SO^2+5$ aqu.) . $Am^2,Єu,Cu.O^6.(SO)^4.O^2.$ $Єu+5$ aqu.

10. $3AmO,SO^2+AgO,SO^2+2(AmO,HO,SO^2)+18$ aqu. . . $Am^5,H^2.O^7.(SO)^4.O.Ag+$ 18 aqu.

Ännu en hithörande, särdeles intressant förening är beskrifven af A. Stromeijer [4]). Den är enligt honom sammansatt efter formeln $ЄuO,SO^2+2(FeO,SO^2)+FeO^3,2SO^2+NaO,SO^2+16$ HO och synes ega starkt utpreglad individualitet. Dess konstitution kunde möjligen vara $(FeO^2)\frac{Na^2,Fe.O^5.(SO)^3O.}{H^2,Fe.O^5.(SO)^3.O.}Єu+15$ aqu.

Slutligen torde det icke böra lemnas oanmärkt, att om den blandade lösningen af KO,SO^2 och CuO,SO^3 upphettas, erhålles en alkalihaltig röd saltmassa af ljusare färg än oxid-oxidulsaltets. Enligt Rogojski [5]) motsvarar dess sammansättning formeln $2(KO,SO^2)+3(ЄuO,SO^2)+3(CuO,SO^2)$. Man kunde vara frestad antaga, att materialet till analyserna antingen varit en blandning eller ett öfvergångsstadium af ofullständig sönderdelning till föreningen $ЄuO,SO^2+CuO,SO^2+2$ aqu. Först genom jemförelse med föregående vinner denna produkt uti intresse. Den kunde möjligen hafva konstant sammansättning och vara: $Єu\frac{Єu,Cu,K^2.O^7.(SO)^4.O.}{Єu,Cu,K^2.O^7.(SO)^4.O.}Єu$, hvilket i sig icke har något osannolikt, då man besinnar med hvilken benägenhet grupperna $(SO)^3$ och $(SO)^4$ synas uppträda vid kopparföreningarna.

Alla samtliga här beskrifna föreningar ega de yttre egenskaper, som i allmänhet anses betecknande för en skarpt utpreglad individualitet. De anskjuta i tydliga kristaller; somliga, t. ex. de mest komplicerade silfversalterna och koppar-ammoniumoxidföreningarna, uti ovanligt stora och väl utbildade former. Ett mera omfattande studium af dessa salters qvalitativa reaktioner hade utan fråga varit en sida af vigt vid hithörande undersökning, men det försvåras i betydlig mån genom deras olöslig-

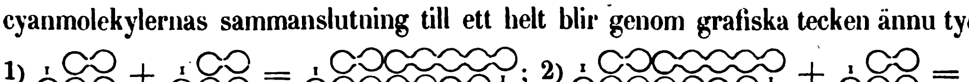
[4]) Jfr. Ann. d. Chemie u. Pharm. Bd. CIX, S. 237.

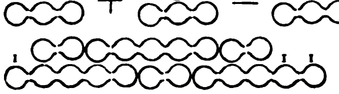
[5]) Journ. f. prakt. Chemie Bd. LII, S. 403 u. f.

het i vatten eller snara sönderdelning i beröring dermed. Ett i detta hänseende intressant faktum framgår dock med afseende på silfverföreningarna af sjelfva beredningssättet, nemligen att de icke sönderdelas uti en lösning, som innehåller klorammonium. Detta synes antyda en ovanligt fast förening, i hvilket hänseende silfrets svafvelsyrliga salter således erinra om platinans.

Det var just denna fasta föreningsform, som gaf anledning till Berzelii åsigt om kopplingen. För honom var, såsom bekant är, det gula blodutsaltet icke en addition af cyankalium och cyanjern utan närmast en kopplad förening af jerncyanur och cyanvätesyra, i hvilken den senare var det kemiskt verksamma. Huruvida i ett visst fall koppling egde rum eller icke berodde således företrädesvis på de qvalitativa egendomligheterna. Föreningar sådana som ett flertal af de här beskrifna, lätt sönderdelbara och af komplicerad sammansättning, föreföllo det äldre betraktelsesättet såsom egendomliga, föga intresseväckande undantagsfall. Detta voro de också i sjelfva verket, dels emedan de inom den oorganiska kemien utgöra ett fåtal i jemförelse med de enklare, dels emedan dessa oftast äro lättare att erhålla och erbjödo rikligt material nog för att nästan uteslutande hålla uppmärksamheten fästad vid sig. Först genom en mera omfattande kännedom företrädesvis af förhållandena inom det organiska området, der komplicerade föreningar äro regel, lifvades intresset för åtskilliga företeelser, som efterhand blefvo bekanta inom det oorganiska, på samma gång som nya synpunkter vunnos för deras förklaring.

Sålunda kom den qvantitativa sidan af de kemiska frändskapsförhållandena att under den fortgående forskningen alltmer träda i förgrunden, genom en egendomlig händelsernas gång, ofta i mer eller mindre skarp opposition emot den tidigare mera beaktade qvalitativa. En tillfredsställande uppfattning utaf begge, sådana de småningom för den vidgade erfarenheten gestaltat sig, synes först på sista tiden vara vunnen. Så blir t. ex. det nyss omnämnda gula blodlutsaltet, $2K\mathrm{Cy} \frown + Fe\mathrm{Cy}$, enligt Prof. Blomstrands uppfattning $\begin{matrix} K^2.Cy\frown Cy\frown Cy. \\ K^2.Cy\frown Cy\frown Cy. \end{matrix} \overset{\text{ıı}}{Fe}$ [6]). Detta är ännu Berzelii elektrokemiska kopplingsformel, som å andra sidan är strängt atomistisk eller visar föreningens beroende af de ingående elementernas i erfarenheten gifna atomvärden. De trenne cyanmolekylernas sammanslutning till ett helt blir genom grafiska tecken ännu tydligare:



 etc. En stegring under vissa yttre förhållanden af det

[6]) Jf. Die Chemie d. Jetztzeit, Abth. 2, S. 317.

uti cyanen ingående qväfvets atomvärde från 3 till 5 utgör således kopplingens innersta grund.

Med erkännande af de grunder, på hvilka denna uppfattning af cyanföreningarna hvilar, synes hvad som blifvit anfördt angående konstitutionen af de svafvelsyrliga salterna icke innebära någonting orimligt eller främmande. De senare visa med de förra den fullständigaste analogi. Kopplingen och de derigenom uppkomna atomkomplexernas mättningsvärde bero på svaflets öfvergång från 4- till 6-atomigt. Gruppen $(SO)^4$, som särdeles lätt kommer till stånd vid kopparoxidulföreningarna, har sin motsvarighet uti den endast hos dem förekommande tetracyanen. Att de flesta hit hörande salterna lätt sönderdelas är icke något giltigt skäl för deras egenskap af additiva föreningar. Hos några torde söndelningen närmast bero derpå, att de i luften förlora kristallvatten, hvilket flera innehålla i påfallande mängd. Erfarenheten visar dessutom, att med föröfrigt lika sammansättning beständigheten modifieras af de ingående elementernas individuella egenskaper. Så t. ex. äro kopparoxid-ammoniakföreningarna ganska obeständiga, men platinabaserna beständiga o. s. v.

Liksom de salpetersyrliga synas således äfven de hittills bekanta svafvelsyrliga dubbelsalterna å ena sidan i sin mån utgöra en ytterligare bekräftelse på riktigheten af den uppfattning rörande kemiska föreningars konstitution, som nyss omnämndes i fråga om dubbelcyanurerna, samt å den andra visa, huru denna uppfattning i sig innefattar principer för en enkel förklaring af de mest komplicerade och skenbart oregelbundna förhållanden.

Bidrag till Sveriges Infusorie-fauna.

III.

Af

AUGUST QUENNERSTEDT.

Under en i zoologiskt ändamål med Nådigt understöd företagen resa till Gotland förliden sommar (1869) sysselsatte jag mig, så mycket omständigheterna tilläto, med undersökning af den marina infusoriefaunan vid nämnde ö. Det syntes mig nemligen af intresse att äfven med afseende på denna djurklass — hvars utbredning lika väl som öfrigas regleras af bestämda lagar och vilkor — samla några data för en jemförelse mellan Östersjön och Vesterhafvet beträffande den resp. artrikedomen. Vid ett blott två månaders uppehåll, från början närmast afsedt för ganska långt på sidan liggande studier, kunde naturligtvis iakttagelserna på detta håll ej blifva särdeles omfattande, helst som dylika, om den tillförlitlighet förutan hvilken de äro alldeles värdelösa skall vinnas, äro ytterst tidsröfvande.

Skulle jag få döma efter resultatet af dessa undersökningar, så förtjenar Östersjön äfven här det rykte för artfattigdom, hvari den beträffande såväl vext- som djurverlden står, och hvilken är beroende på vattnets ringa sälta [1]). Huruvida några analyser af salthalten i Gotlands omedelbara granskap blifvit gjorda, är mig obekant; i KROKS nedanför citerade afhandling uppgifves vattnet vid Ölands norra udde endast hålla $7{,}_{561}$ fasta beståndsdelar pr. mille (i ytan) och vid Gotland är väl förhållandet ungefär enahanda. — Jag undersökte på infusorier såväl den efter stormar på stränderna uppkastade tången, som vattenprof från sådana ställen der en rikligare algvegetation syntes böra lofva ett godt utbyte, men påträffade för det mesta blott

[1]) Se härom: S. LOVÉN "Om Östersjön" i Förhandl. vid Naturforskaremötet 1863 p. 57; KROK "Bidrag till kännedomen om algfloran i inre Östersjön" i Vet. Akad. Öfversigt 1869 p. 67; vidare, anmärkningar i LINDSTRÖMS uppsats om Gotlands fiskar (Berättelse om Gotlands Hushållningssällskaps verks. 1866).

allmänna och bekanta former och dessa till och med i ett ganska ringa artantal. Jag anför här en någorlunda fullständig förteckning öfver de anmärkte arterna:

Pleuronema chrysalis.
Paramecium aurelia.
Prorodon marinus, enstaka exemplar.
Lacrymaria sp., ytterst sällsynt (hals teml. lång, sål. ej L. lagenula).
Uronema marina, mycket talrik.
Lembus velifer, en gång i ofantlig mängd.
Lembus pusillus n. sp., talrik.
Panophrys (?) fusca n. sp., enstaka exemplar.
Loxophyllum rostratum, enstaka exemplar.
Spirostomum teres, sällsynt.
Chilodon cucullulus.
Ervilia monostyla, talrik.
Scaphidiodon navicula, ej sällsynt.
Euplotes charon (alldeles lik sötvattensformen, endast med längre randcilier) talrik.
Uronychia transfuga, ytterst sällsynt.
Aspidisca lynceus, mycket talrik.
Aspidisca hexeris n. sp.
Stylonychia pustulata.
Oxytricha ferruginea, sällsynt.
Oxytricha velox n. sp.
Oxytricha sp. (en O. pellionella närstående, bredare art).
Oxytricha gibba.
Zoothamnium affine.
Vorticella microstoma.
Cothurnia maritima, allmän.
Scyphidia physarum } på Neritina fluviatilis.
Trichodina baltica }
Acarella Siro (Cohn, Mesodinium? Stein).
Strombidium sp.
Podophrya fixa.

Af dessa äro endast omkring $^1/_3$ hittills bekanta såsom uteslutande förekommande i salt vatten, ty om de såsom nya här uppförda arterna verkligen äro att betrakta såsom egentligen marina låter sig, sålänge de äro kända endast från denna punkt

bland ett ötvervägande antal af söt- och brackvattensformer, ej afgöra. Oxytricha ferruginea och Scyphidia physarum hafva förut endast varit bekanta från sött vatten. Mindre är det dock sjelfva artsiffran än den fåtalighet, hvari de utpräglade marina formerna — såsom t. ex. särskildt Uronychia transfuga, hvilken vid Warberg tillika med Styloplotes norvegicus, Clamydodon Mnemosyne m. fl. hörde till de allmännaste infusionsdjuren — i allmänhet förekommo, som härvid skulle kunna anses som betecknande. Ty sådana former, hvilka i likhet med Lembus och Uronema talrikt uppträda i skämdt vatten och derigenom visa stor resistensförmåga mot yttre agentier, äro föga att bringa med i räkningen. — Jag bör emellertid anmärka att undersökningsfältet inskränkte sig till de närmaste omgifningarne kring Wisby, och försigtigheten bjuder således att ej alltför fort vara färdig med allmänna slutsatser.

I det följande hafva endast ett fåtal arter blifvit närmare beskrifna. Några af dessa har jag vid en sorgfällig jemförelse ej kunnat återfinna i den för mig tillgängliga literaturen — som åtminstone omfattar alla hufvudarbetena på detta område — och måste således anse dem för hittills obeskrifna. — Den här äfvenledes upptagna Dileptus anser hör ej till raden af de Gotländska undersökningarna.

HOLOTRICHA.

Dileptus anser. Duj.

(Fig. 8—12).

Vibrio anser. Müller Animalcula Infus. p. 73 Tab. X fig. 7—11.
Amphileptus anser. Ehrbg. Infusionsth. p. 355 Taf. XXXVII fig. IV.
Amphileptus margaritifer. Ehrbg. p. 355 Taf. XXXVII fig. V.
Dileptus anser. Duj. Infusoires p. 407 Pl. 7 fig. 17.
Amphileptus anser. } Clap.-Lachm. Études p. 352.
,, *margaritifer* }
? *Amphileptus cygnus.* Clap.-Lachm. p. 350 Pl. XVII fig. 1.

Så ofta än detta infusionsdjur, som redan genom sin storlek ådrager sig uppmärksamheten, blifvit beskrifvet och afbildadt, så har detta likväl aldrig skett på ett sätt tillräckligt precist att möjliggöra en säker artbegränsning, hvilket bäst visar sig deraf att såväl Ehrenberg som efter honom Claparède och Lachmann uppfört det tvenne gånger, under olika namn. — I mitt första Bidrag har jag visserligen redan upptagit det, men undersökningsmaterialet var så ringa (blott 2 exemplar) att jag då ej fick närmare studera detsamma. Sistledne Juni månad fann jag det i större antal i en af dammarna i Lunds nya botaniska trädgård och kom då i tillfälle att göra en iakttagelse, som synes mig hafva ett icke obetydligt intresse.

Denna art har en långsträckt, cylindrisk-spolformig kropp, som såväl kan genom extension utdragas ännu mer på längden, som genom contraction öfvergå till temligen bredt oval form. Framtill öfvergår den i en lång, mot spetsen småningom afsmalnande och sammantryckt snabel, som vanligen föres mer eller mindre bakåt böjd (se fig. 8 som föreställer djuret simmande) och hvars concava ryggrand är afrundad under det att den convexa är temligen hvass. Snabelns längd uppgår till ungefär hälften af den öfriga kroppens, stundom var den kortare (måhända till följe af stympning?) stundom, särdeles hos smärre exemplar, var den lika lång som hela den öfriga kroppen. Baktill utlöper kroppen i en mer eller mindre lång, mestadels mycket tillspetsad svans. Stundom har svansen formen af en kort och spetsig kon, någon gång är den mot ändan tjockare än upptill (jmf. fig. 8 och 11). Dessa olik-

heter äro dock i sjelfva verket inga persisterande, individuella, utan bero, der de ej förorsakats af en tillfällig stympning, blott på contractioner; hos individer, som till en början hade en kort och tjock svans, öfvergick denne så småningom till den sedvanliga långspetsade formen. Kroppen är i hög grad flexil, isynnerhet gäller detta om snabeln, som oupphörligen böjes och svänges hit och dit. Munnen, som bildar en oval af förtjockade läppar omgifven öppning, är belägen i en inbugtning vid snabelns bas. Inåt fortsättes den af ett temligen kort svalg, i hvilket märkes en fin striering, som snarare härrör af en veckning än af närvaron af tänder eller stafvar, ty då den slukar ett infusionsdjur, ser man att svalget straxt faller tillsammans då bytet passerat detsamma och endast hunnit ett litet stycke ned i parenchymet (fig. 10). Längs snabelns convexa rand, från munnen ända till den afrundade spetsen, stå täta och fina tvärstrior härrörande af s. k. stafformiga kroppar, hvilka då snabeln vänder sin hvassa rand till synas såsom fina punkter. I det öfriga kroppsparenchymet såg jag inga dylika, men STEIN anmärker att "Amphileptus" anser i hela kroppen visar enstaka, regellöst strödda, borstlika "känselkroppar" (Org. d. Inf. I p. 62). Anus, som är belägen på ryggsidan, vid svansens rot (fig. 8 a) visar sig såsom ett genom excrementernas påträngande uppbristande hål. Bilda excrementerna större massor, så uppstår på detta ställe en säcklik utbugtning på kroppsytan (fig. 11) innan denna slutligen brister för påtryckningen. Något litet af kroppssubstansen medföljer vanligen excrementerna, så att dessa någon tid blifva hängande fast. — De contractila vacuolerna äro till vexlande antal strödda längs ryggsidan och sträcka sig ända upp i snabelns basaldel. Stundom räknades 15—20 dylika; hos mindre exemplar voro de färre, 8—10 eller derunder. Ofta stå två och två tillsammans, ehuru vanligen ej i jemnbredd eller i rak linea utan snedt öfver eller under. Jag har ej kunnat finna att deras systole fortskrider i en bestämd ordning; den tyckes fortgå alldeles regellöst. — Nucleus är en lång perlbandslik sträng, hvars segmenter emellertid hafva ett mycket löst sammanhang sinsemellan; i sjelfva verket fann jag den icke sammanhängande hos något af de 20—30 exemplar jag undersökte, hvarföre den icke heller blifvit antydd på figuren; jag såg blott några runda kroppar strödda här och der och måste således beträffande denna punkt hänvisa till den för öfrigt ganska ofullständiga figur, som meddelats i det första Bidraget (Pl. I. fig. 7 B). Parenchymet har vanligen en gulaktig färg och är än homogent, än uppfyldt af större och mindre ljusbrytande fettkulor. Dess "textur" är så lös, att djuret ofta kommer på objectivglaset i stympadt skick, med half snabel, utan svans o. s. v. Dylika skador låter det sig emellertid föga bekomma, utan rör sig alltjemt med sedvanlig grandezza. Kroppen är fint strierad på längden. Cilierna äro ganska fina och knappast

synbara utan tillhjelp af reagentier. Cilierna kring munnen och på snabeln äro icke, eller åtminstone högst obetydligt, starkare än på kroppens öfriga delar.

Till följe af djurets extensilitet har jag ej kunnat meddela några noggranna mått. Ett medelstort exemplar höll från svansspetsen till munöppningen — således utom snabeln — ung. $0,_{23}$ mm. Tjockleken var på midten $0,_{05}$ mm. De större exemplarens totallängd ligger emellan $^1/_2$—1 mm., och de äro således mycket väl synbara för blotta ögat såsom små fina hvitaktiga trådar.

En enda gång förekom ett ytterst litet individ (fig. 12) med helt kort snabel och baktill afrundad, äggformig kropp. Det hade blott 2 contractila vacuoler vid ryggsidan. Mun och svalg voro tydliga. Det lilla djuret simmade mycket snabbt omkring under rotation kring axeln. En blott delningsprodukt kunde det omöjligen vara, dertill var skilnaden i storlek alltför betydlig, äfven de mindre exemplaren föreföllo emot detta som verkliga jättar. Dessutom iakttog jag aldrig delning. Närmare ligger då det antagandet att det var en genom könsfortplantning uppkommen unge. Hos de gamla såg jag mig dock förgäfves om efter något som kunde tyda på en inträdande könsfortplantning, såvida icke det allmänna sönderfallandet af nucleus skulle kunna anses som en inledning dertill. Tyvärr förlorade jag det lilla djuret snart alldeles ur sigte.

I motsvarighet till de svagt utvecklade cilierna äro rörelserna hos denna art allt annat än snabba. Ofta ligger den långa stunderna på ett ställe, svängande hit och dit sin böjliga snabel, eller också simmar den långsamt framåt roterande kring sin axel. Dess rörelser gifva det intryck att den formligen genomsöker område efter område af vattendroppen, med den convexa snabelranden trefvande på alla föremål i dess väg. Alltemellan stannar den ett ögonblick liksom för att underkasta föremålet en närmare pröfning. Dess födoämnen utgöras dels af rester af organiska ämnen och alger, dels af andra infusionsdjur, ofta ganska stora — en hade t. ex. slukat ett mindre exemplar af Urostyla grandis — och af Rotatorier. Cilierna äro naturligtvis alltför svaga att draga sådana större föremål i dess närhet, men munnen är derföre ej heller, såsom hos så många andra infusionsdjur, en af styfva kanter omgifven öppning, som blott passivt genomsläpper de föremål som de starkare cilierna slunga in i densamma, utan tjenstgör som ett activt griporgan. Man ser den med de rörliga läpparna fatta sitt byte, hvarpå munnen utvidgas så att den blifver alldeles rund. — Gång efter annan iakttog jag den i färd med att på detta sätt sluka Halteria grandinella, som talrikt förekom jemte densamma. Det förvånade mig att denna, som i så väldiga språng hoppar fram genom vattnet, kunde blifva en så trög fiendes byte. Gåtan blef dock snart löst. I samma ögonblick som den långsamt hit och dit svän-

gande snabeln rörde vid Halterian, låg denna i ett nu orörlig, skrumpnade först ihop och började derpå flyta ut till en kornig massa. Strykande med snabelranden tätt efter denna gled Dileptus nu fram tills den kunde gripa den med läpparna. Snabelranden verkade härvid tydligen som ett specielt känselredskap, ty om den svängande snabeln icke ögonblickligen höll in då den rört vid bytet — så att den nyssnämnde manövern straxt kunde företagas — gick detta ofta förloradt trots de upprepade försök djuret gjorde att trefva sig fram till detsamma.

Vid förklaringen öfver huru denna dödande verkan vid en blott ögonblicklig beröring åstadkommes, ligger det naturligtvis närmast att tänka på de stafformiga kropparna. Svårligen kan man tillskrifva sjelfva parenchymet blott i ifrågavarande kroppsdel en sådan verkan. Jag gjorde mig visserligen all möda att komma förhållandet direkt på spåren, men vid den hastiga rörelsen var det ej möjligt att inställa de stafformiga kropparna så skarpt i focus — helst som en stark förstoring härvid erfordrades — att man kunde iakttaga på hvad sätt de härvid voro verksamma. Ej heller lyckades det mig att genom sönderpressning isolera dem, då de hos ifrågavarande art äro särdeles fina. Att i detta fall beteckna dem såsom nässelorganer kan dock näppeligen anses såsom förhastadt. Hypothetiskt och med stöd af blotta analogier har också ALLMANN [1]) så benämnt dessa hos de holotricha infusionsdjuren så ofta förekommande bildningar. STEIN har i första delen af sitt stora infusorieverk uttalat sig emot denna uppfattning af deras function och betecknar dem i stället såsom känselredskap ("Tastkörperchen"). För många fall torde också sistnämnde åsigt vara den riktigare; hos en Paramecium, Pleuronema, Panophrys, Ophryoglena m. fl., djur som antingen föda sig af alger eller af i upplösning stadda organiska ämnen, kunna de stafformiga kropparna svårligen functionera som nässelorganer. Inom familjen Trachelina gestaltar sig väl förhållandet annorlunda, om också möjligtvis den ena tydningen icke fullkomligt utesluter den andra äfven här. LACHMANN har hos Loxophyllum armatum (Études p. 362 Pl. XIV fig. 17) en gång iakttagit långa och fina nässeltrådar, hvarmed den bedöfvade sitt byte; han omtalar dock icke huruvida detta härvid undergick vidare förändringar. Hos Dileptus anser verka nässelorganerna endast om föremålet kommer i omedelbar beröring med snabelranden, men deras verkan är så mycket mera intensiv och ögonblicklig. Det är ej en enstaka observation jag i det föregående anfört; jag iakttog förloppet så som det blifvit skildradt upprepade gånger och jag anser mig derföre också kunna lägga någon vigt vid denna observation.

---

[1]) Se STEIN Org. d. Infus. I p. 61. Sjelf har jag ej sett ALLMANNS arbete. KÖLLIKER (Icones histiologicæ I p. 12) yttrar sig temligen obestämdt öfver deras betydelse.

Af hvad som ofvanför blifvit anfördt om parenchymets löshet och extensilitet framgår det huru föga snabelns och svansdelens längd och mer eller mindre spetsiga form lämpa sig för uppställandet af artmärken. De båda Ehrenbergska arterna (se under synonym.) kunna derföre utan betänkande sammanslås, helst som derjemte det vigtigaste skilnadsmärket endast visar sig bero på en förvexling. Båda beskrifvas såsom hafvande blott en enda contractil vacuol, på figurerna än placerad i kroppens främre, än i dess bakre del; de öfriga hafva hos den ena blifvit förbisedda, hos den andra tydda såsom en rad "Saftbläschen" (A. margaritifer). Måhända är äfven hans A. moniliger endast ett större exemplar med stympad svans och snabel och hos hvilken nucleus blifvit sedd sammanhängande. — Mun och anus äro till sitt läge riktigt angifna; svalget och de stafformiga kropparna har Ehrenberg deremot ej sett, ej heller kroppsytans strior. Dujardin har studerat ifrågavarande art företrädesvis i intresset af sin Sarcodetheori; för öfrigt bildar han för densamma ett nytt slägtnamn, då det äldre innefattade heterogena former. Claparède och Lachmann upptaga ännu A. anser och margaritifer såsom skilda arter; hos den förra omtalas striorna i svalget, hos en större art, A. gigas, äfven de stafformiga kropparna. — Deras A. cygnus står tydligen mycket nära ifrågavarande art eller är möjligen till och med identisk dermed. Det som egentligen gör någon betänklighet är att den blott skall hafva en enda contractil vacuol, vid snabelns bas. De långa cilier hvarmed snabelns convexa rand är besatt torde knappast behöfva tagas med i räkningen, enär det på figuren nästan ser ut som om de stafformiga kropparna — hvilka äfven här svårligen fattas — blifvit uppfattade såsom en fortsättning af cilierna. — Då den emellertid alltför väl kan vara en särskild form, har jag under Synonymien endast uppfört den med frågetecken.

Holophrya tarda. n. sp.
(Fig. 13—16).

Denna art, som hvarken i utseende eller rörelsesätt har något utmärkande och derföre lätt förbises, fann jag i Wisby (i saltvatten) ej sällan, ehuru den blott förekom i spridda exemplar.

Den trinda, endast undantagsvis svagt sammantryckta kroppen är äggformig, men kan dock såväl contraheras nästan till klotform (fig. 13) som förlängas till cylinderform (fig. 15). Den vanligen förekommande kroppsformen visar fig. 14. Munnen är en terminal rund öppning, omgifven af en fin ringformig constriction — antingen en slags sphincterartad läpp eller en utstående del af svalget. Att den kan i hög grad utvidgas ser man då djuret intager föda. Något distinct svalg kunde ej

upptäckas, ehuru en öppenstående mun väl svårligen kan tänkas utan ett sådant. Parenchymet var alldeles hyalint, på sin höjd med några få ljusbrytande korn; blott en enda gång såg jag ett individ med ett af fina granuleringar mörkfärgadt parenchym. Constant förekom i detsamma nedom kroppens midt en än tvärstäld än längsstående, halfmånformig och något ljusare fläck, som dock icke var skarpt begränsad. Måhända var detta nucleus. Den contractila vacuolen är belägen i den bakre, afrundade kroppsändan; såsom det syntes mig, ej fullkomligt i axeln utan något litet på sidan. Kroppsytan är fårad af temligen glesa längsstrior, hvilka endast vid djurets contractioner få ett snedt förlopp. Striorna äro ganska djupa. Cilierna äro fina. Vid tillsats af ättiksyra skilde sig beständigt det yttersta kroppslagret från det inre hopskrumpnade och granulerade som ett vidt utstående vattenklart hölje, som visade sig tydligt dubbelkontureradt (fig. 16). Endast vid munnen fasthängde det med det inre lagret, visande således att "cuticulan" slog sig in öfver munöppningen. Att anus var belägen i bakre kroppsändan, syntes deraf att foecalmassorna fortryckte intill denna; deras utträde iakttogs dock ej. — Utsträckt höll djuret åtminstone 0,1 mm. i längd.

Rörelserna äro mycket tröga, dock vid rikligare vattentillgång ryckvis något påskyndade. Endast vid nedsväljandet af ett byte — en akt som jag emellertid mycket sällan iakttog — visar det något spår af lifsenergi, för öfrigt hör det till de minst fängslande mikroskopiska objecter.

Ifrågavarande art kunde måhända med lika skäl föras till slägtet Enchelys som till Holophrya. Hvad som föranledt mig att hänföra den till det sistnämnda, är att munnen alldeles icke omgifves af starkare cilier. Ehrenbergs figurer af Holophrya ovum och discolor visa dessutom den ringformiga läppen. I hans Holophrya coleps (p. 315 Taf. XXXII fig. IX) skulle kanske till och med den nyssbeskrifna kunna igenkännas, men då Ehrenberg hvarken angifvit munnens eller vacuolens läge, blefve bestämningen alltför osäker.

Panophrys fusca. n. sp.

(Fig. 4—5).

? *Loxodes signatus.* Duj. Infus. Pl. 11 fig. 9.

Endast i några få exemplar anträffade jag detta infusionsdjur. Det karakteriseras genom en oval, i ändarna afrundad och från sidorna något sammantryckt kropp. Denna kan ganska märkbart contrahera sig, åtminstone med en femtedel af sin ursprungliga längd, hvarvid den antager en mera bredt oval form. Den ena sidoranden (bukkanten) synes ofta mindre convex än den motstående. Munnen bildar en

oval, nedåt något afsmalnande och snedt ständ öppning, belägen ungefär på gränsen af kroppens första tredjedel. Inåt fortsättes den af ett kort svalg, i hvilket inga strior kunde iakttagas. Vid högra sidan af munnen och inuti densamma sitter en smal undulerande membran. Contractila vacuoler tvenne, belägna på ryggsidan och på lika afstånd från hvardera kroppsändan. Hos ett exemplar återfann jag endast den bakersta vacuolen. Nucleus är en stor oval kropp, vanligen belägen närmare kroppens midt ehuru dess läge ej är constant, man ser den nemligen stundom skjutas fram och tillbaka i parenchymet. Detta är ganska mörkt tillfölje af inlagrade fina granuleringar. Nära främre ändan och vanligen tätt ofvanför munnen befinner sig en större grönsvart, temligen skarpt begränsad och oregelbundet formad fläck, bildad af en mängd små korn. Hos en och annan är fläcken liten och otydlig (fig. 5). I kroppens rand visar sig en tät striering af stafformiga kroppar. Hos ett sönderpressadt exemplar framträdde dessa i form af temligen långa, jemntjocka och genomskinliga stafvar. Striorna på kroppsytan äro mycket fina och tättstående; de förlöpa parallelt, ej convergerande mot polerna. Cilierna äro temligen långa. Kroppslängden uppgick till åtminstone $0,_{12}$ mm.

Rörelserna äro vid riklig vattentillgång snabba och ihållande. Alltsomoftast roterar den några slag kring sin tväraxel och skyndar derpå vidare. Parenchymet innehöll Bacillarier.

Tydligen står detta infusionsdjur nära Ophryoglena Ehrbg, som äfven karakteriseras genom en svart eller röd fläck i främre kroppsändan [1]). Då ifrågavarande art emellertid har bakre kroppsändan afrundad, ej tillspetsad och dessutom visar åtskilliga andra olikheter (kroppen är ej så starkt sammantryckt som Ehrenbergs figurer af Ophryoglena visa den och saknar peristom), så har jag ej ansett den dermed böra generiskt förenas, utan har hänfört den till genus Panophrys Duj. I slägtkarakteristiken omnämnes särskildt contractionsförmågan (Duj. Infus. p. 491) och figuren af P. chrysalis (Pl. 14 fig. 7), en äfvenledes marin art, återger såväl samma kroppsform som de parallela striorna och de stafformiga kropparna. Uppsvällningen ("renflement") vid munnen synes bero på en förvexling med den utsträckta undulerande membranen. Loxodes? signatus (Duj. Pl. 11 fig. 9), som ej i texten blifvit beskrifven, är antingen identisk med den ifrågavarande eller en mycket närstående art. Svårigheten att på sin rätta plats inrangera nya former eller ens med säkerhet urskilja dem från de förut beskrifna är, hvad de holotricha infusionsdjuren be-

---

[1]) En dylik mörk fläck i främre kroppsdelen finnes äfven hos Nassula microstoma Cohn (Zeits. wiss. Zool. 16 Bd. p. 267), en violett hos Nassula flava Clap.-Lachm. (Études p. 327).

träffar, allt annat än obetydlig derföre att slägtkarakteristikerna ej mindre än figurerna såväl hos EHRENBERG som hos DUJARDIN alltsomoftast knappast äro annat än lösligt utkastade skizzer. Genom uppställningen af nya genera kan i tvifvelaktiga fall visserligen knuten afhuggas, men nomenclaturen belamras också härigenom allt för lätt med en mycket onyttig barlast. STEINS classification af infusoria holotricha föreligger ännu blott i en allmän öfversigt (Org. d. Infus. II) och först då äfven denna afdelning blifvit monografiskt behandlad, i likhet med hvad som på ett i sanning beundransvärdt sätt skett med ordningarna hypotricha och heterotricha, skola de nyssnämnda svårigheterna vara undanröjda.

Conchophthirus Steenstrupii. STEIN. Sitzungsber. d. k. böhm. Ges. d. Wissensch. 1861. 1 p. 88 och 90 [1]).
(Fig. 1—3).

I sitt arbete öfver Generationsvexeln p. 57 anmärker STEENSTRUP, att han i tentaklerna af Succinea amphibia funnit ovala, ciliebeklädda, om Opalina ranarum erinrande djur, hvilka han anser för larver till de hos dessa snäckor förekommande Cercarieammor (Leucochloridium paradoxum). STEIN har öfvertygat sig om att dessa förmodade ammor äro sjelfständiga parasitiska infusionsdjur, hvilka han (l. c.) hänfört till det på EHRENBERGS Leucophrys? Anodontæ (EHRBG Infusionsth. p. 313 Taf. XXXII fig. VI) grundade slägtet Conchophthirus och uppkallat efter upptäckaren. Af detta slägte äro för närvarande trenne arter kända, hvilka samtligen lefva parasitiskt i kroppslemmet hos åtskilliga land- och sötvattensmollusker. C. Anodontæ och C. curtus (ENGELMANN Z. wiss. Zool. XI Bd. Taf. XXXI) förekomma allmänt hos Unio, Anodonta och Tichogonia, den ifrågavarande arten på (icke inuti) tentaklerna och kroppsytan af Succinea amphibia och dessutom, såsom STEIN anmärker (Org. d. Infusionsth. II p. 64), på Arion empiricorum, Limax agrestis, Clausilia bidens och åtskilliga Helixarter. På Gotland fann jag den på Succinea Pfeifferi. Af de 15—20 undersökta exemplaren befunnos de flesta vara behäftade med denna parasit, ehuru den vanligen endast förekom i ett fåtal individer. Då den beskrifning STEIN meddelat är helt kort och, såvidt jag vet, ingen afbildning af detta infusionsdjur blifvit publicerad, bifogar jag här figurer och en utförligare beskrifning.

Den formbeständiga, men mycket flexila kroppen är bredt oval och i ändarna afrundad; högra sidoranden (fig. 1) är starkt convex, den venstra deremot till $^2/_3$

[1]) Jag bör anmärka att endast denna årgång af nämnde förhandlingar varit mig tillgänglig och detta först sedan undersökningarna afslutats.

af sitt förlopp nästan rak eller svagt bågböjd. Undre sidan är platt eller till och med något skålformig, den öfre temligen starkt hvälfd och sluttande mot sidoränderna; sjelfva kanterna äro hvassa och tunna. Parenchymet är alldeles hyalint, till trots deraf att det framtill och på sidorna af en vattenklar söm omgifna midtelpartiet, som motsvarar kroppens mera hvälfda del, är uppfyldt af små ljusbrytande korn. I venstra sidohalfvan ser man baktill en triangulär fördjupning, hvilken upptager sista fjerdedelen af nämnde kroppshalfva och hvars afrundade spets faller ungefär i kroppens medellinea. Detta är peristomet, hvilket hos de båda andra arterna ej har ryckt så långt tillbaka, utan ligger i midten af venstra sidoranden. I peristomets inre afrundade vinkel ligger den stora munöppningen, som uppåt fortsättes af ett ganska vidt svalg, hvars gränsor dock vanligen äro föga tydliga. — Den contractila vacuolen, öfver hvilken jag trodde mig se en fin, punktlik öppning, är belägen ung. i kroppens midt, dock närmare venstra sidoranden. Dess systole och diastole följa tätt på hvarannan. Omkring den framträda några små blåsor i rosettform; understundom bildade sig under densamma en större oregelbunden och beständig vacuol (fig. 3 v). — Nuclei äro runda, till antalet 7, constant grupperade på det sätt figurerna utvisa [1]).

Kroppsytan är fårad af särdeles fina och tättstående men mycket tydliga längsstrior. De förlöpa dock icke från pol till pol, utan utgå, på öfre sidan, från peristomets sidoränder — de båda nemligen, som bilda den afrundade munvinkeln — och från bakre kroppsändan och förlöpa snedt öfver kroppsytan till venstra sidoranden der de öfvergå i undre sidans strior, hvilka till sitt förlopp fullkomligt coincidera med den öfras. Man ser således ej här, såsom annars är fallet vid en sned striering, vid en viss inställning båda sidornas strior korsa hvarandra. Sjelfva peristomets strior hafva deremot ett annat förlopp, i det de från basen convergera mot munöppningen. De fortsätta sig inåt svalget, men här vetter deras concavitet ej som förut framåt, utan bakåt, hvadan de förmodligen ånyo slå sig om utåt och fortsätta sig i de strior, som utgå från peristomets högra sidorand. På detta sätt bilda kroppens alla strior ett enda slutet stystem i trots deraf att peristomets vid första anblicken synes vara ett särskildt inskjutet. Cilierna äro såsom vanligt hos parasitiska infusionsdjur mjuka och temligen långa och slå på ett eget sätt, så att öfver kroppsytan oupphörligen synas gå vågor som på ett böljande sädesfält. De cilier som beledsaga peristomets främre rand äro märkbart längre än kroppsytans och skulle väl kunna

---

[1]) Jag fann aldrig mer än 7 nuclei; Stein anmärker att han hos några exemplar sett från 9 till några och 20. — De båda andra arterna ha blott en enda rund nucleus.

betraktas såsom en särskild zon af adorala cilier. Tätt ofvanom bakre kroppsändan (hvilken vanligen ej är fullkomligt afrundad, utan bildar en liten trubbig vinkel) står en liten grupp af 5—6 cilier, hvilka äro starkare än de öfriga och ung. dubbelt så långa. De föras vanligen böjda åt höger som en liten släpande svans, men framträda ej tydligt utom vid gynsamma lägen.

De minsta exemplaren hade en längd af $0,_{09}$ mm., de största voro $0,_{13}$ mm. långa och $0,_{09}$ mm. breda.

Läget af anus iakttog jag ej; icke heller kunde jag med full säkerhet urskilja näringsämnen i parenchymet. Försök med carminfodring misslyckades. Sannolikt föder den sig af epithelialceller o. d. — Delning såg jag ingen gång.

Rörelserna äro ganska snabba. Vanligen simmar den utan rotation och hvälfver endast alltemellan omkring på andra sidan eller också rullar den sig öfver som ett löf framifrån bakåt (fig. 3), så att den kommer att vända motsatta sidan i vädret. Stundom ser man den simma tungt och vaggande roterande kring sin längsaxel. Vanligen vetter dock den kullriga (buk-) sidan uppåt. Efter rörelsens riktning att döma, måste den ändan närmast hvilken munnen ligger anses för den bakre. Vid simningen bildas ofta veck kring de tunna kroppskanterna. På lösryckta stycken af snäckans hud glider den gerna långa stunderna fram och tillbaka (fig. 2). Den platta sidan vändes då alltid nedåt.

Liksom hos flera andra parasitiska infusionsdjur besitter parenchymet äfven hos denna trots den skenbara lösheten en anmärkningsvärd resistensförmåga. Man kan låta den under täckglas fullkomligt intorka och det oaktadt få den att återtaga sin form vid försigtig tillsats af nytt vatten. Åtskilliga structurförhållanden, såsom strieringen, fortfara att efter detta behandlingssätt vara fullkomligt tydliga.

Lembus velifer. Cohn Zeitsch. wiss. Zool. 16 Bd. p. 270 fig. 12—18. (Fig. 17—18).

Vibrio verminus. O F. Müller Animalcula Infus. p. 57 Tab. VIII fig. 1—6.
Cyclidium elongatum. Claparède och Lachmann Études p. 273 Pl. XIV fig. 5.

Detta infusionsdjur förekom talrikt tillsammans med Pleuronema citrullus, Uronema marina, Euplotes charon och en Oxytricha i längre tid förvaradt hafsvatten bland ruttnande alger. Till slut uppträdde den i så otalig mängd att individerna i hvarje liten droppa lågo ordentligt packade invid hvarandra, samtidigt med att de ofvannämnda infusionsdjuren alltmera försvunno.

Den har en formbeständig men, i synnerhet i främre delen, flexil, lineärt-lancettlik och framtill småningom afsmalnande kropp; främre ändan är mer eller mindre

tillspetsad, den bakre mera trubbigt afrundad. Kroppens främre och smalare hälft är något sammantryckt och bildar ofta en svag vinkelböjning mot den bakre. Kroppsytan är längsstrierad, men striorna stå glest och äro så svagt markerade att de endast med svårighet iakttagas. Härmed äro ej att förvexla de längsveck som vid vattnets fördunstning småningom bildas. Tvärstrior har jag ej förmått upptäcka, oaktadt kroppens kontur visar ett utseende, särdeles i bakre hälften, som om denna vore fint ringlad. Cilierna äro fina och utan tillhjelp af reagentier knappast tydliga utom i kroppens främre del, der de måhända äro längre än eljest. Parenchymet är alldeles hyalint och färglöst. Några få ljusbrytande, runda fettdroppar ligga spridda dels mot kroppens bakre del, dels och förnämligast i den främre der de bilda en enkel eller dubbel rad. Här finnes dessutom constant ett antal mycket små korn. Den contractila vacuolen är belägen helt nära bakre kroppsändan. Nucleus kunde jag ej upptäcka.

Munöppningen, som syntes mig hafva en oval form, är belägen ungefär i kroppens midt eller stundom ett stycke framom denna. Från kroppens främre ända till munnen sträcker sig längs ena sidoranden ett någorlunda bredt membranartadt segel(s), hvars främre, snedt afskurna rand under simning visar sig som på fig. 18. Innanför detta segel, på hvilket jag ofta iakttog en tydlig tvärstriering eller veckning, ser man dessutom i vissa momenter en fortlöpande rörlig våglinea (m), hvilken än sprides ut från kroppsranden, än åter närmar sig densamma och hvars vågrörelser hastigt fortlöpa framifrån bakåt. Denna våglinea utmärker utan tvifvel den fria randen af en undulerande membran, som beledsagar det omnämnda seglet i hela dess längd. En fin och rak linea något innanför kroppens sidokontur utmärker membranens vidvuxna rand. Något egentligt peristom torde ej finnas, på sin höjd en smal och mycket grund fåra i hvilken seglet och membranen kunna infällas.

Då djuret ligger stilla hålles seglet vanligen orörligt utbredt, hvilket äfven stundom synes vara fallet med membranen. Vid munnen hänger ofta en större rund vattenblåsa. Alltemellan lemnar denna sin plats och skjuter ett stycke ned i kroppsparenchymet. I kroppens bakre del ligga vanligen några sådana vattenblåsor.

Rörelserna äro temligen snabba, roterande och liksom borrande. Stundom står den stilla, samlad i små flockar bland rester af organiska ämnen och med den böjliga snabeln instucken i dessa. Vid vattnets afdunstning blir kroppen merändels veckad och vriden. Tvärdelning iakttogs ofta. — Dotterdjuren hade en längd af $0,_{05}$ mm.

Oaktadt de olikheter som finnas i ofvanstående beskrifning och den af Cohn meddelade, hyser jag ej något tvifvel om att vi båda haft för oss ett och samma

infusionsdjur. Till större delen bero dessa afvikelser utan tvifvel på olika uppfattning af det sedda. Cohn låter seglet sträcka sig till kroppens bakre tredjedel och uppfattar det som det optiska uttrycket för "ett garnitur af långa svängande cilier, hvars membranlika utseende blott härleder sig deraf att cilierna stå så tätt intill hvarandra." Emot denna uppfattning strider emellertid att seglets fria rand, ehuru fint krusad, visar sig som en sammanhängande linea. Skulle åter seglet sammansättas af långa från munnen utgående och framåt riktade cilier — ty Cohns mening är mig i detta afseende ej alldeles tydlig — så skulle naturligtvis dessa mötas af från främre kroppsändan utgående kortare cilier och i den vinkel som deras spetsar bildade med hvarandra skulle nödvändigtvis ett discontinuum visa sig, utom det att tvärstrieringen, som mycket riktigt finnes der, ej skulle rimma sig med en sådan uppfattning. I stället för den smalare undulerande membranen ser Cohn en mahn af långa, bakåt riktade cilier, eller rättare tvenne dylika, en på hvardera sidan af seglet. I vissa momenter tror man sig verkligen se fria cilier i stället för en sammanhängande membran, hvilket väl dock i många fall härleder sig deraf att den ytterst fina membranen vid vattnets afdunstning liksom upprispas i särskilda stycken hvilka då de slå upp och ned likna grupper af cilier. Till och med de grofva hakformiga cilierna hos Uronychia pläga på detta sätt upptrasslas i qvastliknande knippen. — Beträffande de mera habituella olikheterna vill jag blott anmärka att infusionsdjur som uppehålla sig i putrescerande vatten ofta pläga variera. Med afseende på storleken stämma uppgifterna väl samman; Cohn fann de större exemplaren hålla $0,_{08}$—$0,_{13}$ mm. i längd; mina mätningar visade $0,_{08}$—$0,_{10}$ mm.

Cyclidium elongatum [1]), som Lachmann funnit i Kristianiafjorden, är utan minsta tvifvel identisk med ifrågavarande art. Figuren (fig. 5 Pl. 14) framställer djurets allmänna utseende bättre än någon af de figurer Cohn meddelat. I detaljerna råder deremot mycken ofullständighet. Den smalare membranen har blifvit alldeles förbisedd och seglet uppfattas såsom ett långt, fritt och ifrån munnen utgående borst. Då seglet är utspändt och i hvila är i sjelfva verket dess främre kontur svår att se. Anus angifves såsom belägen tätt ofvanför den contractila vacuolen. Claparède, som redigerat Lachmanns efterlemnade notiser, begår här samma besynnerliga förvexling som under Pleuronema chrysalis, i det att, i strid mot hvad redan rörelserna gifva vid handen, bakre kroppsändan uppfattas såsom djurets främre del.

Med sin förmodan, att Müllers i skämdt hafsvatten iakttagna Vibrio verminus

---

[1]) Med Cyclidium glaucoma kan detta infusionsdjur omöjligen generiskt förenas, hvarföre också Cohn med full rätt på detsamma grundat ett särskildt genus.

i sjelfva verket framställer ifrågavarande art, har COHN utan tvifvel träffat det rätta. Figurerna återgifva ganska igenkänneligt djurets habitus; den contractila vacuolen och de i parenchymet befintliga vattenblåsorna hafva blifvit antydda. Med sina ofullkomliga förstoringar kunde MÜLLER ej urskilja seglet; måhända antydes det likväl i beskrifningen ("raro quasi linea longitudinalis prospicitur"). Copulation ("an coitus, an generatio per divisionem longitudinalem?") beskrifves och afbildas äfven (fig. 4—6). Rörelserna karakteriseras, såsom vanligt, i få ord träffande. Öfver hufvud måste det hos en hvar, som närmare intränger i MÜLLERS klassiska arbete, väcka förvåning huru det var honom möjligt att, utan närmare insigt i de organisationsförhållanden hvarifrån den moderna systematiken hemtar sina karakterer, och ofta hänvisad på det blott habituella, så träffande karakterisera sina "animalcula infusoria" att mödan af deras igenkännande ofta är ringa eller ingen — något hvari mer än en af hans efterföljare, med sina vida fullkomligare optiska hjelpmedel, ej sällan stå ganska långt tillbaka för honom.

Lembus pusillus. n. sp.
(Fig. 6).

Under det föregående art blott en enda gång (i slutet af Augusti), ehuru då i otalig mängd, anträffades, visade sig detta lilla infusionsdjur beständigt i hafsvatten som fått stå några dagar, vanligen i sällskap med Uronema marina. Äfven i Warberg iakttog jag det tillsammans med Chænea vorax (Bidrag II pag. 15) ehuru jag ej då gjorde det till föremål för någon närmare undersökning.

Den trinda (ej afplattade) och i temligen hög grad flexila kroppen har en långdraget oval form och är i främre ändan mera tillspetsad, i bakre trubbigt afrundad. Kroppsformen visade sig dock temligen varierande; kortare, äggformiga individer förekommo jemte mera långdragna. Figuren 6 framställer den vanligast förekommande formen. Parenchymet är hyalint och innehåller blott sällan fina mörkare korn. Kroppsytan visar temligen glest stående och svagt markerade längsstrior. Från kroppens främre ända till närmare midten sträcker sig en smalare rännlik fördjupning, hvars form och begränsning det emellertid tillfölje af djurets litenhet och ostadiga rörelser varit mig omöjligt att med större noggranhet bestämma. Vid peristomets slut är utan tvifvel munöppningen belägen. Direkt låter den sig knappast iakttaga, men en liten vattenblåsa, som tidtals ses ifrån kroppens midt skjuta ned i parenchymet, antyder hvarest den är att söka. Då djuret för ett ögonblick ligger stilla i profilläge, urskiljer man ett längs peristomet förlöpande segel, som vid sin främre tvärskurna ända har sin största bredd och hvilket än fälles in i peristomet, än sprides

ut derifrån. Om innanför detsamma ännu en smalare och finare undulerande membran är för handen förmår jag ej angifva. Den contractila vacuolen är belägen vid bakre kroppsändan. Nucleus? en rund skifva i kroppens midt.

Storleken varierade emellan ung. $0,_{027}$—$0,_{04}$ mm. Rörelserna äro ganska ihållande och någorlunda snabba, liksom borrande.

Såvidt literaturen varit mig tillgänglig, har jag ej bland förutbeskrifna former funnit någon med hvilken ifrågavarande djur skulle med någon säkerhet kunna identifieras [1]). Fråga kan uppstå huruvida det i alla fall bör uppföras såsom sjelfständig art, och icke snarare blott betraktas såsom en ungdomsform af föregående. Kroppsformen är visserligen ganska afvikande, men organisationsplanen är för öfrigt alltigenom densamma. — Då vi veta så ytterst litet om infusionsdjurens utvecklingshistoria, låter sig denna möjlighet visst icke förneka. Hvad som föranledt mig att tillsvidare betrakta dem såsom skilda är, utom nyss angifne olikhet, den omständigheten att jag aldrig anträffade dem tillsammans eller såg några verkliga öfvergångsformer. Såsom en sådan skulle man kunna betrakta en af de figurer (fig. 13) som Cohn meddelat under Lembus velifer, förutsatt att den vore fullt naturtrogen, hvilket emellertid icke just är fallet med de öfriga. I texten antydes ej heller med ett enda ord att de smärre individerna skulle haft en från de utvuxna afvikande kroppsform.

Uronema marina. Duj. Infus. p. 392 Pl. 7 fig. 13.
(Fig. 7).

Uronema marinum. Cohn Zeit. w. Zool. 16 Bd. p. 275 Taf. XV fig. 53.

Hvarje droppe skämdt hafsvatten hvimlade bokstafligen under sommaren af små infusionsdjur, i hvilka Dujardins Uronema marina utan svårighet igenkändes. De bildade i en på täckglaset utbredd droppe ordentliga svärmar, i hvilka de otaliga individerna oupphörligen foro omkring hvarandra. I en sådan svärm lönar det icke mödan att försöka göra sig bekant med deras organisation, men utomkring ligga vanligen spridda individer långa stunderna orörliga på ett ställe, göra derpå plötsligen en svängning eller fara upp och röra sig ett par ögonblick hit och dit för att snart åter blifva liggande stilla. På dessa kan man med mera hopp om framgång vända sin uppmärksamhet.

Den äggformiga kroppen är på buksidan något concav, på ryggen hvälfd och

[1]) Möjligen dölja sig under Ehrenbergs Trichoda pura, Leucophrys pyriformis och carnium närstående former.

från sidorna svagt sammantryckt. Parenchymet är mer eller mindre uppfyldt af ljusbrytande runda korn och smärre mörka partiklar. Munöppningen är belägen vid den concava bukranden, ungefär på kroppens midt. Den contractila vacuolen befinner sig vid bakre kroppsändan, anus i närheten deraf. Mellantiden emellan vacuolens systole och diastole är ovanligt kort (omkring 8—10 sekunder). Nucleus kunde jag ej upptäcka. Kroppsytan är fårad af temligen glesa, men tydliga längsstrior. Deras fint vågiga utseende antyder närvaron af ett system tvärstrior, ehuru jag ej lyckades direkt iakttaga dylika. Cilierna äro fina och ej särdeles långa; i främre kroppsändan äro de dock längre än annorstädes, ehuru jag ej fann skilnaden i längd så märkbar, som COHNS figur angifver. Dessa längre cilier befinna sig ofta i liflig vibration under det att de öfriga hållas orörliga. Cilierna hafva för öfrigt ej den rigiditet som hos Pleuronema eller Cyclidium. I bakre kroppsändan står ett ganska fint springborst, ungefärligen af kroppens halfva längd. — Kroppslängden varierade emellan $0,_{03}$ och $0,_{04}$ mm.

Tvärdelning iakttogs ofta; likaså copulation. Djuren voro under denna sammanvuxna medelst främre kroppsändan.

Under det att de röra sig vid rikligare vattentillgång märker man ej spår af någon flexibilitet, hvilken dessutom hvarken kroppens form eller parenchymets skenbart temligen fasta beskaffenhet gifver minsta anledning att vänta. Men då vid vattnets fördunstning luftblåsorna alltmer flyta tillhopa och afskilja de små vattenterritorierna från hvarandra, ser man de i dessa instängda djuren, hvilka alltmera afplattas, böja sig starkt åt sidorna.

Uronema marina uppföres af CLAPARÈDE och LACHMANN såsom synonym under Cyclidium glaucoma, med hvilken den visserligen är nära beslägtad men alldeles icke identisk. Såsom nyss blifvit nämndt skiljas de från hvarandra genom ciliernas olika beskaffenhet. Hos U. marina har det ej heller lyckats mig att finna någon undulerande membran. De längre vibrerande cilierna i främre kroppsändan synas här ha öfvertagit dennas function. De karakteristiska rörelserna — med sina tvära vändningar och plötsliga kast — äro visserligen för båda gemensamma, men detta rörelsesätt dela de i sjelfva verket med flere andra infusionsdjur, som äro försedda med springborst i bakre kroppsändan, särskildt med den vida större Pleuronema chrysalis. Öfver hufvud behöfva dessa i skämdt vatten så talrikt uppträdande former en närmare undersökning än som hittills kommit dem till del — och som deras litenhet så mycket försvårar — då det synes som om hos de olika författarne under samma benämning helt skiljaktiga former dolde sig.

HYPOTRICHA.

Aspidisca hexeris. n. sp.

(Fig. 19).

Denna nya art fann jag i några få (5—6) exemplar i vattenprof från Wisbys gamla hamn, der den förekom tillsammans med Aspidisca lynceus. Redan under en svag förstoring, som ännu icke tillät olikheterna i kroppsformen att blifva märkbara, skilde den sig påfallande från den nyssnämnda genom rörelserna, som voro vida mindre ryckvisa och i det hela långsammare. Vid anbringandet af en starkare förstoring fann jag snart att den skilde sig såväl från A. lynceus, som från de öfriga hittills beskrifna arterna af detta slägte. I en anmärkningsvärd punkt — ändciliernas antal — erinrade den om den af mig förut funna A. sedigita.

I afseende på kroppsformen öfverensstämmer den närmast med A. polystyla. Den är nemligen rundadt oval; venstra sidoranden (på figuren den högra, alldenstund djuret är tecknadt med ryggsidan uppåt) är nästan rät, högra deremot starkt convex. Den från det genomskinliga kantbrämet ("Randschwiele" Stein) — som intager nästan djurets hela omkrets med undantag af venstra sidoranden — ganska märkbart afsatta, kullriga ryggen har 3 snedt förlöpande längslister, af hvilka den närmast högra sidoranden belägna är längst. Någon snabel finnes alldeles icke vid venstra sidoranden, men bukplanet skjuter här ett stycke utom denna och utlöper baktill i en tydlig, bakåt och något uppåt riktad tagg. Den adorala ciliebågen är kort och tager — åtminstone för såvidt den består af något längre cilier — först sin början i venstra sidorandens midt. Bukcilierna äro såsom vanligt 7, grupperade såsom hos A. polystyla. Ändcilierna, som alla räcka något utom kroppens bakre kant, voro hos alla de undersökta exemplaren till antalet 6; de två yttersta till venster, genom ett litet mellanrum skilda från de öfriga, äro svagare än dessa. Den contractila vacuolen ligger nedanför ändciliernas insertionslinea och ung. i kroppens medellinea. Kroppens längd var ung. $0{,}_{05}$ mm.

Upptäckten af denna art vinner derigenom i intresse, att den visar, att tillökningen i antalet af ändcilierna — som annars inom så många slägten af de hypotricha infusionsdjuren så constant förekomma i femtal — hos A. sedigita ej var någon enstaka stående företeelse. I sjelfva verket visar sig dock denna afvikelse antydd redan hos A. polystyla, hos hvilken ändciliernas antal varierar från 10 till 12, således en fördubbling af 5 eller 6. Kanske kan den äfven häntyda på något mera, nemligen att antalet hos A. sedigita och hexeris äfven kan variera och nedstiga till det normala. Då jag endast fått undersöka ett fåtal individer, kan jag ej förneka

möjligheten häraf. Valet af artnamn skulle i så fall varit mindre lyckligt, men på den genom dessa antydda egendomlighet basera sig dock arterna sjelfva ingalunda uteslutande och de förblifva äfven denförutan såväl sinsemellan, som från de öfriga väl skilda arter.

Oxytricha velox. n. sp.
(Fig. 20—21).

Denna genom bukciliernas antal och gruppering från öfriga samslägtingar afvikande art fann jag på samma lokal som föregående. Den förekom ej så sällan, ehuru för hvarje gång blott i enstaka exemplar. I vatten, som fått stå blott några timmar öfver, lönade det aldrig mödan att söka den; för att finna den måste vattenprofvet granskas omedelbart efter sedan det blifvit upphemtadt. Dess undersökning är för öfrigt genom de ytterst snabba och ihållande rörelserna förenad med mer än vanliga svårigheter.

Den på ryggsidan hvälfda, på buksidan platta kroppen har en långdraget elliptisk form; högra sidoranden bildar en svag och jemn båge eller är stundom nästan rak, den venstra bildar deremot i midten en stark utbugtning, under det den upptill är mer eller mindre concav. Kroppens främre del synes härigenom mer eller mindre starkt böjd åt venster. Pannans rand, som genom ett trubbvinkligt hak är afsatt från högra sidoranden, bildar öfverst, vid sin förening med venstra sidoranden, en tydlig, ehuru ofta något afrundad vinkel. Främre kroppsändan får härigenom en karakteristisk form, som skiljer den från öfriga samslägtingar. Den bakre, småningom afsmalnande kroppsändan är bredt afrundad. Den adorala ciliebågen börjar ett stycke ned på högra sidoranden (i det nyssnämnde haket) och utgöres af temligen långa cilier. Peristomet, hvars ändpunkt faller ung. i kroppens medellinea, upptager åtminstone främsta tredjedelen. Parenchymet har vanligen en svag gulrödaktig färgton, förmodligen af de Bacillarier, hvaraf djuret hemtar sin föda. Esomoftast är det dock alldeles ofärgadt, särdeles är detta fallet med de mindre exemplaren. Kroppen är i hög grad flexil. Nuclei äro som vanligt tvenne, aflånga. Den contractila vacuolen — en bildning som annars lättast af alla faller i ögat — framträdde ej med tydlighet.

Öfver bukciliernas anordning dröjde det länge innan jag kunde komma på det rena. De äro temligen fina och bilda flera tättstående rader, hvilka under djurets rörelser slå så oupphörligt in i hvarandra att man har svårt att urskilja det verkliga antalet. I sjelfva verket finnas fem rader, af hvilka tre äro belägna till höger om peristomet och de två öfriga upphöra vid dettas nedre vinkel. Randcilierna, som

bilda den yttersta raden vid hvardera sidan, stå på afstånd från kroppens sidoränder, så att endast de nedersta med sina spetsar räcka utom dessa. På högra sidan om peristomet förlöpa vidare från främre till bakre kroppsändan tvenne tättstående rader af bukcilier, hvilka med sina spetsar vanligen äro riktade åt olika sidor. Randcilierna lemna vid bakre kroppsändan en lucka mellan sig, som upptages af de 5 ändcilierna, hvilka räcka temligen långt utom kroppen och vanligen föras böjda åt sidorna. De aftaga i styrka från höger till venster och fortsättas här uppåt omedelbart af ännu en inskjuten rad bukcilier, som slutar vid peristomvinkelen och som utgöres af något gröfre cilier än de öfriga. I sjelfva verket beror det alldeles på godtycke om man vill räkna 5 ändcilier, ty dessa öfvergå alldeles omärkligt i den nyssnämnda raden af bukcilier. Panncilierna äro såsom vanligt till antalet trenne.

Medelstora exemplar hade en längd af $0,_{11}$—$0,_{12}$ mm. Bredden — öfver kroppens midt — uppgick till $0,_{03}$ mm. Smärre exemplar, förmodligen nyss framgångna ur delning, hade en nästan regelbundet oval kroppsform och främre kroppsändan var icke märkbart vensterböjd.

Rörelserna äro, såsom redan anmärkt, ytterst oroliga. De visa emellertid — något som för öfrigt gäller om flere andra infusionsdjur — tvenne, såsom det synes i regelbunden följd vexlande perioder. Än ser man djuret långa stunderna simma omkring med sådan snabbhet och uthållighet, att man har ytterst svårt att bibehålla det inom synfältet. Aktgifver man på huru otaligt många gånger den under täckglaset utbredda vattendroppen på detta sätt i alla riktningar genomkorsas, så kan man ej betvifla att deras rörelseområde i det fria är ett jemförelsevis utomordentligt vidsträckt, något hvarpå deras enstaka förekomst äfven kan häntyda. — Efter någon tid blifva rörelserna långsammare och mindre ostadiga; den stannar för ett ögonblick vid några algtrådar eller dylikt och glider nu länge under slingrande och stötvisa rörelser fram och tillbaka ibland dessa. De adorala cilierna hvirfla härunder oupphörligt efter föda. Kroppen utsträckes eller förkortas och visar de smidigaste böjningar. Plötsligen skjuter den åter ut i fritt vatten och börjar på nytt sitt rastlösa fram- och tillbakasimmande.

Sätter man, då vattnet till en viss grad afdunstat, med ens en rikligare mängd vatten till, så sväller den från det mer eller mindre skrumpnade tillstånd, hvari den genom vattnets concentration blifvit försatt, plötsligen ut och parenchymets gulaktiga färgton försvinner nästan alldeles. Ofta brister den väl straxt derpå och flyter ut till en kornig massa tillfölje af den starka spänningen, men ej sällan händer att den blir oskadad och man kan då beqvämligare undersöka densamma, derföre att den nu, åtminstone i de första ögonblicken, endast rör sig med långsamhet. Kroppsformen

altereras emellertid härvid så betydligt, att methoden endast är användbar då det gäller att kontrollera hvad man förut kan hafva uppfångat beträffande ciliernas anordning.

Med afseende på denna öfverensstämmer ifrågavarande art blott med en enda af de förut beskrifna, den af CLAPARÈDE och LACHMANN vid Norska kusten iakttagna Oxytricha crassa (Études p. 147 Pl. 6 fig. 7). Äfven denna har, randcilierna inberäknade, fem rader bukcilier [1]). Kroppsformen är deremot så afvikande att jag svårligen kan anse dem för identiska. O. crassa är tjockare och plumpare; ryggen bildar en stor puckel och högra sidoranden har en långt starkare convexitet än den venstra. Främre kroppsändan har, efter figuren att döma, likaledes en annan form. O. velox är deremot en ganska gracil form, som vid första anblicken nästan mera påminner om en Uroleptus än en Oxytricha.

PERITRICHA.

Cothurnia maritima. EHRBG. p. 298 Taf. XXX fig. VIII. (Fig. 22).

Cothurnia maritima. STEIN Die Infus. p. 224 Taf. III fig. 35.
? *Cothurnia nodosa.* CLAP. & LACHM. Études p. 123 Pl. 3 fig. 4—5.
Vaginicola. DUJ. nec EHRBG.

På alger förekom i mängd en liten Cothurnia, hvilken jag hänför till C. maritima EHRBG, ehuru den med denna visar några olikheter, hvilka emellertid snarare utmärka en varietet än en särskild art. Såsom bekant, visa sig nemligen såväl hylsan som sjelfva djuret inom familjen Ophrydina temligen variabla i anseende till form och vidfästningssätt.

Den ständigt färglösa hylsan var vid den jemt afskurna mynningsranden smalast och hade vanligen nedom midten sin största bredd. Någon gång var den mera cylindrisk. Dess sidokonturer voro aldrig fullkomligt jemna utan visade på midten ett par mer eller mindre märkbara utbugtningar. Tvärringlad var den dock egentligen icke. Den uppbars af en stjelk, nästan hälften så lång som sjelfva hylsan, och som än var jemntjock, än nedåt afsmalnande. Den slutade med en skiflik förtjockning, medelst hvilken den var fästad vid algen. Vid dess föreningspunkt med klockan märktes äfven en dylik. Då den af påträngande föremål böjdes åt sidan, uppstodo på densamma fina tvärveck, annars var den alldeles glatt. Djuret, som likaledes var

[1]) Att O. crassa ej, såsom STEIN synes böjd att antaga, kan vara synonym med O. gibba, är häraf tydligt.

ofärgadt, hade en jemförelsevis plump form och var än klubblikt, än mera cylindriskt. Utsträckt räckte det endast föga utom hylsan. Ofta var det fästadt inuti denna medelst en särskild kort stjelk, som, äfven den, visade en liten knapplik förtjockning upptill. Parenchymet innehöll ofta ljusbrytande runda korn. Svalget var temligen långt. Den contractila vacuolen var belägen vid dettas undre eller buksida, något nedom den tillbakaslagna peristommynningen. STEIN placerar den vida längre ned och på svalgets ryggsida. De adorala cilierna voro ganska långa. Endast sällan förekommo tvenne djur i samma hylsa. Dennas längd, utom stjelken, uppgick till $0{,}_{04}$—$0{,}_{06}$ mm.

De hufvudsakligaste olikheterna med den vanliga formen, eller åtminstone med den af STEIN beskrifna (EHRENBERGS egen beskrifning är så flygtig att den härvid ej kan dragas till råd), bestå i stjelkens knapplika förtjockningar vid ändarna, ojemnheterna i hylsans väggar och den lilla stjelk, hvarmed ej sällan sjelfva djuret är försedt. Dessa egendomligheter återfinnas visserligen hos C. nodosa CLAPARÈDE och LACHMANN och den diagnos författarne till Études uppställa passar också fullkomligt in, men den bifogade figuren visar en hylsa med så skarpa och regelbundna "etranglements annulaires," som jag bland talrika exemplar aldrig iakttog dem. Att jag det oaktadt med frågetecken uppfört just den sistnämnda under synonymien har skett derföre, att den ofvanbeskrifna synes mig bilda en sammanbindningsled emellan C. nodosa och den vanliga formen af C. maritima, till hvilken jag likväl heldre hänfört densamma.

Scyphidia physarum. LACHM. Müllers Archiv 1856 p. 348 [1]). (Fig. 23).

Vorticella limacina ex parte. O. F. MÜLLER Animalc. Inf. p. 275 Tab. XXXVIII fig. 16.
Scyphidia physarum. CLAP. & LACHM. Études p. 116 Pl. 3 fig. 10—11.

På den i Östersjön förekommande formen af Neritina fluviatilis fann jag ganska allmänt en Scyphidia, som utan tvifvel är identisk med den annars på huden af Physa fontinalis förekommande arten. Jag har visserligen ej haft exemplar af sistnämnde snäcka till hands, men figuren i Études visar så stor öfverensstämmelse, att jag utan mycken tvekan har sammanfört dem.

I utsträckt tillstånd bildade kroppen en nästan regelbunden cylinder, blott var den på midten något tjockare. Kroppsytan var mycket fint och tätt tvärringlad.

[1]) I den såsom dissertation utgifna latinska originalafhandlingen ("de infusoriorum imprimis Vorticellinorum structura" p. 22) uttalar LACHMANN ännu tvekan huruvida Sc. physarum skall anses såsom en från Sc. limacina skild art.

Häftskifvan, hvars diameter städse öfversteg bakre kroppsändans, var tunn och blott i kanterna något förtjockad. Dess undre rand visade sig stundom grundt flikig. Då djuret utsträckte sig var väl peristomets kant bägarlikt utböjd, men ej omslagen utåt såsom hos Vorticella m. fl., måhända blott derföre att utsträckningen ej blef fullständig. Hvirfvelorganet räckte endast föga utom peristomet. På dess midt syntes, ehuru ej hos alla, en liten konisk tapp. Contractionerna egde alltid rum i sned riktning, åt ena sidan; gröfre tvärveck uppstodo dervid på kroppen.

De långa adorala cilierna bildade en temligen vid spiral. Den särdeles i sin nedre del vida vestibulum fortsättes af ett nedtill tillspetsadt svalg, som dermed bildar en trubbig vinkel. På svalgets buksida, just under den nämnda vinkelen, har den contractila vacuolen sin plats. Alltemellan syntes en spolformig vattenblåsa (på fig. vid *) lemna svalgets nedre ända och skjuta ett stycke ned i parenchymet. Nucleus en vanligen i kroppens midt belägen, oval eller bönformig kropp. Invid densamma en liten rund nucleolus? Parenchymet var alldeles hyalint, men i kroppens bakre del mer eller mindre uppfyldt af ljusbrytande fettdroppar. Här och der syntes äfven runda vattenblåsor. Storleken var ganska varierande; under det att det på Pl. afbildade contraherade individet höll $0,_{08}$ mm. i längd, öfverstego andra i utsträckt tillstånd föga detta mått.

Den andra arten, Sc. limacina, som förnämligast skall skilja sig genom sitt trånga peristom och hvirfvelorgan, såväl som genom sin tjockare häftskifva, har jag förgäfves eftersökt på Planorbisarter. O. F. Müllers Vorticella limacina omfattar sannolikt båda arterna eftersom han uppgifver sig hafva funnit den äfven på Bulla (Physa) fontinalis.

Trichodina baltica.

(Fig. 24—28).

Tillsammans med föregående förekom allmänt en Trichodina, som erbjöd åtskilliga olikheter med den på åtskilliga sötvattensdjur (fiskar, batrachier, musslor, Turbellarier, Hydra) förekommande Tr. pediculus, vare sig att den bör betraktas såsom en varietet eller såsom ett särskildt species, hvilket naturligtvis endast genom en noggrann jemförelse mellan individer från en mängd olika lokaliteter kan tillfullo afgöras. Den ofvan gifna speciesbenämningen kan således för närvarande endast hafva en provisorisk betydelse. Olikheterna beträffa förnämligast hornringens form eller närmare uttryckt, hakarnes längd och graden af deras krökning. Jag har efteråt noga undersökt den vanliga Tr. pediculus (från fenorna af Gasterosteus) och funnit att den i detta afseende icke visade några individuella variationer, åtminstone gäller

detta om individerna från samma lokalitet. Omedelbart har jag ej haft tillfälle att jemföra båda formerna med hvarandra.

Jag undersökte 40—50 exemplar af Neritina, hvilken i mängd förekom på stenarna i hafsstranden. Alla utan undantag herbergerade denna parasit i större eller mindre antal. På ett individ räknade jag öfver 30, på andra 10—15. En gång anträffades den äfven fritt i hafsvattnet [1]).

Kroppsformen är densamma som hos Tr. pediculus, d. v. s. djuret liknar, sedt ifrån sidan (fig. 27), en turban. Kroppen består nemligen af tvenne genom en ringformig insnöring mer eller mindre tydligt skilda afdelningar. Den nedre, vidare afdelningen bildar, då djuret är fullkomligt utsträckt, en kort cylinder; den öfre eller turbanens "kulle" visar sig än som en jemnt afrundad upphöjning, än är den mer eller mindre bucklig. Detta sistnämnde parti, som motsvarar kroppens främre del, kan till en del sänkas ned i det förra, likasom djuret för öfrigt i sin helhet genom contraction kan antaga temligen oregelbundna former. Starka insnöringar bildas då här och der öfver kroppen. Dödt och uppsväldt har djuret det utseende som fig. 26 utvisar. Stundom har dock det nedre partiet i detta tillstånd en nästan tunnlik form. Sedt ifrån någon af ändarna har djuret en cirkelrund form. Det undre planet (fig. 24) eller fotskifvan såsom man kan kalla den, emedan djuret, då det glider fram på ett fast underlag, alltid hvilar på denna, omgifves i sin rand af en frans långa och fina cilier, hvilken förmodligen typiskt motsvarar den ciliekrans som hos en fritt simmande Vorticella utvecklas i närheten af bakre kroppsändan, ehuru den hos Trichodina är en förblifvande bildning. Innanför denna ser man den hakbesatta "hornartade" ringen och den cirkulära, fint tvärstrierade membran, som insererar sig under denna. Membranen, som kan utbredas platt eller göras kupig, tyckes vara temligen tjock eftersom den i sin fria rand visar en tydlig dubbel kontur. De långa och svagt krökta hakarna på ringens yttersida voro till antalet vanligen 24—25; någongång räknade jag ända till 30. På ringens inre sida sitter ett motsvarande antal långa och raka taggar, som äro blekare än ringen och hakarna, hvilka i likhet med membranen hafva en gulaktig färgton. Hos Tr. pediculus äro dessa taggar kortare och krökta, liksom äfven de yttre hakarna syntes mig märkbart krokigare (de bilda med ringens ytterkant eller med basalstycket en vinkel som är något mindre än en rät). I spetsen äro dessa sednare uppåt — eller om djuret tänkes hvila på fotskifvan, nedåt — krökta. På den egentliga sammansättningen af

[1]) Rottrådarna af Lemna, från vatten hvari Gasterosteus fans, har jag stundom funnit alldeles fullsatta med Trichodina pediculus.

denna complicerade apparat inlåter sig hvarken STEIN eller BUSCH, som beskrifvit och afbildat den sistnämnde arten [1]), närmare. I en viss belysning gaf den hos ifrågavarande art den bild som blifvit återgifven i fig. 28, d. v. s. de yttre hakarna syntes ej såsom en omedelbar fortsättning af ringen, utan deras basaldel var skarpt begränsad från denna. Sjelfva ringen hade det utseende som om den vore starkt vriden, hvarigenom dess inre rand också syntes vågig. Om detta åter uttrycker dess verkliga sammansättning blir en annan fråga. Hos Tr. pediculus har jag nemligen sedermera flera gånger med största klarhet på lösbrutna stycken af ringen fått den bild som fig. 29 återgifver. Låter man djuren qvarligga en eller annan dag under täckglaset och blott sörjer för att vattnet ej fördunstar, så får man ofta ringen isolerad, hvilket sällan fullständigt lyckas blott genom sönderpressning och skafning, eller till och med söndergången i större eller mindre stycken. Dessa stycken utlöpa beständigt i ena ändan i en mycket spetsig vinkel, i den andra visa de en öppning af motsvarande form. Det ser således ut som om apparaten vore sammansatt af ett antal i hvarandra inkilade och medelst mjukare sarcode sammanlimmade V-formiga stycken, hvilkas båda armar utlöpa i en vinkelformigt krökt hake. Också har jag mer än en gång påträffat sådana baktill spetsiga, framtill öppna stycken, hvilka omfattade blott ett enda hakpar. Detta ringens sönderfallande på ett ständigt sig lika förblifvande sätt måste ju i hvarje fall vara ett uttryck för bestämda structurförhållanden.

Närmare djurets kullriga, främre eller öfre ända befinner sig den platta adorala ciliespiralen, som står i den ofvannämnde insnöringens ytterkant. Ser man djuret ifrån sidan, så visar den sig som en sjelfva gränslinien emellan fram- och bakkroppen beledsagande rad af cilier, hvilka äro kortare och tjockare än fotskifvans cilier och röras på ett annat sätt. De slå nemligen långsammare och med mera kraft, liksom taktmessigt upp och ned. Från öfre sidan har man svårare att öfverblicka hela spiralen, men stundom lyckas dock detta på individer, som långsamt rotera på ett ställe. Man kan då alltefter som cilievågen fortskrider särdeles vackert följa hela spiralens förlopp och derigenom lära sig att återfinna den äfven på individer, som ligga fullkomligt orörliga, och der de uppåt sträckta cilierna endast visa sig som fina punkter. På ena sidan, der djurets periferi visar en utbugtning, nedstiger spiralen ett stycke på bakkroppen och för in i den likaledes spiralformigt inrullade munnen (vestibulum? fig. 27) och det temligen långa och krökta, snedt nedåt förlöpande sval-

[1]) Den förre i Entw. d. Inf. p. 175 Taf. VI fig. 54—56; den sednare i MÜLLERS Archiv 1855 p. 357 Taf. XIV. BUSCHS figurer äro mycket schematiska, beskrifningen innehåller åtskilliga vigtiga tillägg och beriktiganden till STEINS.

get, in i hvilket de allt finare blifna cilierna fortsätta sig. Svalgets utsträckning iakttager man bäst från öfre sidan, emedan underifrån ringen och membranen fördunkla bilden. Den contractila vacuolen är belägen ung. i jemnhöjd med svalgets ändpunkt. Underifrån synes den innanför hornringen, således är den belägen temligen nära längdaxeln. Dess contractioner gingo utåt mot periferien. Nucleus framträder vid tillsats af ättiksyra som en hästskoformigt krökt sträng tätt ofvanför hornringen. — Storleken (= fotskifvans diameter) varierade mellan $0,_{043}$ och $0,_{06}$ mm. Delning iakttog jag icke.

Den buckliga kullen var alltid uppfyld af en mängd temligen stora, runda eller aflånga korn af gulaktig färg, för öfrigt var parenchymet genomskinligt. Rörelserna syntes mig mindre snabba och oroliga än hos Tr. pediculus. Längs med randen af tillfälligt uppkomna luftblåsor glider den gerna fram och tillbaka i brist på annat fast underlag. Liksom fria Vorticeller simmar den baklänges, med fotskifvan förut. — De flesta lågo vanligen från början orörliga och antogo ett grumligt ogenomskinligt utseende. Andra svälde betydligt upp och blefvo nästan vattenklara. Mot reagentier (ättiksyra, jodtinctur) visa de sig mycket resistenta.

Jag begagnar här tillfället att göra en rättelse till mitt sist publicerade "Bidrag" (Årsskriftens IV Tom). Det derstädes p. 23 under namn af Metopides contorta beskrifna infusionsdjur är, såsom jag finner af STEINS Org. d. Infus. II afdeln., hvilken icke blef mig tillgänglig förr än nämnde uppsats redan var färdigtryckt, otvifvelaktigt en under slägtet Metopus CLAP. och LACHM., hörande art. Då den äfven i Lunds omgifningar sparsamt förekommande Metopus sigmoides ännu ej var mig bekant, kunde jag, så som den af nämnde författare blifvit beskrifven och afbildad, i densamma svårligen igenkänna en samslägting till den vid Warberg funna marina formen [1]). Särskildt kunde jag ej föreställa mig att så öfvade iakttagare förbisett den så väl utvecklade adorala ciliefransen och caudalborsten. Ej heller fann jag någonsin kroppen S-formigt krökt såsom den i Études framstäldes. Dessa olikheter syntes mig nog vigtiga för att rättfärdiga uppställandet af ett särskildt genus, hvilket emellertid nu måste bortfalla. Då man af STEINS framställning finner hvilka formvexlingar M. sigmoides — som jag sjelf blott iakttagit i smärre individer — företer, så kan man blifva tveksam om huruvida det här ens kan blifva fråga om en art-

---

[1]) Ej bättre har det gått EBERHARD i det han (STEIN, II p. 329) beskrifvit Metopus sigmoides såsom ny under namn af Strombidium polymorphum.

skilnad, helst som M. sigmoides äfven blifvit funnen i Östersjön vid Wismar. Några omständigheter föranleda mig likväl att tillsvidare upprätthålla M. contortus såsom särskild art. Alla de af mig undersökta individerna voro fullkomligt öfverensstämmande till kroppsform. Den bibehöll sig en hel månad i skämdt hafsvatten, så att jag från och till hade lägenhet att iakttaga den. Bland de tre hufvudformer som STEIN uppställer af M. sigmoides finner den tydligen sin motsvarighet i den "normala" (Taf. XVI fig. 5—8); den "förkortade" och den "afrullade" iakttog jag aldrig. Men äfven med den förstnämnda visar den nog märkbar olikhet, i det att kroppen bakåt ej afsmalnar, utan är bredt afrundad. Den contractila vacuolen ligger mera aflägsnad från bakre kroppsändan och den mörka fläcken nära främre ändan saknades beständigt; af större vigt är dock att bakre kroppsändan constant var försedd med blott tvenne, temligen långa och styfva borst under det att M. sigmoides visar ett vida större antal finare och kortare. Parenchymet hade ständigt en svagt gulaktig färg. — I tydningen af organisationsförhållandena har jag såtillvida begått ett misstag, som jag ansett "ciliebandets" nedre skarpa randlinea för peristomets venstra sidorand och derigenom placerat de adorala cilierna i det smala peristomets öfre rand i stället för i den nedre; för öfrigt har djurets byggnad blifvit rätt uppfattad [1]).

Jag bifogar här till slut en förteckning öfver samtliga de af mig iakttagna infusoria ciliata, hvilkas bestämning antingen kan anses för fullkomligt tillförlitlig eller der i ett och annat tvifvelaktigt fall de i föregående Bidrag publicerade beskrifningar och figurer kunna gifva tillräcklig ledning för igenkännandet. Former, som blott anträffats i ett eller annat individ, hafva i allmänhet blifvit uteslutna. Undersökningsfältet omfattar blott trenne, temligen vidt åtskilda lokaliteter, neml. Lund, Warberg och Wisby. På de båda sistnämnde ställena hafva — med ett eller annat, särskildt anmärkt undantag — endast de i salt vatten förekommande formerna blifvit undersökta. Naturligtvis kan denna förteckning — ehuru ett resultat af ganska trägna undersökningar — ej göra något anspråk på fullständighet, aldra minst gäller väl detta om afdelningen Peritricha. Hithörande infusionsdjur äro visserligen lättare tillgängliga för undersökningen än de fleste andra, men erbjuda i stället så mycket större svårigheter vid särskiljandet af de talrika formerna. De högst intressanta parasitiska infusorierna erbjuda likaledes ännu ett vidt fält för undersökningen, hvilket jag hoppas, i den mån som andra studier dertill lemna mig ledighet, framdeles kunna få bearbeta.

---

[1]) Jag bör anmärka att CLAPARÈDE-LACHMANNS Études först efter undersökningarnas afslutande blefvo mig tillgängliga.

I. HOLOTRICHA.

Fam. **Opalinina** [1]).

Opalina ranarum. Bidrag I p. 42. Lund. I tarmen af Rana temporaria.
Opalina (?) mytili. II p. 4. Warberg. I Mytilus edulis.
Opalina armata. I p. 43. Lund. I tarmen af daggmaskar.
Opalina lumbrici. I p. 44. Lund. Tillsammans med föregående.

Fam. **Trachelina.**

Dileptus anser. I. p. 44. III p. 4. Lund.
Loxophyllum meleagris. I p. 45. Lund [2]).
Loxophyllum setigerum. II p. 6. Warberg.
Loxophyllum (Amphileptus) fasciola. Lund.
Loxophyllum rostratum. II p. 7. Warberg.
Loxodes rostrum. I p. 51. Lund.

Fam. **Enchelina.**

Trachelocerca phoenicopterus. II p. 13. Warberg.
Trachelocerca (?) tenuicollis. II p. 14. Warberg.
Lagynus lævis. II p. 12. Warberg.
Phialina vermicularis. Lund.
Lacrymaria olor. I p. 45. Lund.
Lacrymaria lagenula. II p. 9. Warberg.
Lacrymaria versatilis. II p. 10. Warberg.
Chænea vorax. II p. 15. Warberg.
Coleps hirtus. I. p. 46. Lund, Wisby (i sött vatten).
Holophrya tarda. III p. 8. Wisby.
Holophrya brunnea. I p. 46. Lund.
Prorodon marinus. II p. 17. Warberg, Wisby.

Fam. **Paramecina.**

Paramecium aurelia. I p. 47. Lund, Warberg, Wisby.
Paramecium bursaria. I p. 49. Lund.

---

[1]) STEIN har i Sitzungsb. d. Böhmischen Ges. d. Wiss. 1860 delat Opalina i 4 särskilda genera. Då dessa handlingar ej varit att tillgå, hafva de äldre benämningarna här måst bibehållas.

[1]) De många nuclei hos denna art hafva (l. c.) oriktigt blifvit beskrifna såsom fettkulor.

Paramecium colpoda. I p. 48. Lund.
Paramecium (?) cucullio. II p. 18. Warberg.
Colpoda cucullus. I p. 47. Lund.
Ptychostomum Paludinarum. Lund. I tarmen af Paludina impura.
Conchophthirus Steenstrupii. III p. 11. Wisby. På Succinea Pfeifferi.

Fam. **Cinetochilina.**

Panophrys (?) fusca. III p. 9. Wisby.
Ophryoglena atra. Lund.
Uronema marina. III p. 17. Wisby.
Cyclidium glaucoma. I p. 49. Lund.
Pleuronema chrysalis. I p. 50, II p. 19. Lund, Warberg, Wisby.
Pleuronema citrullus. II p. 22. Warberg.
Glaucoma scintillans. I p. 50. Lund.
Lembus velifer. III p. 13. Wisby.
Lembus pusillus. III p. 16. Wisby.

II. HETEROTRICHA.

Fam. **Bursarina.**

Plagiotoma lumbrici. I p. 52. Lund. I tarmen af daggmaskar.
Metopus sigmoides. Lund.
Metopus contortus. II p. 23, III p. 27. Warberg.
Nyctotherus cordiformis. I p. 53. Lund. I tarmen af Rana temporaria.

Fam. **Stentorina.**

Stentor coeruleus. I. p. 54. Lund.
Stentor polymorphus. I p. 54. Lund [1]).
Stentor Roeselii. Lund.

Fam. **Spirostomea.**

Climacostomum virens. I p. 52. Lund [2]).
Spirostomum ambiguum. I p. 54. Lund.
Spirostomum teres. Wisby.

---

[1]) Stentor Mülleri, I p. 54, är blott en färglös form af St. polymorphus.
[2]) Orätt bestämd såsom Bursaria truncatella.

Blepharisma lateritia. Lund.
Condylostoma patens. II p. 24. Warberg.

III. HYPOTRICHA.

Fam. **Clamydodonta.**

Chilodon cucullulus. I p. 55. Lund, Warberg, Wisby.
Clamydodon Mnemosyne. II p. 27. Warberg.
Scaphidiodon navicula. Wisby.

Fam. **Erviliina.**

Ervilia monostyla. II p. 30. Warberg, Wisby.

Fam. **Aspidiscina.**

Aspidisca costata. I p. 55. Lund.
Aspidisca lynceus. I p. 55. Lund, Warberg, Wisby.
Aspidisca lyncaster. II p. 31. Warberg.
Aspidisca sedigita. II p. 30. Warberg.
Aspidisca hexeris. III p. 19. Wisby.
Aspidisca polystyla. II p. 31. Warberg.

Fam. **Euplotina.**

Euplotes patella. I p. 56. Lund.
Euplotes charon. I p. 56. Lund, Wisby.
,, ,, *forma maritima.* II p. 37. Warberg.
Styloplotes norwegicus. II p. 33. Warberg.
Uronychia transfuga. II p. 32. Warberg, Wisby.

Fam. **Oxytrichina.**

Urostyla grandis. I p. 59. Lund.
Mitra radiosa. II p. 41. Warberg [1]).
Actinotricha saltans. II p. 40. Warberg.
Stichotricha secunda. I p. 58. Lund.

---

[1]) Från Epiclintes auricularis, Stein (Org. d. Inf. II p. 150), hvilken den i kroppsformen rätt mycket liknar, skiljer sig Mitra vid första ögonkastet genom de till 5 styfva och långa utstrålande taggar omgestaltade främre adorala cilierna. Så länge dock ej bukciliernas anordning blifvit fullständigt utredd, låter sig dess ställning till Epiclintes ej närmare angifva, om det ock synes osannolikt att de skulle kunna generiskt sammanfalla.

Stichotricha marina? II p. 40. Warberg.
Uroleptus musculus. I p. 58. Lund.
Uroleptus piscis. I p. 58. Lund [1]), Wisby (i sött vatten).
Stylonychia mytilus. I p. 56. Lund, Warberg.
Stylonychia pustulata. I p. 57. Lund, Wisby.
Stylonychia similis. II p. 38. Warberg.
Stylonychia histrio. I p. 57. Lund.
Oxytricha pellionella. I p. 58. Lund.
Oxytricha affinis. I p. 59. Lund.
Oxytricha ferruginea. I p. 59. Lund, Wisby.
Oxytricha fallax. I p. 59. Lund.
Oxytricha platystoma. Lund [2]).
Oxytricha gibba. II p. 40. Warberg, Wisby.
Oxytricha rubra. II p. 39. Warberg.
Oxytricha velox. III p. 20. Wisby.

IV. PERITRICHA.

Fam. **Halterina.**

Halteria grandinella. I p. 63. Lund.
Strombidium turbo. Lund.

Fam. **Cyclodinea.**

Acarella Siro [3]). Warberg, Wisby.
Urocentrum turbo. Lund.

Fam. **Urceolarina.**

Trichodina pediculus. I p. 62. Lund. På Gasterosteus m. fl.
Trichodina baltica. III p. 24. Wisby. På Neritina fluviatilis från Östersjön.

Fam. **Vorticellina.**

Scyphidia physarum. III p. 23. Wisby. På Neritina fluviatilis.

---

[1]) På en lokalitet fann jag parenchymet hos denna art constant uppfyldt af chlorophyll så att den syntes alldeles grön.

[2]) Blott en enda gång har jag iakttagit denna art, ehuru då i temligt antal.

[3]) Cohn Zeitschr. wiss. Zool. 16 Bd. p. 293. Står nära eller är möjligen identisk med Mesodinium acarus Stein (Org. d. Inf. II p. 148).

Vorticella microstoma. I p. 60. Lund, Wisby.
Vorticella nebulifera. Lund.
Vorticella convallaria. Lund.
Zoothamnium affine. II p. 44. Warberg, Wisby.
Epistylis anastatica. Lund. På Cyclops.
Epistylis plicatilis. I p. 61. Lund.
Opercularia articulata. I p. 61. Lund.

Fam. **Ophrydina.**

Vaginicola crystallina. I p. 62. Lund.
" " *forma maritima.* II p. 43. Warberg.
Cothurnia maritima. III p. 22. Wisby.

Tillägg till Fam. **Trachelina:**

Trachelius ovum. Lund.

Till Fam. **Oxytrichina:**

Efter att föregående ark redan blifvit färdigtryckta, har jag på äggklumparna af Limnæa (Juni 1870) funnit ett infusionsdjur, som sannolikt är identiskt med den af Ehrenberg i grod- och snäckrom iakttagna *Uroleptus hospes* (pag. 359 Taf. XL fig. III), hvilken sedan icke blifvit återfunnen. Som planchen redan är färdiggraverad, kan jag ej nu meddela någon figur, utan måste inskränka mig till en kort beskrifning. Nämnde infusionsdjur har en extensil och flexil, trind och stundom liksom uppblåst kropp, som än är mera cylindrisk, än på midten tjockare och baktill starkt afsmalnande. I bakre ändan utlöper den alltid i en något aftrubbad spets. Det temligen smala men djupa peristomet intager ung. kroppens främsta tredjedel. Den breda och halfmånformiga öfverläppen är starkt afsatt från kroppen. Till höger fortsätter den sig ned mot peristomvinkeln i en tydligt markerad linea, såsom hos Oxytricha ferruginea och mystacea. På det sålunda begränsade pannfältet stå åtminstone 8 (kanske ännu flera) panncilier. De adorala cilierna äro jemförelsevis korta, de främre utgå från öfverläppens öfre sida. Öfver buksidan förlöpa trenne sneda cilierader, hvaraf tvenne till höger om peristomet; den mellersta representerar de egentliga bukcilierna — ovanligt nog inskränkta till en enda rad — de båda andra randcilierna. Kroppen synes liksom svagt vriden åt höger, ty högra sidans randcilier slå sig upptill om ett stycke på ryggsidan; nedtill är förhållandet detsamma med venstra sidans. I bakre kroppsändan stå trenne långa och grofva cilier, hvilka oftast föras starkt böjda åt höger. Nuclei 2, ovala; contractil vacuol såsom vanligt belägen till venster om peristomet ung. i jemnhöjd med peristomvinkeln. Storleken $0,_{09}$—$0,_{12}$ mm. Rörelserna föga snabba, under oupphörlig rotation, som mycket försvårar undersökningen.

Ehrenbergs figurer återgifva rätt igenkänneligt djurets allmänna form likasom peristomets form och läge. I detaljerna råder deremot mycken ofullständighet. De

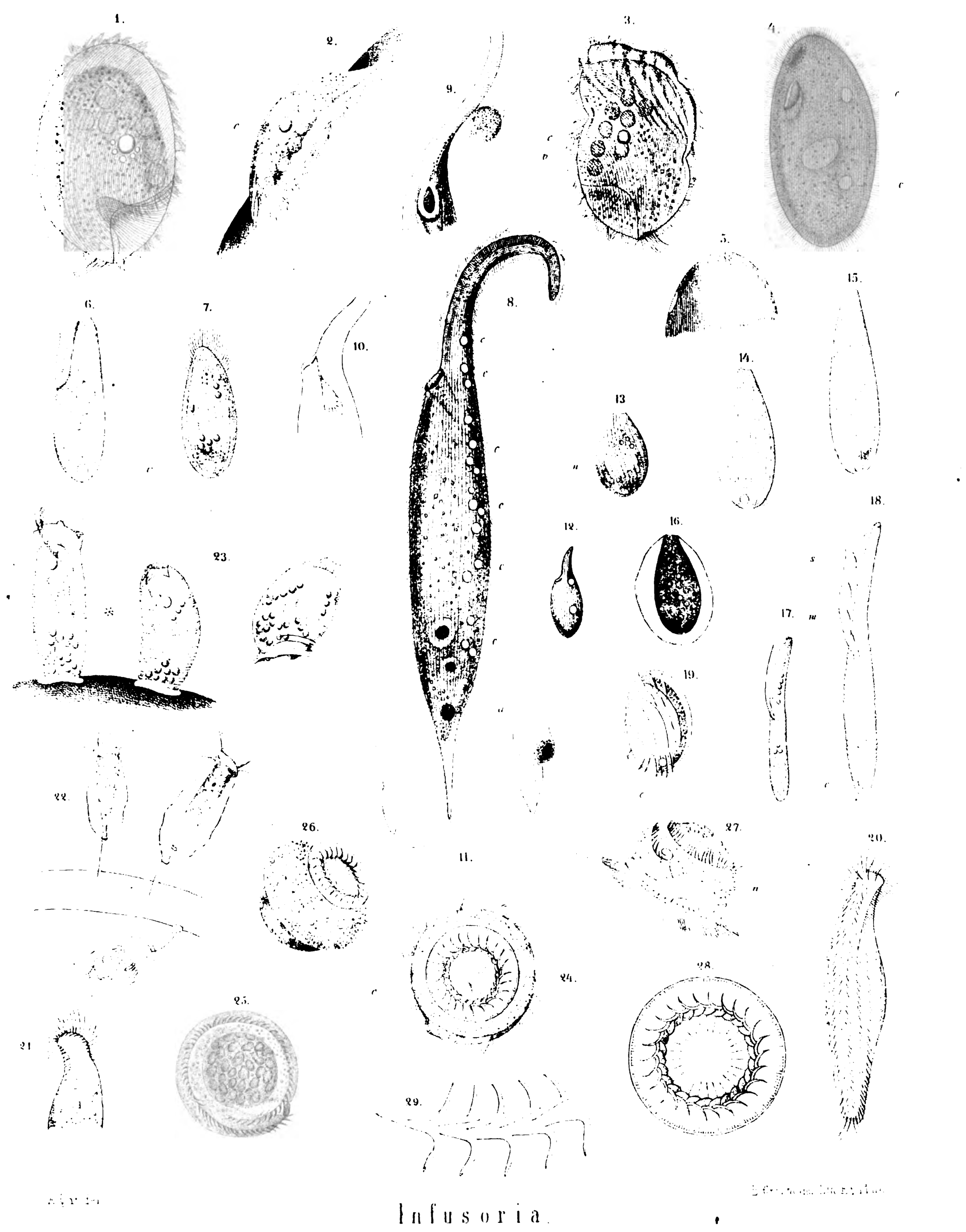
långa ändcilierna hafva blifvit uppfattade såsom sjelfva den svanslikt förlängda kroppsändan ("cauda styliformis acuta"). Att EHRENBERG tillskrifver den 8—10 längsrader cilier på hvardera kroppsidan betyder alldeles intet, enär han äfven tilldelar U. musculus ett lika antal.

Ofvanstående art afviker såväl till byggnad som rörelsesätt så mycket från öfriga arter af slägtet Uroleptus att den rättast bör bilda ett särskildt genus, helst som den derjemte skiljer sig från öfriga infusoria hypotricha derigenom att den skarpa motsättningen mellan buk- och ryggsidan här försvunnit och kroppen blifvit fullkomligt trind.

Förklaring öfver Figurerna.

Förstoringen $^{300}/_1$ (undant. fig. 6, 7, 18, 28, 29, för hvilka förstoringen blifvit betydligt ökad). Bokstafven *n* utmärker nucleus, *c* contractil vacuol. Öfriga beteckningar förklaras i sjelfva texten.

Fig. 1. *Conchophthirus Steenstrupii*, sedd ofvanifrån.
,, 2. Densamma från sidan.
,, 3. Densamma underifrån.
,, 4. *Panophrys (?) fusca* n. sp. från buksidan.
,, 5. Främre delen af densamma mera från sidan och med otydligare fläck.
,, 6. *Lembus pusillus* n. sp.
,, 7. *Uronema marina.*
,, 8. *Dileptus anser*, utsträckt och simmande.
,, 9—11. Detaljer till densamma (vid 9 en *Halteria grandinella* sönderflytande efter beröringen med snabelranden).
,, 12. Ungt individ af densamma.
,, 13. *Holophrya tarda* n. sp. något contraherad.
,, 14—15. Densamma i olika grad af utsträckning.
,, 16. Densamma efter inverkan af ättiksyra.
,, 17—18. *Lembus velifer.*
,, 19. *Aspidisca hexeris* n. sp. sedd från ryggsidan med genomskimrande buk- och ändcilier.
,, 20. *Oxytricha velox* n. sp. från undre sidan.
,, 21. Främre delen af densamma från ryggsidan.
,, 22. *Cothurnia maritima.* Det contraherade individet har utvecklat en ciliekrans nedanför kroppens midt.
,, 23. *Scyphidia physarum*, 2 exemplar fastsittande på huden af Neritina fluviatilis, bredvid ett lossnadt och contraheradt individ.
,, 24. *Trichodina baltica* n. sp. sedd ifrån fotskifvan.
,, 25. Densamma sedd ofvanifrån.
,, 26. Ett dödt och uppsväldt individ underifrån och något från sidan.
,, 27. Densamma sedd ifrån sidan, glidande längs randen af en luftblåsa.
,, 28. Hornringen och membranen af densamma. (Hakarnas krökning har i lithografien ej blifvit fullt noggrant återgifven och ringen har blifvit något för tjock).
,, 29. *Trichodina pediculus*, ett stycke af den isolerade och söndergångna hornringen.



Infusoria.

Nova genera parasitantia Copepodorum et Platyelminthium.

(c. Tab.)

Scripsit D:r P. OLSSON.

A. Crustacea Copepoda.

1. ENALCYONIUM n. g.

Corpus (feminæ) elongatum, segmentis nullis vel (in adultis) minus distinctis. Antennæ anteriores fere triarticulatæ, articulo ultimo elongato, subulato. Rostrum nullum. *Maxillipedum triarticulatorum* duo paria adsunt, nec non apud juniores rudimenta pedum abdominalium. Appendices caudales *juniorum trifurcæ,* adultarum indivisæ, crassæ.

Genus *Lamippæ* proximum, Chondracanthidarum familiæ ut videtur adnumerandum.

1. **Enalcyonium rubicundum** n. sp. *statu juvenili:* teres, fusiforme, intus globulis minianis repletum, segmentis nullis. Appendix caudalis utraque trifurca, ramis fere æqualibus longissimis. Longit. ad 1^{mm}, latit. $^{1}/_{4}{}^{mm}$ (fig. 1, 2).

Statu (magis) evoluto: annulatum, majus, antennis et maxillipedibus minoribus. Appendices caudales conicæ, vix piliferæ. Long. $1,6^{mm}$ (fig. 3).

Habitaculum: in *Alcyonio digitato* specimina juvenilia plurima, adultiora pauca, ad Wäderöarne maris Bahusiæ æstate anni 1869 collegi.

Animalcula in polypo carnoso habitantia mucum corporis audacter et assidue edebant, adultiora minus vivida videbantur. Animal pellucidum, sed globi abdominis, residua nisi fallor vitelli neque ovula, pulchre colorati. Oculi nulli. *Antennæ* anteriores setigeræ saltem triarticulatæ, articulo ultimo juniorum ceteros longitudine æquante; posteriores 5-articulatæ, articulo basali brevi, mediis elongatis, apicali in unguem brevem mutato. *Oris* labia parum prominentia. *Maxillipedes* utriusque paris conformes, longe ante medium corpus, uterque antice palpo subulato, postice

seta, apice ramis sive unguibus duobus munitus. *Pedes* abdominales postici, perminuti. Cauda specim. juniorum obscure biarticulata, utrinque setis duabus brevioribus.

2. LAMIPPE Bruzelius.

Corpus (feminæ) segmentis nullis. Antennæ ant. triarticulatæ, articulo ultimo (in adultis) brevissimo. Rostrum nullum. Maxillipedes quattuor *inarticulati*, nisi ungues anteriorum distincti sunt. Appendices caudales juniorum *quadrispinosæ*.

1. **Lamippe rubra** Bruz. *statu magis evoluto:* ovata, appendicibus caudalibus nullis vel minutis. Longit. 1 $^1/_2$^{mm} (fig. 4, 5).

Habit.: in cavitate *Pennatulæ rubræ* ad Lindö Bahusiæ borealis specim. novem collegi.

Descriptionem hujus speciei a Bruzelio datam (in Öfvers. K. Vetensk. Akad. Förh. 1858, 181 Tab. IV) ad manum non habeo, sed ex figura, quam memoria teneo, specimina juvenilia eum habuisse, concludo. Hæc enim corpore magis elongato graciliore et appendicibus majoribus a speciminibus quæ vidi differt; specimina autem a me collecta aut nullis appendicibus caudalibus distincta sunt (ut in fig. 4), aut minutis, simplicibus vel parum divisis (fig. 6), quo igitur evolutionis modo hoc genus cum præcedente congruit, neque minus antennis utriusque paris. Antennæ anteriores brevissimæ, obtusæ. Rostrum nullum sed labia distincta, intra quæ stylum prominentem (mandibulum?) utrinque subtilissime serratum vidi. Maxillipedes præsertim numero articulorum et palpis setisve nullis a maxillipedibus præcedentis differunt. Pedes abdominales non reperi.

B. Platyelminthes.

3. MACRASPIS [1]) n. g.

Corpus elongatum; scutum ventrale longissimum, septis transversis plurimis et una serie loculorum intermediorum insigne. Os in apice colli.

Genus inter Trematoda numerandum *Aspigodasteri* affine mihi videtur.

1. **Macraspis elegans** n. sp.: subcylindricum sed collo graciliore et marginibus scuti elevatis. Areæ scuti interseptales profunde concavæ, subhexagonales, latiores quam longiores. Long. ad 20^{mm}, crassit. ad 1 $^1/_8$^{mm} (fig. 7—12).

Confer commentationem meam (Berättelse om en zool. resa etc.) in Öfvers. K. Vetensk. Akad. Förhandl. 1868 p. 478.

---

[1]) *Μακρά ἀσπίς.*

Habitat in vesicula fellea *Chimæræ monstrosæ:* novem specimina in duobus inter quattuor pisces perquisitos in parte occidentali maris Skagerrack mense Augusto anni 1868 reperi.

Animal, figura corporis annulatis haud dissimile, in felle pigre fluido luteo habitans, tamen pulchre coloratum, album, exceptis vasis duobus longitudinalibus et septis scuti saturate roseis. Specimina minora rufescentia. Motus parum vehementes sive in felle sive in aqua; collum cum ore aperto magno movetur, scutum autem ventrale adhiberi non vidi neque tamen dubito, propter fabricam optimam, quin hujus instrumenti vis sit in animali figendo. Scutum faciem exteriorem corporis curvati tegens, lineare, corpus latitudine æquans, apice anteriore rotundatum postice plerumque attenuatum et crebrioribus jugis transversis sive potius lamellis ornatum. A latere scutum crenatum videtur propter margines lamellarum supra margines laterales ipsius scuti exstantes. Collum, i. e. pars antica scuto orbata, cylindricum plerumque curvatum, ita ut os magnum ad scutum ventrale vergat. Specimina juvenilia collo, ratione corporis habita, longiore gaudent. Pars postica scuto orbata brevissima conica (cfr. *Aspidogasterem limacoidem* Diesing in Medicin. Jahrb. d. k. Österreich. Staats VII (1834) p. 420 seq. c. Tab.). Ovula fulva, oblonga (longit. $0,12^{mm}$, lat circ. $0,05^{mm}$) magnam partem corporis implent, neque tamen collum, nec postrema. Orificium uteri, sine dubio ad basin colli situm, reperire non potui. Hoc loco corpus situm est globosum, fortasse pharynx. Si ab ore longitudinem colli quater sumas, aliud corpus invenies, majus et habitu testem referens. Ad latus utrumque scuti vas magnum, materiam granulosam rubram continens, paullo ante "testem" apicem rotundatum non dilatatum præbens, postice attenuatum, ante caudam desinens. Utrum crura tractus intestini an vasa excretoria sint, difficile est dijudicare, injectione nulla facta, illud probabilius mihi videtur.

Specimina spiritu vini asservata figuram tenent, non ita colorem; in scuto enim ventrali nihil rosei restat. Longit. specim. minimi 3^{mm}, maximi 18^{mm}.

4. MICROBOTHRIUM [1]) n. g.

Corpus planum, postice bothrio minimo longitudinali lanceolato. inermi. Crura intestini ramos extrorsum emittentia.

Genus inter Trematodorum familiam *Tristomidea* numerandum a notis generibus ejusdem admodum differt.

---

[1]) *Μικρόν βόθριον.*

1. **Microbothrium apiculatum** n. sp. Oblongum postice tamen apiculatum, album, satis translucidum et tenax. Os paullo pone apicem. Longit. 2—3^{mm} (fig. 13).

Conf. commentat. meam citat. p. 480, 2).

Habit. supra dorsum *Acanthiæ vulgaris* rarius: in tribus inter triginta pisces examinatos 11 specimina in mari Skagerrack mense Augusto collegi.

Animal subsidio bothrii minimi haud prominentis arcte erat affixum. Solutum plus minus se involvit, in spiritu figuram et pelluciditatem plerumque servat. Pone os corpus magnum ellipticum, haud scio an pharynx, etsi colore dilute brunneo distinctum. Crura cum ramis numerosis tractus intestini dorso propiora, angusta, pellucida (tamquam aquam limpidam continerent), pone medium corpus sensim inter se appropinquant sicut in *Octobothrio*. Glandulæ vitelligenæ parvæ sed numerosæ, brunneo-lutescentes, secundum latus utrumque corporis et pone testem sitæ apices non attingunt, juxta autem pharyngem greges parvi conspiciuntur. Intra glandulas ductus vitelliferi longitudinales, quorum mediæ partes in vesiculas dilatatæ. In media fere parte animalis corpus globosum maximum, colore griseo-albescens, intus globulis repletum, quod testem puto; ad hujus marginem anteriorem sed lateri dextro propius alterum multo minus et colore obscuriore, quod ovarium (germigenum) habeo. Paullo ante fortasse alter testis, sed sine dubio penis cum vesicula seminali, id quod imprimis colore brunnescente intelligitur. Ovula perspicua sed contra ovarium corpus oblongum colore distinctum, ootypo *Phyllines* simile. Pone pharyngem ad utrumque latus sæpe area orbicularis pellucida conspicitur, vesiculæ canalis excretorii *Phyllines* loco et habitu similis; semel intus materiam granulosam vidi.

2. **Microbothrium** (?) **fragile** n. sp. Ovale, album, parum translucidum, molle, fragile. Bothrium nullum vidi. Longit. ad 8^{mm}.

Conf. commentat. modo citat. p. 481.

Habit. supra dorsum *Rajæ Batidis:* in Storeggen extra oram occidentalem Norvegiæ semel, in Skagerrack occidentali quinquies hunc parasitum mense Augusto offendi et ultra 70 specimina collegi.

Animal ulterius inquirendum et vivum subsidio miscroscopii et cultelli examinandum; in navi piscatoria lente simplici tantum uti potui, nec ullo modo vitam animalis servare, donec terram firmam intrabam. Interim quamquam bothrium reperire non potui, hanc speciem in genere Microbothrii posui, quum victu cum præcedente congruat et locus albedine distinctus in extremitate altera animalis viventis sub lente cernatur. Hac extremitate, quæ ut in specie præcedente magis erat acuta et caput piscis spectabat, tam arcte affixum erat animal, ut difficile avelleretur. Ibidem vas translucidum medianum per dimidium fere corpus ductum. In partibus

lateralibus adultorum lineæ numerosæ obliquæ demum (in mortuis situ naturali servatis muco oblitis) roseæ, veri similiter series glandularum vitelligenarum. Animal magis crassum et fragile in spiritu contrahitur, convolvitur, sæpius rumpitur.

Ectozoon alterum in eodem pisce et iisdem locis parce lectum, figura córdata et dorso lutescente insigne, vivum non satis examinavi, quamobrem hoc loco prætermittendum est. Cfr. commentat. citat. p. 480 1) et in his Actis IV, 18.

5. TRILOCULARIA n. g.

Cestoideum bothriis quattuor, sessilibus, inermibus; singula bothria loculis ternis, in triangulum dispositis.

Genus ad familiam *Tetraphyllideorum* referendum.

1. **Trilocularia gracilis** n. sp. (Vide descriptionem *Phyllobothridei Acanthiæ vulgaris* n. sp. inquir. in his Actis Tom. III. p. 42. Entózoa Tab. II. fig. 26, 27).

Habit. in ventriculo et intestinis *Acanthiæ vulgaris* extra Varbergam et ad oram Bahusiæ prope Grafverna.

Hunc parasitum denuo satis copiose in duobus piscibus reperi neque tamen strobilam evolutam, sed plane mihi persuasum est, hunc novum genus esse. Specimina oculo nudo invisibilia, quibus corpus erat acutum diametro dimidia capitis contracti brevius, locula tria bothriorum jam distincte præbebant, caput interdum invaginabant. Animal bothriis affixum (e. g. vitro) plerumque locula tantum externa cujusvis bothrii ostendit, quæ simul sumta orbitam transverse ellipticam efficiunt, loculis internis sub his occultis; ad superficiem aquæ pendens locula pulcherrima præbet, interna minora suborbicularia septo latiore ab externis quam hi invicem separata. Cauda scolicis non semper macula notata, sæpe strictura separata.

Explicatio figurarum.

Fig. 1. *Enalcyonium rubicundum* n. sp. *statu juvenili* a latere visum: a^1, a^2, antennæ anteriores et posteriores; mp^1, mp^2, maxillipedes anteriores et posteriores; p^1, pedes abdominales; *ac*, appendices caudales. Intus globi colorati.

,, 2. Pars anterior ejusdem speciei magis aucta. Intus musculi conspiciuntur.

,, 3. *Enalcyonium rubicundum* ætate provectiore. Litteræ ut in præcedentibus. Intus substantia miniata.

,, 4. *Lamippe rubra* Bruz. *statu evoluto.*

Fig. 5. Ejusdem speciminis pars anterior magis aucta. Litteræ ut in præcedentibus; *md*, mandibulum.

" 6. Appendix caudalis, ex alio specimine capta.

" 7. ***Macraspis elegans*** n. sp. a latere visa.

" 8. Ejusdem pars anterior magis aucta, a latere dextro visa; *o*, os; *s*, scutum ventrale; *i*, intestinum (aut vas excretorium?).

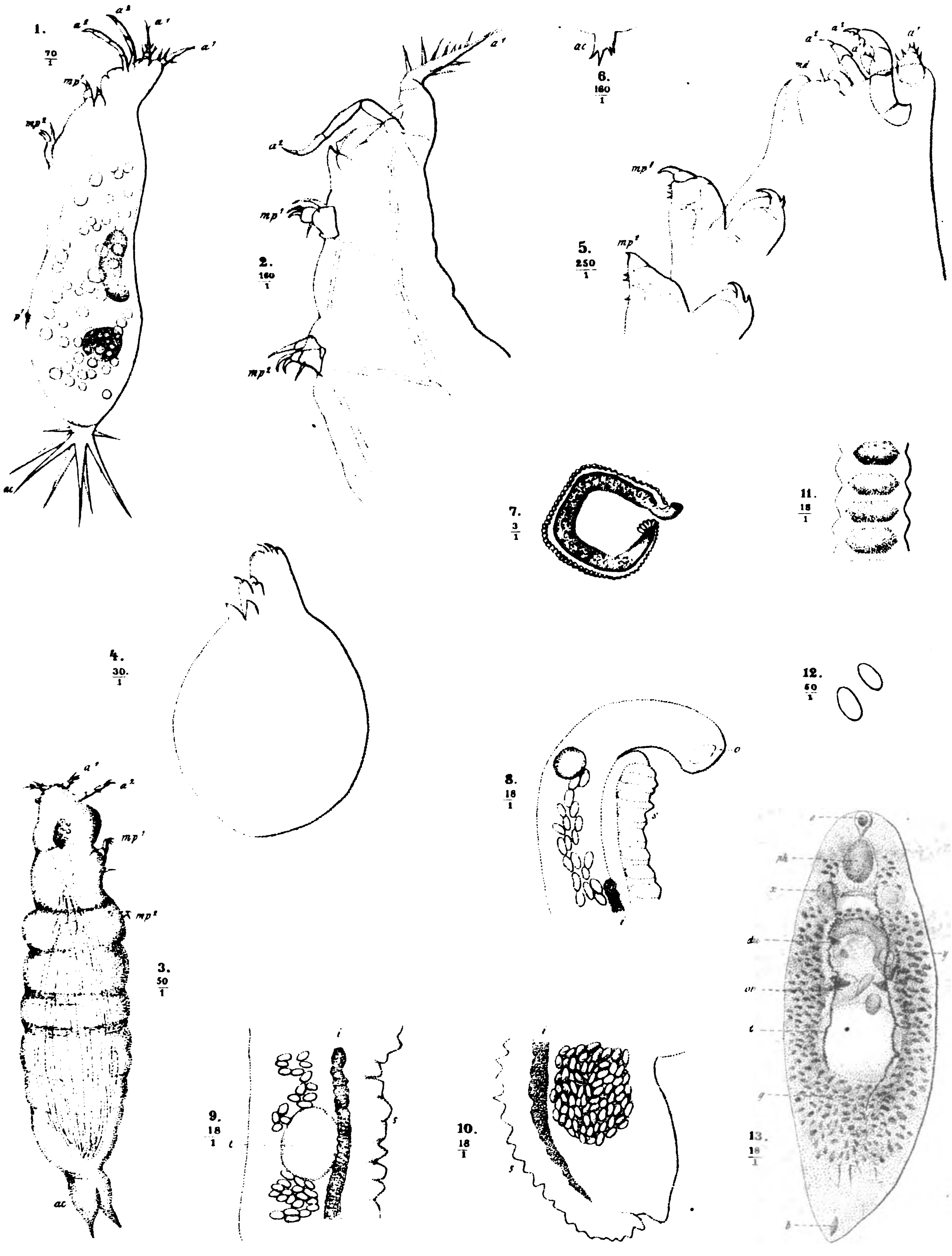
" 9. Ejusdem pars paullo pone præced. sita; *t*, testis(?).

" 10. Ejusdem pars postica a latere sinistro visa.

" 11. Pars scuti ventralis ejusdem a facie visa, lamellas et locula intermedia præbens.

" 12. Ovula ejusdem magis aucta.

" 13. ***Microbothrium apiculatum*** n. sp. a latere ventrali visum; *b*, bothrium; *dv*, ductus vitelliferi; *g*, glandulæ vitelligenæ; *o*, os; *ov*, ovarium; *ph*, pharynx(?); *t*, testis; *x*, vesiculæ vasorum excretoriorum (?); *y*, vesicula seminalis.



F Olsson delin

Copepoda & Platyelminthes.

B Cronholms lith Etabl Malmö

Petrificata Suecana Formationis Cambricæ.

Auctore

OTTONE TORELL.

Hanc enumerationem petrefactorum, in formatione cambrica Sueciæ hucusque inventorum, brevemque generum et specierum, quas primus litteris trado, descriptionem prænuntium operis, figuris illustrati, existimatam volo, ad quod conscribendum his duobus annis silvam rerum comparavi, quodque posthac me editurum esse spero. Quas novas species aut ipse collegi, aut mihi benigne communicaverunt ill. Hartman, ad scholam Örebroënsem lector, et Dr. J: A. Wallin, qui primus in Vestrogothia *Eophyton Linnæanum* collegit, quo invento quæstiones illæ graves commotæ sunt, quæ creationi organicæ fauna, quæ dicitur primordialis, majori natu lumen allaturæ videntur.

In hoc omnes consentiunt, saxa primigenia ("Urberget" auct., "Primordial Gneiss" Murchison, "Laurentian System" Logan) stratorum fundamentum esse, quæ cl. Sedgwickius primus "Cambrian Series" appellavit. Quo modo autem hæc strata cambrica a superioribus, sive stratigraphiam sive palæontologiam respiciamus, distinguantur, auctores valde dissentiunt; qua de re Sedgwickius et Murchisonius, viri illi illustrissimi, jamdudum discrepant. In numero stratorum cambricorum ("Cambrian Series") ille habet strata "Silurica Inferiora" Murchisonii, i. e. omnia, quæ infra "Wenlock," quod dicitur, sita sunt; hic autem strata cambrica Sedgwickii superiora ("Bala Group") et media ("Festiniog Group") "Systemati Silurico" subjicit, idem pro cambricis nulla habens, nisi quæ Sedgwickius cambrica inferiora ("Longmynd and Bangor Group") appellat. Faunam igitur, quæ a cl. Barrandeo "primordialis" dicta est, Murchisonius ad "Systema Siluricum" refert. Divisio Murchisonii a "The Geological Survey of Great Britain" recepta est, in cujus tabulis faunæ primordialis strata strata infima systematis silurici ("Lingula Flags") efficiunt. Ill. Lyellius faunam primordialem in systema cambricum ducit. Quæ supra diximus hac tabella illustrare volumus:

Sedgwick[1]).			Murchison[2]).			Lyell[3]).	
Silurian Series		6 Ludlow Group 5 Wenlock Group	Silurian	Upper Silurian	Upper Ludlow Upper Llandovery	Silurian Group	Upper Silurian Rocks
Cambrian Series	Upper Cambrian	4 Caradoc group 3 Bala group	Silurian	Lower Silurian	Lower Llandovery Caradoc or Bala	Silurian Group	Middle Silurian Rocks Lower Silurian Rocks.
Cambrian Series	Middle Cambrian	2 Festiniog[4]) Group.		Lower Silurian	Tremadoc slates Lingula zone	Cambrian Group	Upper Cambrian Rocks
Cambrian Series	Lower Cambrian	Longmynd and Bangor Group	Cambrian		Cambrian (Longmynd)	Cambrian Group	Lower Cambrian Rocks (Longmynd group.)

Cui sententiæ optimæ caussæ faveant, hic judicare alienum mihi videtur, rationes modo breviter reddere volo, cur petrefacta, hic descripta, a petrefactis faunæ primordialis secernam, sive systemati cambrico sive silurico ipsa fauna primordialis adnumeranda est. Inter omnes constat, Trilobitarum frequentissima genera faunæ primordialis esse propria, quæ certe nondum inventa sunt in stratis cambricis infra sitis, quæ "Longmynd" appellantur; hodie enim verisimile est *Palæopygem Ramsayi* Salt. Trilobitam non esse [5]).

In fauna primordiali, quæ in tres partes divisa est ("Tremadoc," "Festiniog," "Menevian Groups"), strata infima Trilobitas continentia pono, quæ apud St. Davids

[1]) British Palæozoic Rocks and their Fossils. p. III; 1852.

[2]) Siluria.

[3]) Elements of Geology 1867.

[4]) Festiniog Group Sedg. = { Tremadoc Group, Festiniog ,, Menevian ,, } Sedgw. et Salter.

[5]) "What he (Salter) supposed to be a fragment of a Trilobite, or allied Crustacean, and described under the name of Palæopyge, appears to want that definition of character, which would entitle it to be considered as of organic origin" H. Baily Geol. Mag. vol. II, p. 387.

(South Wales) in strata descendunt, a MURCHISONIO ipso et "the Geological Survey" cambrica = "Longmynd Rocks" appellata. In systema cambricum omnia igitur strata duco, quæ inter "Menevian Group" SALT. et saxa primigenia (= "Laurentian Group" LOGAN) sita sunt.

Exploratum est, systema cambricum, quo contineri videntur "Huronian Rocks" LOGAN et fortasse etiam partes saxi arenacei, in America boreali occurrentis, quod "Potsdam Sandstone" vocatur, in Britannia et Scandinavia inventum esse; in Bohemia, Germania (Thuringia), Gallia strata occurrunt, quæ ita sita sunt, ut vix dubitandum sit, quin eodem pertineant. Saxa, quæ "Longmynd Rocks" dicuntur, agnita sunt in variis locis Britanniæ (Shropshire, South Wales), inter quæ observandum est St. Davids, ubi hujus ætatis strata faunæ primordialis infima (Menevian Group SALT.) consequuntur itemque in Hibernia (county of Wicklow, South Wexford), in insulis Hebridicis et proximis Scotiæ partibus.

Strata cambrica in Scandinavia late patent; in mediis Sueciæ et Norvegiæ partibus, per amplius spatium quam in ceteris Europæ terris, continua occurrunt multisque etiam locis dispersa inde a Scandinavia boreali ad Bornholmiam, insulam maris Baltici [1]). In Norvegia hujus ætatis strata plus duplo crassiora habentur, quam quæ systema siluricum superius et inferius una cum stratis faunæ primordialis in Suecia constituunt. In Suecia et insula Bornholmia, sicut apud St. Davids, summa hujus formationis strata extenuata stratis faunæ primordialis (Menevian Group) tecta sunt, a quibus, sive geognosiæ sive palæontologiæ rationem habemus, perspicue distinguuntur.

Nam, quum his locis fauna primordialis variis Trilobitarum generibus scatet, ne una quidem Trilobita adhuc inventa est in saxis subjacentibus arenaceis et schistosis Vestrogothiæ, quorum nomina ex *Fucoidis* et *Eophyto* ducta sunt, quæ quidem, ut petrefacta hic descripta probant, reliquiis organicis minime carent.

Hæc igitur creatio quam fauna primordialis major natu esse videtur, cujus pars nullo modo habenda est. At species generis *Arenicolitis* SALTER et *Scolithi* HALL cum petrefactis ex "Longmynd Rocks" et "Stiper Stones" cognitis plane congruunt. Quæ quum ita sint, videor mihi non sine caussa hoc arbitrari, petrefacta, hic descripta, ad systema cambricum (Geol. Survey) minimeque ad systema siluricum (faunam primordialem, Lingula flags MURCH.) pertinere [2]).

---

[1]) Petrefacta collecta sunt ex. gr. in Nericia, Vestrogothia, Scania et insula Runö prope litus Smolandiæ.

[2]) Auctor ill. "Siluriæ," quum in oratione, in Academia Scientiarum Gallica habita (Comptes Rendus t. 68, p. 1493), me jure saxum arenaceum, *Eophyton Linnæanum* continens, cambricum

Ante annum 1868 hæc petrefacta ex "Longmynd Rocks" Britanniæ et Hiberniæ descripta erant:

Oldhamia antiqua FORB. ex Wicklow, Ireland.

,, *radiata* ,, ,, ,, ,,

---

dixisse, infitiatur ("On a annoncé dernièrement — que — Mr. OTTO TORELL avait trouvé une plante terrestre dans une roche — qu'il nomme "cambrienne;" mais cette roche, que j'ai étudiée sur place, n'est en réalité qu', une arkose ou grès de peu d'épaisseur situé à la base des dépôts siluriens à Orthocères et Trilobites") obliviscitur, hoc in Vestrogothia sub stratis infimis faunæ primordialis (Menevian Group), ideoque plane eodem modo esse collocata, ut apud St. Davids et Harlech strata, ab ipso cambrica dicta.

Quomodo strata brittannicæ suecicis respondeant, hac tabella illustrare conatus sumæ:

Britannia [1])			Suecia		
St. Davids, South Wales.			Andrarum etc., Scania.		Kinnekulle etc., Vestrogothia.
Upper Cambrian Aut. (Lower Silurian, Murch)	Menevian Group	Black Slate Series [2])	Strata Faunæ primordialis	Agn. lævigati strata Selenopleuræ str. [2]) Paradoxidis Davidis strata	Agnosti lævigati strata [1]) Selenopleuræ strata (Nondum indagata)
		Upper Grey Series [3])		Paradoxidis Hicksii strata [3])	Paradoxidis Hicksii strata
Lower Cambrian.	Harlech Group (Fossiliferous Series)	Purple and Red Sandstones Yellowish and Greenish Sandstones [4])? Red and Purple Sandstones [5])		Paradoxidis Wahlenbergii strata	(Nondum indagata)
	Longmynd Group	Olivegreen Sandstones Conglomerates	Harlech vel Longmynd	Saxum arenaceum, Scolithum et Diplocraterion continens Arkose	Saxum arenaceum Fucoidas continens [4]). Saxum arenaceum Eophyton continens [5]).
	Substratum incognitum			Saxa primigenia	Saxa primigenia

[1]) Report of the British Association 1865, 66, 68.

[2]) Paradoxides Davidis.

[3]) Paradoxides Hicksii, P. Aurora. Hæc strata vel ad "Menevian Group" vel ad "Harlech Group" referuntur.

[4]) Plutonia, Paradoxides.

[5]) Lingulella, Leperditia.

[1]) Summa Sueciæ strata, Paradoxidis species continentia.

[2]) Paradoxides Lovéni, P. Forchhammeri = Regio Conocoryphарum ANGELIN.

[3]) Paradoxides Hicksii, P. Tessini, Microdiscus.

[4]) Lingulæ sp., Fucoidæ } Trilobitæ nullæ.
[5]) Eophyton Linnæanum etc. }

Quorum saxorum in Vestrogothia crassitudo faunæ primordialis æquat; saxa enim arenacea *Fucoidarum* sunt circ. 60′, *Eophyti* circ. 20′. Quum præterea cl. MURCHISONIUS mentionem facit sententiæ, a qua ipse non abhorrere videtur, *Eophyton Linnæanum* vermem esse. (Puis il restait à savoir si le

Histioderma hibernicum KINAHAN Wicklow, Ireland.
(Haughtonia pœcila) ,, ,, ,,
Scolithus sp. { ,, ,, ,,
{ ,, Longmynd, Shropshire
Arenicolites didymus SALTER ,, ,,
,, *sparsus* ,, ,, ,,
(Palæopyge Ramsayi) ,, ,, ,,

8 igitur species, quarum 2 sunt, de quibus dubitare licet, num reliquiæ veræ organicæ sint [1]). In saxis Bohemiæ (étage B. BARRANDE), quæ cum "Longmynd Rocks" congruere existimantur, Dr. A. FRITSCHIUS vestigia vermium invenisse dicitur [2]) eorum similia, quæ ex his Britanniæ stratis descripta sunt. Anno 1828 cl. AD. BRONGNIART *Fucoidis antiqui* et *F. circinnati* ex regione Fucoidarum Vestrogothiæ, anno 1867 DR. LINNARSSONIUS *Lingulæ* sp. ex iisdem locis, ante hunc ill. GÖPPERT *Palæophyci tubularis* HALL mentionem fecit. Anno 1868 ex variis Sueciæ locis *Arenicolites gigas, Scolithus linearis* HALL, *Cordaites? Nilssoni, Eophyton Linnæanum* a me, anno sequente 2 novæ *Lingulæ* species, *Rhysophycus dispar, Eophyton Torelli* a DR. LINNARSSONIO descripta sunt. In hoc opusculo 10 nova genera et 18 novas species litteris trado. Fauna igitur stratorum "Longmynd Rocks" 30—40 species, quarum in Suecia sola 29—30, nunc continet, quum ante 3 annos nullæ, nisi 6—8 britannicæ, 3—4 suecicæ species cognitæ essent [3]).

Quæ quum ita sint, illud jam nunc fortasse quærendum est, nonne nomen "Azoicum," his stratis vulgo tributum, nomine "Eozoico," "Palæozoico" opposito, permutandum sit [4]).

---

fossile en question appartenait réellement au règne végétal. Or plusieurs des meilleurs paléontologistes anglais, qui ont examiné les échantillons, y ont reconnu un animal de l'ordre des Annélidés et cette opinion a été corroborée par la découverte récente dans ces mêmes couches d'une Lingule et d'autres fossiles marins) hæc interpretatio, zoologo, qui vermes viventes perscrutatus est, intellectu difficilis, *Eophyto? explanato,* a Dr. HICKSIO in Valesia invento, plane refutata est. Dubitare enim non licet, quin ad idem genus *(Eophyton)* referenda sint petrefacta suecicum et britannicum, quod quidem, ut placet cl. HICKSIO, a plantis esse ortum, botanicus ill. suecicus, specimine primo inspecto, minime denegandum esse existimat. (Confer gen. *Eophyton.*)

[1]) Baily. l. c., p. 387, 399.

[2]) Mem. Geol. Surv. III, p. 243.

[3]) Petrefacta, quæ ill. *Rouault* descripsit (Bull. Soc. géol. de France) respicere alienum mihi visum est, quum incertum sit, utrum in stratis cambricis an siluricis inventa sint (vide Rapport sur les Progrès de la Géologie en France pour l'année 1862 par *G. Cotteau).*

[4]) Etsi ill. *Cotta* (Geologie der Gegenwart 109 etc.) hoc nomen ætati illi tribuit, qua strata *Eozoon canadense* continentia deponerentur, idoneum tamen mihi visum est, quoniam hoc petrefactum inferiorem inter animantia obtinet gradum, quam quæ hic primus describo, prætereaque

Quorum stratorum non solum mira crassitudo, quæ apud Longmynd pluris quam 20,000′ æstimata est et in Bohemia eadem esse dicitur, sed etiam id quod petrefacta, hucusque observata, maximam partem in summis hujus formationis stratis inventa sunt, docere videtur, strata crassa, adhuc parum cognita, quæ inter saxa primigenia, *Eozoon* illud obscurum continentia et faunam primordialem, Trilobitis uberrimam, sita sunt, magnam formationem efficere, formationi palæozoicæ inferiori (= stratis faunæ primordialis et siluricis inferioribus et superioribus) æqualem, potius quam parti cuidam hujus formationis. Omnia omnino hujus ætatis petrificata formam a supra depositis ita distinctam præ se ferunt, ut non sine caussa contendere mihi videar, hanc creationem novam propriamque eminere. Quod hæc strata in aqua tenui deposita sunt, petrefactis insigne quiddam et peculiare attulisse verisimile est, sed hanc stratorum originem Trilobitarum inopiæ caussam non esse, ex eo apparere videtur, quod et in Ölandia et apud Andrarum (Scaniæ) in stratis infimis faunæ primordialis saxa inventa sunt, quæ argillis schistosis et saxis arenaceis fere plane congruunt, quæ *Eophyton* continent, neque tamen, quoad cognitum est, Trilobitas habent, quamquam aliis reliquiis organicis minime carent.

Petrificata incertae sedis.

Cruziana dispar Lins. sp.

Rhysophycus dispar Linnarss.: On some fossils found in the Eophyton Sandstone at Lugnås in Sweden, translated from the Öfversigt af Kongl. Vet. Akad. Förh., March 10, 1869, p. 14.

Elliptico-ovalis; facies superior numquam videtur, inferior valde convexa, lineâ medianâ impressâ in 2 partes vel lobos divisa. Pars lateralis utraque jugis elevatis numerosis acutis fere transversis ornata, altera in partem cylindricam angustam sæpe transire videtur. Long 45—110 mm.

Locus: ad Lugnås et Timmerdala, Billingen, Vestrogothiæ frequenter. Etiam lobi separati (ejusdem speciei?) in medio altiores, infra in filamenta tenuia, longa (100 mm.) excurrentes inveniuntur.

Duo specimina *C. semiplicatam* Salter *(Memoirs of the Geological Survey of Geat Britain vol. III, p. 291, tab. 3, fig. 1—3.)* facie convexa, jugis angulos inter se efformantibus referunt.

---

obscuræ est originis, hanc ætatem scotozoicam (σκοτος = tenebræ) appellare, nomine eozoico (ηως = aurora) illi reservato, quam non ex una tantum parte quasi auroram esse animantium dicere licet.

Cruziana? orbicularis n. sp.

Rotundata vel orbicularis, convexa; linea mediana nulla; jugis radiantibus linearibus, paullulum elevatis, fere imbricatis ubique obtecta. Ad marginem speciminis maximi petiolus crassus obtusangulus, infra angustior, long. fragmenti 80 mm. Diam. speciminis maximi 190 mm., minimi 50 mm.

Locus: in saxo arenaceo formationis cambricæ ad Lugnås, Vestrogothiæ.

Lithodictyon fistulosum n. g. et sp.

Habitu retiformi *Gorgoniam flabelliformem* sive *Halichondrias* quasdam imitans, sed saxo affixum. Rami rete formantes, elevati, compressi, infra striis longitudinalibus obsoletis, intus cavi. Aperturæ retis polygoniæ, irregulares, diam. 3—10 mm. Summitates liberæ nonnumquam incrassatae. Long. fragmenti 130 mm., lat. 90 mm.

Locus: in saxo formationis cambricæ ad Billingen, Vestrogothiæ.

Plantæ.

Palæophycus tubularis HALL.

TORELL: Bidrag till Sparagmitetagens Geognosi och Paleontologi p. 38. Lunds Universitets Årsskrift 1867.

Fucoides antiquus Brongn.

TORELL: l. c., p. 38.

Fucoides circinnatus Brongn.

TORELL: l. c., p. 38.

Archæorrhiza tuberosa n. g. et sp.

Figura radicibus similis, tubera 15—25 mm. rotundata vel oblonga exhibens, ramis plus minus elongatis, denuo ramosis conjuncta. Rami vix nisi apicibus cylindrici, sed valde compressi et elevati (alt. 15 mm.) utrinque sulcis compluribus distincti, margine superiore satis acuto. Tubera ramis vix altiora, plerumque rotundato-globosa, ramis 2—4 radicantibus; interdum magnitudine insignia et depressa, fibrillis et jugis medianis prædita.

Locus: in saxo arenaceo, vestigia undarum præbente, formationis cambricæ ad Lugnås, Vestrogothiæ.

Halopoa n. g.

Caulis validus, rectus; spicæ ovato-cylindricae, pedunculo latiores.

Halopoa imbricata n. sp.

Caulis subrectus, furcatus? foliis minimis inconspicuis, imbricatis; apex in spicam ovato-cylindricam dilatatus, caule plus duplo latiorem. Long. 55 mm.

In spicis separatis caulis centralis, teres, minutus interdum bene conspicitur. In fragmento spicæ?, longitudinaliter fisso, internodia brevissima et folia utrinque cum caule angulum 45° formantia apparent.

Locus: In formatione cambrica Vestrogothiæ ad Lugnås.

Halopoa composita n. sp.

Caulis longus, rectus, foliis vix conspicuis, diam. 9 mm., long. 160 mm. excedens. Spica composita unilateralis, spiculis oblongo-lanceolatis, rachidi adpressis. Long. spicae 80 mm., spiculae 15 mm.

Locus: In stratis superioribus saxi arenacei cambrici ad Lugnås et Billingen, Vestrogothiæ.

Cordaites? Nilssoni Tor.

Torell: l. c., p. 36, tab. II, fig. 2.

Eophyton Tor.

Quod quidam *E. Linnæanum* T. plantam esse negant, huic sententiæ, ut mihi videtur, repugnat *Eophyton? explanatum* a. cl. Hicksio in "the lower Arenig Rocks of Ramsay Island South Wales" inventum *(vide Geological Magazine, Dec. 1869, tab. 20). E.? enim explanatum* Hicks, cujus structura aperta et perspicua est, ("There can be no reasonable doubt of the vegetable nature of this fossil, and I think its affinity to the vascular Cryptogams is most clearly shewn." Hicks) ejusdem esse generis atque *E. Linnæanum,* sine ulla dubitatione affirmaverim, præsertim quum geniculum? illud sive plica, quod in *E. explanato* invenitur, etiam in *E. Linnæano* sæpe appareat. *E. Linnæani* specimina habeo, quæ adeo cum *E. explanato* congruunt, ut dubitare liceat, an ad eandem speciem referenda sint.

Eophyton Linnæanum Tor.

Tor.: l. c., p. 36, tab. II, fig. 3, tab. III, fig. 1—3. Linnars.: l. c., p. 9, tab. VII, fig. 3, 4, tab. VIII.

Quum hoc petrefactum jam descripsissem, magnam hujus speciei copiam collegi, ad Lugnås et Billingen in situ inventam. Ad montem Kinnekulle coll. Wallin. Argilla, sub saxo arenaceo, *Eophyton* continente, ad Lugnås collecta, quum analysi chemicæ subjiceretur, manifesta carbonis vestigia ostendit.

Eophyton Torelli Linnars.

Linnars.: l. c., p. 12, tab. IX.

Animalia.

Vestigia vel Vermium vel Crustaceorum vel Molluscorum.

Psammichnites n. g.

Clarissimus SALTER *(Memoirs of Geol. Survey, tom. III, Appendix; Quarterly Journal of Geol. Soc. XII, XIII.)* nominibus, quæ sunt *Chondrites, Helminthites, Helmintholites, Scolithus, Arenicola, Arenicolites,* ita utitur, ut quod inter hæc genera intercedat discrimen non appareat; idem nomine *Helminthites* vestigia vermiformia appellata vult, (Perhaps *Helminthites* would answer best for those long sinuous tracks upon the surface, usually considered as referable to Annelids, *Quart. Journ. XIII, p. 204 conf. Mem. Geol. Surv. III p. 248)* nullam hujus generis descriptionem accuratamque figuram proponens, neque omnino genus *Helmintholites* describens *(l. c., t. XII, fig. 2.)* Accedit quod nec *Helmintholitis* nec *Vermiculitis* (ROUAULT: *Bull. Soc. géol. Franc. 2 ser. VII, p. 744*) nominibus recte uti possumus, quum et Crustacea *(vide* HANCOCK: *Ann. and Mag. Nat. Hist. 1858, p. 433, tab. XVIII, XIX)* et Gastropoda, velut *Litorina litorea,* quod ipse experientia comperi, simillima vestigia imprimere possint. Utrumque igitur nomen rejiciendum esse credo nomenque **Psammichnites** propono ad vestigia illa vermiformia, flexuosa, linearia designanda, quæ utrum a vermibus an a crustaceis an a molluscis facta sint, non satis liquet. Genera, quæ sunt *Scolithus* et *Arenicolites (Arenicola* BINNEY), ill. SALTER his verbis describit: "Perhaps Arenicolites might stand for all worm-burrows with double openings, while *Scolithus* or *Scolites* migth be retained for those, which appear to be single tubes or burrows, vertical or horizontal." Hanc expositionem sequens HALLIIQUE, clarissimi viri, descriptionem etiam adhibens, ad genus *Scolithus* HALL *(Tigillites, Foralites* ROUAULT) omnia petrefacta, tubos simplices, vermiformes, lineares, sive rectos, sive curvatos præbentia, refero, quæ aperturis infundibuliformibus carent (conf. *Sc. linearis* HALL, TOR. *l. c., tab. II, fig. 1,* et *Sc. canadensis,* BILLINGS: *Palaeozoic Fossils vol. I, p. 96.*) Nomine *Arenicolites* SALT. eos tubos duplices designo, qui æque ac *Scolithus* infundibulis carent, nomen autem **Diplocraterion** iis tribuo, qui, generi *Arenicolites* cetera similes, in infundibula distincta exeunt. In medio relinquendum est, utrum ad genus *Diplocraterion,* tamquam nondum adultæ formæ, specimina generis *Arenicolites* SALT. referenda sint, necne. Quum et *A. sparsus* et *A. didymus* apud Longmynd frequenter occurrant, admirandum esset, SALTERUM infundibula illa, si adessent, non animadvertisse. Quæ infundibula quum generi *Diplocraterion* propria ac peculiaria sint, summo jure hoc genus institui posse credo, ad quod

Arenicolites (linearis HALL?) *Mem. Geol. Surv. p. 292 et 243* referendus esse videtur.

Psammichnites gigas TOR.

Arenicolites gigas Tor.: l. c., p. 34, tab. I, fig. 1, 2.

Etiam ad Örebro Nericiæ pulchra specimina collegit HARTMAN. Huic speciei simillima sunt petrefacta, quæ clar. HANCOCK *(l. c.)* ex formatione carbonifera delineavit.

Psammichnites Gumaelii n. sp.

Plus quam *P. gigas* T. flexuosus et arcuatus; nervus medianus obscurior; lineæ transversæ tenuissimæ creberrimæ. Depressionum undiformium series utrumque latus ornat. Lat. 10—12 mm.

Locus: In saxo arenaceo Nericiæ coll. HARTMAN.

Hæc species præcedenti simillima mirum in modum vestigia refert, quæ *Litorina litorea* in arena inprimit. Quæ concha, qua repsit, in medio lineam elevatam vestigia præbent, utrinque depressionibus undiformibus insignia, quæ musculorum pedis contractionibus factæ sunt.

Psammichnites impressus n. sp.

Petrificatum incertæ sedis, TORELL: l. c., p. 39, tab. III, fig. 4.

Linearis, lat. 2 mm., simplicissima, irregulariter annulata, linea mediana profunde impressa et striis minutissimis, transversis crebris insignis. Long. 75 mm. excedit.

Locus: Vestrogothia.

Psammichnites filiformis n. sp.

Linearis, lat. 1,5 mm., annulatus; vestigia mæandri imitantia. Annuli 8 in spatio 5 mm. Long 35 mm.

Fieri potest ut hæc species ad genus *Nemertites* MAC LEAY referanda sit.

Locus: In argilla schistosa et saxo arenaceo ad Billingen et Lugnås, Vestrogothiæ.

Cœlenterata.

Protolyellia princeps n. g. et sp.

Orbicularis, pileo fungi similis, margine distincto; superficies superior convexa interdum impressione media, calycibus nullis insigni; inferior plano-convexa medio pedunculo brevi affixa et calycibus polygonis obliquis complanatis, ut in *Alveolite*.

Diam. calycum 1—2 mm. diam. speciminis maximi 72 mm.; crassitudo 20 mm.

Locus: In saxo formationis cambricæ ad Lugnås, Vestrogothiæ.

Quum clarissimus quidam geologus hanc, quam descripsimus, speciem ad genus *Archæocyathus* BILLINGS referendam esse censeat, quod genus utrum pro Spongia an pro Polypo habendum sit, ipse BILLINGSIUS dubitat, necessarium esse mihi videtur caussas afferre, cur hanc speciem cum *Archæocyatho* conjungere non liceat. Ipse habitus *Archæocyathi* ("The general form - - - open" BILLINGS: *Pal. Foss. p. 354* et "turbinate - - - cup deep" *l. c., p. 3)* et figuræ, quibus *A. profundus, A. atlanticus* et *A. minganensis* illustrantur, prohibere videntur, ne quam inter *Archæocyathum* et *Protolyelliam* affinitatem statuamus, quorum ille *Cyathophyllum* refert, hæc forma et figura ad *Favositem, Lyelliæ* cognatum, cellulis autem ad *Alveolitem* prope accedit. Nihil video, cur *Protolyellia* Spongia non Polypus existimanda sit, quum et cellularum structura et omnino forma Polyparum plus quam Spongiarum, similitudinem præbeat.

A nomine Lyellii hoc genus appellavi, illustrissimi hujus ætatis geologi, qui quum librum de principiis geologiæ conscriberet, hanc artem ad certas ratasque leges primus revocavit.

Echinodermata?

Spatangopsis costata n. g. et sp.

Infra globosa, supra obtuse conica, costis 5 acutis, ex apice excentrico radiantibus, prope marginem desinentibus. In parte inferiore cujusque areæ intercostalis eminentia fere semiglobosa costas non attingens. Alt. circiter 30 mm., lat. 32 mm. speciminis depressi prope 50 mm.

Locus: In saxo arenaceo formationis cambricæ ad Lugnås et Timmerdala in monte Billingen, Vestrogothiæ.

Vermes.

Micrapium erectum n. g. et sp.

Pyriforme vel elongato-conicum, erectum; apex infra situs, attenuatus, conicus, transverse lineatus, interdum abbreviatus, mammilliformis, interdum elongatus, lineis transversis nullis, striis longitudinalibus, tenuissimis præditus; pars media crassior, sulcis et jugis longitudinalibus plurimis ornata; partis superioris fragmentum transverse mutilatum, minus incrassatum in colli diam. 50 mm. paullum elevato sæpe sedens. Circa extremitatem mutilatam margo (cuticulæ? vestigium), 0,5 mm. latus, interdum conspicitur. Long. circiter 25 mm., crass. 5—11 mm.

Locus: In argilla schistosa formationis cambricæ ad Lugnås et Billingen, Vestrogothiæ; etiam in saxo argillo-arenaceo occurrit, plerumque stratum directo deorsum penetrans.

Vestigium quasi tubi argillacei (long. fragmenti circ. 60 mm., lat. 10 mm.) in collem sæpe ducit.

Ibidem lecti sunt colles (domus vermium?) ejusdem ut videtur generis, majores, semiglobosi, medio perforati, partem excurrentem cylindricam præbentes; lat. 20—40 mm.

Spiroscolex n. g.

Vermis per totum corpus æqualem latitudinem exhibens, annulatus, statu quiescenti spiraliter convolutus.

Spiroscolex spiralis n. sp.

Arenicolites spiralis Tor.: Forhandlinger ved de Skandinaviske Naturforskeres tiende Möde i Christiania 1868, p. LXVII.

Linnarss.: l. c., p. 8.

Spira duplex, diam. 20 mm.; verme convoluto *Trichinam spiralem* mirum quantum imitante, annuli paullulum elevati, facile conspicui, conferti, 6—8 in spatio 10 mm., lat. maxima 5 mm.

Impressiones, quas vermis rependo fecit, irregulariter curvatæ, lineares.

Locus: In argilla schistosa cambrica ad Lugnås et Billingen gregatim et frequenter, plerumque convolutus, rarius extensus. Etiam in saxo arenaceo ocurrit.

Spiroscolex crassus n. sp.

Præcedente multo major et crassior, crass. 13 mm., obsolete annulatus; spiræ obscuræ, gyro singulo excepto, diam. 35 mm.

Cum præcedente rarius.

Scolithus linearis Hall.

Tor. l. c., p. 35, tab. II, fig. 1.

Postquam hæc species e saxis dispersis a nobis descripta est, eandem in saxo arenaceo formationis cambricæ insulæ Runö prope Oscarshamn legit Dr. Holmström.

Scolithus errans n. sp.

Linearis, diam. 3—4 mm., long. ultra 90 mm., rectus vel nonnihil curvatus, saxum arenaceum qualibet via perforans.

Locus: In saxo arenaceo formationis cambricæ ad Hardeberga et Andrarum, Scaniæ. Coll. Torell, Nathorst.

Scolithus pusillus n. sp.

Linearis, curvatus et arcuatus, præcedente specie multo tenuior, diam. 1 mm., ceterum eodem modo ac *Sc. errans* saxum perforans.

Locus: In saxo arenaceo formationis cambricæ Nericiæ una cum *Arenicolite Gumælii* Tor. Coll. Hartman.

Monocraterion tentaculatum n. g. et sp.

Erectum, lineare, supra paullo latius, lat. 3—6 mm., long. fragmenti 60 mm.; in infundibulo, (lat. 30—40 mm., alt. 22—30 mm.) sedens. Tentacula circiter 20 (in specimine uno 21 numerata sunt, etiam in 2 vestigia adsunt) longa, marginem infundibuli superantia. Long. tentaculorum maxima 34 mm.

Locus: In saxo arenaceo formationis cambricæ ad Lugnås, Vestrogothiæ.

Quum vermis superficiem infundibuli attingat, tubo tegente lætatus esse videtur in modum vermium viventium, qui divisionem Tubicolarum efficiunt.

Diplocraterion n. g.

Tubi 2, infra conjuncti, supra in infundibulis excavatis positi.

Diplocraterion parallelum n. sp.

Tubi lineares, diam. 4 mm., erecti, paralleli, infra linea arcuata conjuncti. Infundibulum utrumque minutum, diam. 7—15 mm., irregulare, superficie lacerata. Infundibula distant 6—12 mm., tubi 22 mm. Infundibula tentaculis lacerata esse videntur.

Locus: In strato infimo saxi arenacei ad Lugnås, Vestrogothiæ. In variis Scaniæ locis hujus generis speciem legimus, quæ, quamvis *D. parallelo* simillima sit, tamen ad novam speciem forsitan referenda sit.

Specimina multo minora, (diam. infundibulorum 4—1 mm., intervallum 2—0 mm.) ceterum cum descriptis congruentia, ut videtur, pulli sunt. Sunt quæ cum *Arenicola didyma* Salt. *(Quart. Journ. XII, p. 248, tab. IV, fig. 1)* et *Arenicolite sparso* Salt. *(Quart. Journ. XIII, p. 203, tab. V, fig. 1—4)* plane congruant.

Diplocraterion Lyelli n. sp.

Tubi lineares, erecti, lat. 3 mm., non paralleli sed infra paullulo convergentes, linea brevi transversa leviter curvata conjuncti. Infundibulum utrumque (diam. 16—28 mm., alt. 30 mm.) angustum sæpe (tentaculis?) longitudinaliter striatum, margine ipso quasi annulum externum nonnihil immersum

formante. Infundibulorum inter se distantia 5—0 mm., tubulorum supra 25—20 mm., infra 15—9. Infundibula vix dimidiis partibus argilla expleta.

Locus: Lugnås, Vestrogothiæ.

Verisimillimum mihi videtur, petrefactum ex "Stiper Stones," cui cl. SALTER et nomen *Arenicolitis* et *Scolithi* dat, *(Siluria 1859, p. 41, fig*; *Mem. Geol. Surv., III, p. 243, fig. 2) Diplocratio Lyelli* valde esse affine, si non ad eandem speciem referendum sit. Creditum est, strata in Longmynd supra "Longmynd Rocks" jacentia, quæ "Stiper Stones" dicuntur, ad "Lingula Flags" (= faunam primordialem) referenda esse, hoc autem *Diplocraterio* verisimile redditur, ea potius ejusdem ætatis esse ac "Harlech Group" = "Upper Longmynd Rocks" MURCH.

Mollusca.

Lingula monilifera Lins.

LINNARSS.: l. c., p. 8, pl. VII, fig. 1, 2.

Lingula favosa Lins.

LINNARSS.: l. c., p. 16.

Lingula sp.

LINNARSS.: Bidrag till Vestergötlands Geologi. Öfversigt af K. Vet. Akad. Förhandlingar 1868, p. 53.

TORELL: l. c., p. 36.

Rudister i Kritformationen i Sverge

af

BERNHARD LUNDGREN.

För den, som sysselsätter sig med studiet af kritformationen, erbjuder särskildt den djurgrupp eller familj, som blifvit kallad *Rudistae* eller *Hippuritidae*, stort intresse. Den är nämligen inskränkt till kritformationen och således karakteristisk för densamma, och förekommer till och med på flera ställen till den mängd af både arter och individer, att de hithörande bildningarne blifvit benämnde Rudistkalk och deras underafdelningar karakteriserade isynnerhet genom de olika arter af Rudister, som de innehålla. Just det att Rudisterna endast finnas inom kritformationen och således ej räkna några nu lefvande representanter har emellertid i förening med deras egendomliga bildning varit orsaken till att gruppens eller familjens begränsning och plats i det zoologiska systemet och äfven slägtenas förhållande till hvarandra varit föremål för högst olika åsigter. Vid studiet af Rudisterna är man ju uteslutande inskränkt till de karakterer, som kunna hemtas från skalet, och äfven dessa, om man nämligen ej håller sig vid de blott yttre, äro oftast mycket svåra att undersöka. Skalens inre är stundom uppfyldt med hårdnad kalk eller kristalliserad kalkspat, som endast med stor möda låter aflägsna sig och vid densammas borttagande förstöres ofta tillika muskelintrycken, låständerna och dylika inre karakterer, som äro af högsta vigt vid bedömandet af djurens plats inom systemet. Stundom är det inre af de båda lager, af hvilka skalet består, förstördt och då äro nästan alla utmärkande karakterer försvunna, såvida de icke blifvit bevarade i den hårdnade kalkmassa, som stundom uppfyller den del af skalets inre, hvari sjelfva djuret haft sin plats. Denna stenkärna är ofta den enda del af djuret, som blifvit bevarad och den var äfven misstagen för ett särskildt slägte, till dess slutligen dess rätta natur upptäcktes. Till följe af alla dessa omständigheter har kunskapen om Rudisternas inre byggnad endast långsamt utvecklat sig och först i senaste tider ernått, åtminstone för de vigtigare slägtena, den fulländning att man med ledning deraf kan med

formante. Infundibulorum inter se distantia 5—0 mm., tubulorum supra 25—20 mm., infra 15—9. Infundibula vix dimidiis partibus argilla expleta.

Locus: Lugnås, Vestrogothiæ.

Verisimillimum mihi videtur, petrefactum ex "Stiper Stones," cui cl. SALTER et nomen *Arenicolitis* et *Scolithi* dat, *(Siluria 1859, p. 41, fig*; *Mem. Geol. Surv., III, p. 243, fig. 2) Diplocratio Lyelli* valde esse affine, si non ad eandem speciem referendum sit. Creditum est, strata in Longmynd supra "Longmynd Rocks" jacentia, quæ "Stiper Stones" dicuntur, ad "Lingula Flags" (= faunam primordialem) referenda esse, hoc autem *Diplocraterio* verisimile redditur, ea potius ejusdem ætatis esse ac "Harlech Group" = "Upper Longmynd Rocks" MURCH.

Mollusca.

Lingula monilifera Lins.

LINNARSS.: l. c., p. 8, pl. VII, fig. 1, 2.

Lingula favosa Lins.

LINNARSS.: l. c., p. 16.

Lingula sp.

LINNARSS.: Bidrag till Vestergötlands Geologi. Öfversigt af K. Vet. Akad. Förhan 1868, p. 53.

TORELL: l. c., p. 36.

...h att *Calceola*,
...har familjen bäst
...DESHAYES' under-
... men hvilken plats
...GOLDFUSS [4]) sam-
...förde detta till Bra-
...om beskrifvit flera nya
...isterna såsom Lamelli-
...s såsom en från de öf-
...noggranna undersökningar
...RD [8]) och BAYLE [9]), visat
...an att de äro verkliga La-
...miljen Chamaceae, äfven om
...t utredda. Jag har här en-
...s i systemet, som blifvit något
...ramställda stundom af utmärkta
...utbredning. WOODWARD [1]) upp-
... från hvarandra mycket afvikande
...ning.

...agtena *Hippurites* LAM., *Sphaeru-*
... (BAYLE), *Caprina* d'ORB., *Capri-*
... ORB., *Requienia* MATH., äro tvåskaliga
... bankar och äro fastvuxna med högra
... två lager af olika textur, nämligen ett
... som består af oregelmässigt 6- eller 4-
...llanväggar och på fossila exemplar stun-
...rets lifstid förmodligen varit ihåliga; dessa
...rizontala tvärbottnar; cellerna ovanligt stora.

...284.
...tacés. Tom. IV. m. fl. ställen.
...rreichs; III, 1; p. 473.

...Soc. of London; Tom. XI; p. 40; 1855. Manual of

...; Tom. XII; p. 772, 1855; Tom. XIII, p. 71, 102,

...).

någorlunda säkerhet bestämma deras plats i systemet. Utan att ingå i en fullständig historik öfver de olika åsigter, som gjort sig gällande angående Rudisterna, kan det kanhända likväl anses vara af något intresse, att de vigtigaste af dem omnämnas, innan de nyaste undersökningarne öfver familjens karakterer och förvandtskap framställas. För en utförligare kronologisk framställning se i synnerhet DESHAYES i Bull. de la Société géol. de France, Tom. XII, 1855; pag. 947 och ZITTEL: Denkschriften der K. Akademie der Wissenschaften, Band. 25, Wien 1866.

Den förste författare, hos hvilken några af de djur, som nu räknas till Rudisterna finnas omnämnde, är PICOT DE LAPEIROUSE [1]). Han beskrifver nämligen flera arter af de slägten, som sedermera fått namnen *Hippurites* och *Radiolites*, utan att dock på något sätt betrakta dem såsom med hvarandra beslägtade. Till följe af en hos några af de af honom beskrifna arterna förekommande egendomlig utveckling af skalets inre lager, som i bottnen ofta aflagras med betydliga mellanrum, ansåg LAPEIROUSE de så beskaffade arterne höra till de mångkamrade Cephalopoderna och bland dem till slägtet *Orthoceratites;* de arter deremot, som ej förete denna struktur, fördes till slägtet *Ostrea* under det då för de fossila arterna brukliga namnet *Ostracites.* LAMARCK [2]) uppställde Rudistae såsom en egen familj af Conchifera och gaf dem sin plats näst intill Brachiopoderna. Till denna familj förde han följande slägten: *Radiolites* (LAPEIROUSES *Ostracites*), *Sphaerulites* DE LA MÉTHÉRIE, hvilka begge slägten ännu räknas till Rudisterna, samt dessutom *Birostrites,* som sedermera visat sig vara endast stenkärnan af andra Rudistslägten, *Calceola, Crania* och *Discina,* som nu föras till Brachiopoderna *. För de arter, som af LAPEIROUSE kallats *Orthoceratites,* uppställde LAMARCK slägtet *Hippurites,* men bibehöll det på samma ställe i systemet som denne. DESHAYES [3]) var den förste, som påvisade den nära förvandtskap, som eger rum mellan *Hippurites* och *Radiolites* och att det förstnämnda slägtet också borde föras till Rudisterna, men

---

[1]) De novis quibusdam Orthoceratitum et Ostracitum speciebus dissertatio. Erlangen 1781.

[2]) Histoire naturelle des Animaux sans vertèbres; Tom. VI; part. I; p. 230; 1819.

[3]) Annales des Sciences naturelles; Tom. 5; pag. 285; 1825.

* LINDSTRÖM har visat (Öfv. Kongl. Vet. Ak. Förhandl. för 1865 N:o 5) att af de 3 arter, som då ansågos tillhöra slägtet *Calceola*, den ena *C. gotlandica* F. ROEMER bör bilda ett eget slägte *Rhizophyllum,* som får sin plats ej bland Brachiopoderna utan bland Zoantharia Rugosa emellan *Omphyma* och *Cystiphyllum;* att den andra *C. tennesseensis* F. ROEMER står mycket nära *Rhizophyllum*, samt att den tredje och längst bekanta arten *C. sandalina* således ensam kommer att utgöra slägtet *Calceola,* hvilket åter får sin naturligaste plats mellan *Chonophyllum* och *Goniophyllum* bland Zoantharia Rugosa. Att äfven *Calceola sandalina* verkligen tillhör denna ordning har blifvit utförligt visadt af KUNTH (Zeitschrift d. deutsch. geol. Gesellschaft 1869 p. 666.

att deremot *Birostrites* såsom ett eget slägte borde försvinna och att *Calceola, Crania* och *Discina* borde tillhöra Brachiopoderna; enligt honom har familjen bäst sin plats bland Conchifera i närheten af *Ostrea.* Genom dessa DESHAYES' undersökningar blef visserligen familjens naturliga gränser bestämda, men hvilken plats den borde intaga i systemet förblef dock ännu länge oafgjordt. GOLDFUSS [4]) sammanfattade alla hithörande arter under slägtet *Hippurites* och förde detta till Brachiopoderne; och denna åsigt har i D'ORBIGNY [5]), som dessutom beskrifvit flera nya slägten, funnits en ifrig försvarare. BRONN [6]) betraktar Rudisterna såsom Lamellibranchier men uppställer dem under namn af *Endocardines* såsom en från de öfriga, som han kallar *Exocardines,* skild grupp. Genom noggranna undersökningar hafva flera författare i synnerhet DESHAYES [7]), WOODWARD [8]) och BAYLE [9]), visat att Rudisterna ej kunna betraktas såsom Brachiopoder utan att de äro verkliga Lamellibranchier och hafva sina närmaste förvandter i familjen Chamaceae, äfven om alla detaljer af deras byggnad ännu icke äro fullkomligt utredda. Jag har här endast omnämnt de åsigter angående Rudisternas plats i systemet, som blifvit något mera allmänt omfattade; flera andra hafva blifvit framställda stundom af utmärkta paleontologer, utan att derföre vinna någon större utbredning. WOODWARD [1]) uppräknar sålunda icke mindre än 11 olika stundom från hvarandra mycket afvikande åsigter öfver denna djurgrupps systematiska ställning.

Rudistae eller *Hippuritidae,* omfattande slägtena *Hippurites* LAM., *Sphaerulites* DE LA MÉTH. (BAYLE), *Radiolites* LAM. (BAYLE), *Caprina* d'ORB., *Caprinula* d'ORB., *Caprinella* d'ORB., *Caprotina* d'ORB., *Requienia* MATH., äro tvåskaliga musslor, som ofta förekomma tillsammans i bankar och äro fastvuxna med högra skalet; detta skal eller underskalet består af två lager af olika textur, nämligen ett inre med vanlig perlmortextur och ett yttre, som består af oregelmässigt 6- eller 4-sidiga pelare, hvilka hafva gemensamma mellanväggar och på fossila exemplar stundom äro fyllda med kalkspat men i djurets lifstid förmodligen varit ihåliga; dessa pelare afdelas i särskilda celler genom horizontala tvärbottnar; cellerna ovanligt stora.

---

[4]) Petrefacta Germaniae; Tom. II. pag. 284.

[5]) Paléontologie française; Terrains crétacés. Tom. IV. m. fl. ställen.

[6]) Die Klassen und Ordnungen des Thierreichs; III, 1; p. 473.

[7]) anf. arb.

[8]) Quarterly Journal of the Geol. Soc. of London; Tom. XI; p. 40; 1855. Manual of the Mollusca. p. 280. 1856.

[9]) Bull. de la soc. géol. de France; Tom. XII; p. 772, 1855; Tom. XIII, p. 71, 102, 139, 1855.

[1]) Manual of the Mollusca p. 280.

Venster eller ofvanskalet, vanligen minst, stundom af samma textur som underskalet, stundom genomdraget af långa kanaler. Umbones centrala eller subcentrala; ligament 0 *; låständer 1—3 fästade i ofvanskalet, löpande i falsar i underskalet. Muskelintryck 2; de i ofvanskalet belägna på upphöjda delar af tändernas bas.

Från Brachiopoderna skiljas Rudisterna tydligt derigenom att de bestå af osymmetriskt utbildade höger och vensterskal, som ofta hafva olika struktur; de hafva endast 2 muskelintryck och tydlig mantellinje och låständerne äro utbildade på ett sätt som ej finnes inom Brachiopoderne för öfrigt. Genom flera af dessa karakterer nämnas Rudisterna visserligen Lamellibranchierna, men skiljas genom flera egendomligheter lätt från de öfriga dithörande familjerna. Sådana karakterer äro läget af umbones, låsets byggnad och den egendomliga texturen hos underskalets yttre lager. Denna textur, af Bronn kallad "die gegitterte", förekommer endast hos Rudisterna och härigenom kan man således med lätthet igenkänna dem, äfven om de öfriga karaktererna skulle vara otydliga.

Såsom redan förut blifvit nämndt, hafva Rudister blifvit funna endast inom kritformationen och hvarken i äldre eller yngre bildningar; de förekomma dock ej likformigt i formationens alla étager. I Neocomgruppens undre afdelning finnas de ej, men från den öfre eller Urgonien hafva 11 arter blifvit beskrifne. I de derpå följande étagerne Aptien och Albien saknas de, men uppnå sitt maximum i de till kritformationens öfre afdelning hörande étagerne för att derpå helt och hållet försvinna. Från Cénomanien äro omkr. 18 arter bekanta, från Turonien öfver 40 och från Sénonien omkr. 20 **. Med högst få undantag uppgifvas arterna förekomma endast i en étage och på de ställen der Rudister förekomma i större mängd t. ex. i södra Frankrike, har också kritformationen blifvit benämnd och klassificerad efter dem.

Liksom Rudisterna ej förekomma lika allmänt genom kritformationens alla olika tidsafdelningar, så finnas de ej heller lika allmänt öfverallt der, hvarest till kritformationen hörande bildningar finnas. Om man nämligen betraktar kritformationens geografiska utbredning, så kan man som bekant urskilja flera olika bäcken, inom hvilka de hithörande bildningarna blifvit afsatta, och äfven inom dessa bäcken äro Rudisterna olikformigt utbredda. Af de i Europa och hufvudsakligen i dess vestra del förekommande kritbildningarne har man urskilt aflagringar ur ett sydligt och ett

* Bayle och Zittel förneka tillvaron af ligament, som af Deshayes och Woodward uppgifves förekomma; de förras åsigt synes vara riktigast.

** Dessa uppgifter äro hemtade hufvudsakligen från d'Orbignys Prodrome de Paléontologie, Bosquets förteckning i De Bodem von Nederland door Staring och Zittels ofvan anförda arbete.

nordligt haf. Utom i Grekland, Dalmatien, Italien och på Pyreneiska halfön förekomma afsättningar ur det sydliga krithafvet hufvudsakligen i södra Frankrike, Schweitz och Tyrolen. De i södra Frankrike förekommande kritbildningarna anses tillhöra två särskilda bäcken det Pyreneiska och Medelhafsbäckenet och i begge dessa förekomma Rudister i stor mängd både hvad beträffar antalet af arter och individer. Öfver 40 arter förekomma i hvartdera af desse kritbäcken och individernas antal är så stort, att de ofta ensamma för sig bilda hela bankar och kritformationen i dessa trakter kallas derför också Rudistkalk. Ganska många arter äro gemensamma för dessa begge bäcken, för hvilken för öfrigt flertalet af arter är karakteristiskt, under det att blott ett mindre antal har en vidsträcktare utbredning och äfven förekommer inom andra kritbäcken. De bekanta aflagringarna vid Gosau kunna väl anses såsom den nordostligaste punkten af ett kritbäcken, som i ost-nordostlig rigtning sträcker sig genom Schweitz och äfven här förekomma Rudister. I Schweitz hafva endast slägtena *Caprotina* och *Requienia* blifvit anträffade * men vid Gosau finnas slägtena *Hippurites*, *Sphaerulites*, *Radiolites* och *Caprina* representerade med i allt 10 arter, af hvilken de flesta äfven förekomma i södra Frankrike och annorstädes. Individernas antal är vid Gosau mycket stort.

Äfven de bildningar, som afsatts ur det norra krithafvet, hafva blifvit urskilda såsom bildade i flera olika bäcken. Det Anglo-Parisiska bäckenet, innefattande kritformationen i England och norra Frankrike, innehåller i sin södra del, de omkring Loire förekommande lagren flera Rudistarter, under det att dessa i kritformationen kring Seines flodområde äro mycket sällsynta. Från den del af det Anglo-Parisiska bäckenet, som finnes i Frankrike, känner man i allt 10 Rudistarter och från dess i England förekommande del 2, af hvilka den ena *Radiolites Mortoni* har en för Rudisterne ovanligt vidsträckt utbredning. Den är nämligen äfven funnen vid Gosau och i kritformationen i Texas och Alabama. De vid Ciply och Maestricht förekommande kritbildningarna kunna väl lämpligast betraktas såsom den nordostligaste fortsättningen af det Anglo-Parisiska kritbäcknet och på dessa ställen äro 8 arter funna, af hvilka några äro för dessa bildningar egendomliga under det att andra

* Ofvanstående uppgifter äro hemtade hufvudsakligen från d'Orbigny: Paléontologie Française. Terrains crétacés, Tom. IV; O. Heer: Die Urwelt der Schweitz; Zittels ofvan anförda arbete; Dixon: Geology of Sussex; Staring: De Bodem van Nederland; F. A. Roemer: Die Versteinerungen des Norddentschen Kreidegebirges; H. B. Geinitz: Das Quadersandsteingebirge in Deutschland; C. W. Gümbel: Beiträge zur Kentniss der Procän oder Kreideformation in nordwestlichen Böhmen i Abhandl. d. K. Bayr. Akademie der W. II Cl. X Bd. II Abth. och Ewalds uppsatser i Zeitschrift d. deutsch geol. Gesellschaft, Tom. IV pag. 503 och i Monatsberichte der Berliner Akademie 1856 p. 596.

äfven förekomma annorstädes. De sydligaste af de i Tyskland förekommande aflagringarna af det norra krithafvet äro de i Bayern, Böhmen, Schlesien och Konungariket Sachsen uppträdande afdelningarna af kritformationen och dessa måste uppfattas såsom afsättningar ur ett gemensamt bäcken det medeltyska eller hercyniska, i hvilket omkring 8 Rudistarter blifvit funna. I det subhercyniska bäckenet, som omfattar kritformationen omkring Harz, i provinsen Sachsen, Braunschweig, Hannover och Westphalen, har endast en art blifvit funnen nämligen *Radiolites hercynius* Ewald. Från det nordligaste Europeiska kritbäckenet, det baltiska, som omfattar kritbildningarna Pommern, Meklenburg, Holstein, Danmark och Sverge, har så vidt jag vet hitills ingen Rudist varit bekant.

Till härvarande musei geologiska samlingar skänktes emellertid för några år sedan af Herr Ryttmästaren och Kommendören P. von Möller en vacker samling intressanta försteningar från kritformationen i Halland och ibland dessa funnos flera koniska rör, som af professor Angelin etiketterades *Radiolites sp.* Med ledning af denna bestämning har jag genomsökt de i museum förvarade samlingar från äldre tider och äfven bland dessa har jag lyckats finna dylika exemplar från flera lokaler, äfvensom i de af herrar Thomsson, Sandberg, Holst och Dahlman under senare år skänkta försteningarna. Under sommaren 1868 har jag anträffat ett ej obetydligt antal dylika försteningar i ett lager af gruskalk nära Maltesholm i Sönnarslöfs socken. Alla dessa ofvannämnda exemplar äro visserligen ganska ofullständigt bibehållna, men kunna dock lätt igenkännas såsom hörande till familjen Rudistae. De bestå af öppna rör af konisk eller cylindrisk form, som stundom äro ensamma stundom sammanvuxna till ett antal af 2—6; skalet, som är försedt med mer eller mindre skarpt utpräglade långsgående ribbor, består af temligen stora celler, som vid lodrät genomskärning visa sig såsom små något sneda 4-kantiga pelare, men i vågrät genomskärning äro 4-kantiga * med gemensamma mellanväggar; således just den textur, som så bestämdt karakteriserar Rudisternas yttre skallager. Öfverskalet saknas helt och hållet och endast på ett par exemplar har något litet af underskalets inre lager blifvit bevaradt. I och med det att underskalets inre lager blifvit förstördt, hafva äfven alla de karakterer, som kunna hemtas från låsets beskaffenhet och muskelintrycken helt och hållet försvunnit, så att ganska få positiva kännetecken kunna iakttagas. Icke desto mindre kan man lätt bestämma slägtet.

Den fullkomliga frånvaron af de 2 på skalets yttersida förekommande djupa

* Cellerna uppgifvas skola vid vågrät genomskärning visa sig 6-kantiga. Icke blott de hos oss funna Rudisterna utan äfven flera arter från södra Frankrike t. ex. *R. alatus* och *R. Sauvagesi* hafva likväl alla cellerne 4-kantiga.

fårorna och de dem på innersidan motsvarande pelarna, som bildas af det yttre skallagret (piliers BAYLE, säulchen ZITTEL, siphonal inflections WOODWARD), gör det tydligt att de ej kunna tillhöra slägtet *Hippurites* LAM., enär dessa karakterer äro de för detta slägte utmärkande och de skulle kunna iakttagas äfven vid det ofullkomliga tillstånd, hvari våra Rudister äro bevarade. Då LAMARCK [2]) uppställde Rudisterne såsom en egen familj, upptog hon deri slägtena *Sphaerulites,* DE LA MÉTH. och *Radiolites* LAM.; Bland det förra slägtets karakterer anförde han "valva inferiore majore — interno margine hinc introrsum replicato cristam s. carinam prominentem formante" och förklarade att han högeligen betviflade, att en dylik på underskalets innersida framskjutande kam funnes hos *Radiolites.* Emedan LAMARCK ej tillräckligt noga kände dessa djurs inre byggnad, kunde han emellertid ej fördela arterna mellan dessa slägten i öfverensstämmelse med de af honom angifna karakterene. De följande författarne ansågo sig också derföre böra sammanslå dessa begge slägten till ett, för hvilket några valde DE LA MÉTHÈRIES namn *Sphaerulites,* under det andra föredrogo LAMARCKS *Radiolites.* BAYLE [3]) underkastade flera hithörande arters inre byggnad en noggrann undersökning och fann då att man inom slägtet kunde urskilja 2 olika typer. Somlige arters underskal äro nämligen försedda med ett på innersidan inskjutande veck, hvilket åter saknas hos andra; en karakter, som han anser vara af nog stor vigt för att begrunda uppställandet af 2 olika slägten. Då det är just samma karakter, närvaron eller frånvaron af veck, som LAMARCK använder för att skilja *Sphaerulites* och *Radiolites*, så har BAYLE ånyo upptagit LAMARCKS begge slägten och enligt denna karakter fördelat arterna emellan dem. Äfven om det inre skallagret är förstördt, kan man på alla arter af *Sphaerulites* iakttaga ett på underskalets innersida inskjutande veck (låsveck; arête cardinale BAYLE, Schlossfulte ZITTEL, ligamental inflection WOODWARD), under det att ett dylikt låsveck saknas hos Radiolites. Emedan de hos oss funna Rudisterna fullkomligt sakna låsveck, måste de derför räknas till *Radiolites* i den mening detta slägte blifvit begagnadt af LAMARCK, BAYLE och ZITTEL.

Redan innan BAYLE hade emellertid EWALD [4]) påpekat att inom slägtet *Radiolites* förekomma arter utbildade efter 2 olika typer. Några äro nämligen försedda med hvad EWALD kallar "Längsleiste" (låsveck) på underskalets innersida, under det att andra äro inuti fullkomligt glatta. Med denna karakter sammanfalla flera andra, såsom att den skiljevägg, som delar underskalets kavitet i 2 olika delar, i förra fallet

---

[2]) a. st.

[3]) Bull. de la Soc. geol. de France. 2:a Serie, Tom. XII, pag. 799. 1855.

[4]) Zeitschrift d. deutsch. geol. Gesellschaft, Tom. IV, p. 503. 1852.

är hel och fullständig, i senare öppen och afbruten på midten. Då d'Orbigny såsom typ för sitt nya slägte *Biradiolites* uppställt *B. cornu pastoris* och denna art företer de sistnämnda karaktererna, så ansåg Ewald att till *Biradiolites* borde föras alla i likhet med *B. cornu pastoris* organiserade arter. För ett slägte med dessa karakterer blef då visserligen namnet *Biradiolites* ganska olämpligt, emedan då komme att hit föras flera arter, som sakna de på skalets yttersida framträdande 2 banden, som just enl. d'Orbigny skulle skilja detta slägte från *Radiolites,* och Ewald anser derföre också att ett annat namn borde väljas. Ehuru således Ewald insett att slägtet *Radiolites* i den vanliga meningen innefattade typer för 2 olika slägten och fullkomligt rätt karakteriserat dessa, så var det dock först genom Rayles omfattande undersökningar och lyckliga återupptagande af Lamarcks namn och åsigter, som dessa begge slägtens förhållande till hvarandra blifvit utredt. Bayle har äfven påpekat att de 2 på skalets yttersida förekommande band, som enligt d'Orbigny karakterisera *Biradiolites,* ej äro af någon väsentlig betydelse och de med dylika försedda arterna böra betraktas såsom *Radioliter* och således äfven slägtet *Biradiolites* försvinna.

Af öfriga slägten bland Rudisterna förete de svenska någon yttre likhet med *Caprotina,* d'Orb., men äfven detta slägte har underskalets insida försedd med en köl eller åtminstone en antydan dertill och våra former kunna derföre ej föras hit. Med intet af de öfriga slägtena visa de någon ens yttre likhet. De i svenska kritformationen funna Rudisterna böra derföre alla föras till slägtet *Radiolites* Lam. (Bayle), som skulle kunna karakteriseras på följande sätt:

Begge skalen af samma struktur, försedda med fjäll eller långsgående ribbor, men utan de 3, hos *Hippurites* förekommande fårorna. Låsveck och pelare saknas. Muskelintrycken i underskalet belägna nära öfverkanten; från dem utgå inskjutande lister, som dock ej mötas i midten utan lemna ett öppet rum emellan sig. — De qvarlefvor af detta slägte, som blifvit anträffade i den svenska kritformationen uppträda hufvudsakligen under 3 former. Då det material, som stått mig till buds, är jemförelsevis temligen ringa, vågar jag ej uppföra dessa former som skilda arter, utan tror mig tillsvidare åtminstone böra betrakta dem såsom en enda art.

R. suecicus n. sp.

fig. 1—7.

Descr. R. valva inferiore elongato-conica, costis longitudinalibus 12—15 ornata; striis minoribus, signa accretionis indicantibus, costas decussantibus; intervallis costis aequalibus. Long. 20—55 m. m.

Denna form, den största af de hos oss förekommande, betraktar jag såsom typ för arten. Exemplaren äro antingen ensammna eller sammanvuxna till ett antal af 4. Underskalets form är utdraget konisk; på yttersidan är det försedt med 12—15 långsgående jemnstora ribbor, som korsas af gröfre och finare tillväxtstrimmor; på innersidan löpa fina koncentriska strimmor. Skalets yttre lager, som föga öfverskjuter den jemna mantellinjen, bildar en temligen jemn krets utan några betydligare utvikningar och detta ej blott på slitna utan också på fullkomligt oskadade exemplar. Underskalets nedersta del och öfverskalet saknas. Antalet af de exemplar som jag haft att tillgå uppgår till 8. Af andra arter, med hvilka denna skulle kunna jemföras, märkes *R. Saxonius* Roemer (Die Verstein. d. Norddeutsch. Kreidegebirges, p. 35, tab. VII, fig. 1), som dock synes hafva mycket färre och skarpare framträdande tillväxtstrimmor, så att skalets yttersida erhåller ett mera fjälligt eller bladigt utseende och de långsgående ribborne falla mindre i ögonen. Af arterna i Pal. Franç., som likna *R. suecicus*, har *R. aucticostata* d'Orb. (IV, p. 208, tab. 550) en något annan form och ojemna med skarp rygg försedda ribbor; *R. lombricalis* d'Orb. (a. st. p. 214; tab. 555, fig. 4—7), som i vissa af sina varieteter företer rätt mycken likhet med *R. suecicus*, är af mera långdragen form och är väl dessutom en *Sphaerulites*, att döma af den antydan till låsveck, som finnes på fig. 7. Ewald har tyvärr ej lemnat någon figur öfver *R. hercynius* och äfven hans beskrifning är ganska knapphändig. Han uppgifver dock skalets form såsom konisk och ribbornas antal till 7—9 och härigenom tyckes denna art skilja sig från hufvudformen af *R. suecicus* och närmare öfverensstämma den form deraf, som kommer att beskrifvas under namn af *R. pusillus*.

Hufvudformen af *R. suecicus* finnes enligt exemplar i geologiska museet: i Halland (Ryttmästare von Möller), samt Balsberg (Farmaceut Sandberg) och Ifö (Stud. Holst) i Skåne. På sistnämnda ställe har jag sett ett med fig. 1—3 fullkomligt öfverensstämmande exemplar, som det dock ej lyckades mig att erhålla helt ur bergarten.

Jemte denna nu beskrifna art förekomma äfven, såsom ofvan blifvit nämndt, 2 andra former, som jag betraktar varieteter af *R. suecicus*. Vid rikligare tillgång på material skulle det kanhända visa sig att dessa begge former i sjelfva verket utgöra sjelfständiga arter.

R. suecicus β pusillus

fig. 8—15.

Descr. R. valva inferiore conica, 7—9 costis longitudinalibus plus minus eminentibus, striis transversalibus tenuibus ornata; intervallis quam costis majoribus. Long. 8—20 m. m.

Denna form förekommer i enkla eller till ett antal af 6 hopvuxna exemplar; underskalet är mera koniskt än hos hufvudformen och dessutom mot mynningen något utvidgadt. Ribborna färre (7—9), mindre framträdande, med betydligt större mellanrum, af en annan form än hos föregående, hos hvilken de stiga rakt upp och hafva hvälfd rygg under det att de hos denna höja sig mera sluttande och hafva skarpare rygg. Mantellinjen jemn, det yttre skallagret mot mynningen något utvidgadt och öfverskjutande mantellinjen. Antalet exemplar omkr. 20. Af arter, som likna denna form har *R. royana* D'ORB. (a. st. p. 228, tab. 571, fig. 1—3) de långsgående ribborna på underskalet mycket mera olikstora och skarpare framträdande. *Biradiolites quadrata* D'ORB. (a. st. p. 232, tab. 574, fig. 1—5,) och *B. angulosa* D'ORB. (a. st. p. 233, tab. 574, fig. 6—11) skilja sig från denna form, utom genom de 2 banden på underskalets yttersida, äfven genom ribbornas form och storlek. Äfven några af D'ORBIGNYS *Caprotina* arter i synnerhet *C. costata* (a. st. p. 242, tab. 591, fig. 4—10) och *C. semistriata* (a. st. p. 244, tab. 594), hafva någon yttre likhet med nu beskrifna form, men denna saknar låsveck, som finnes hos *Caprotina,* och kan derföre ej föras dit. Svårare är det deremot att bestämma, hvari *R. pusillus* skiljer sig från *R. hercynius* EWALD eller huruvida den öfverhufvudtaget verkligen är skild från denna art. EWALDS beskrifning är så kort, att man svårligen deraf kan göra sig en fullständig föreställning om arten och figur saknas. Äfven med några af de ofvan angifna arterna jemför EWALD *R. hercynius,* så att det är ganska troligt att denna art och *R. pusillus* äro mycket nära beslägtade. I brist på exemplar af *R. hercynius* kan jag dock ej afgöra det.

Enligt exemplar i geologiska museet är *R. suecicus β pusillus* funnen vid Båstad (Adjunkt C. G. THOMSSON), Vestra Karup (Ryttmästare P. VON MÖLLER) och Köpinge (DAHLMAN).

Den tredje Rudistform, som är funnen i vår kritformation, är

R. suecicus γ sublaevigatus

fig. 16—24.

Descr. R. valva inferiore elongato-conica, superne elargita et saepius in alam producta, laevi aut costis perpaucis munita. Long. 7—18 m. m.

Denna form förekommer oftast enkel; underskalet är temligen smalt mot mynningen något utvidgadt, yttersidan glatt eller försedd med få svagt framträdande ribbor; tillväxtstrimmor svaga. Mantellinjen jemn; det yttre skallagret betydligt öfverskjutande densamma och ofta vingformigt utdraget åt ena sidan. Exemplarens

antal omkr. 30. Denna form skiljes genom ofvannämnda karakteren lätt från öfriga och är väl, så vida den ej bildar en egen art, snarast att betrakta såsom unga då den form deremot, som har blifvit uppställd såsom typen för *R. suecicus* skulle betraktas såsom fullt utvecklade individer. Funnen i Ignabergakalk eller gruskalk vid Maltesholm i Sönnarslöfs socken.

Dessa ofvan beskrifna former kunna lätt skiljas från hvarandra, när man lyckas att anträffa väl bibehållna och typiska exemplar; men då detta icke är fallet, är det ofta svårt att med bestämdhet afgöra till hvilken form ett exemplar bör räknas och det är just detta, som har föranledt mig att ej upptaga dem såsom egna arter. Sedan uppmärksamheten emellertid först blifvit fästad på förekomsten af dessa intressanta djur i vår kritformation, är det att hoppas att fortsatta undersökningar skola åvägabringa tillräckligt material för att afgöra denna fråga. Så vidt man känner förekomma dessa Rudister icke i alla till svenska kritformationen hörande bildningar utan blott i gruskalken eller Ignabergakalken och grönsanden vid Köpinge; de från Halland härstamma otvifvelaktigt från det af prof. S. Nilsson [5]) beskrifna kritlagret i provinsens södra del, hvilket enligt honom måste räknas till Ignabergakalken, hvaremot de ej blifvit funna i de Skånes sydvestra del förekommande lagren, Skrifkritan, Faxe- och Saltholmskalken. Enligt de nyaste undersökningarna af Hébert [6]) representera dessa vid Köpinge och i nordöstra Skåne uppträdande bildningar "craie grise de Ciply" i Belgien, och skulle sålunda vara belägne emellan skrifkritan i sydvestra Skåne, som enligt samme författare motsvarar "craie de Meudon", och Faxe- och Saltholmskalken, motsvarande "craie jaune de Maestricht."

Som bekant har Leopold von Buch [7]) sökt visa, att man borde i de då rådande klimatiska förhållandena söka orsaken dertill att till kritformationen hörande aflagringar ej blifvit funna nordligare än 57° N. Br., under det att bildningar från äldre tider anträffades ända in i nordpolens grannskap; under kritformationen skulle således de första spåren till olika klimatiska regioner visa sig på jorden. Ewald fästade vidare uppmärksamheten derpå, att de i Tyskland förekommande arterna af Rudister så småningom aftaga både hvad rikedomen på arter och individernas storlek och mängd angår ju mera man nalkas norr och han trodde sig i denna deras småningom skeende förminskning böra se ett uttryck af de då herrskande temperaturförhållandena. Förekomsten af här ofvan beskrifna Rudister i det balti-

---

[5]) Forhandlinger ved de Skandinaviske Naturforskeres 4:de Möde i Christiania 1844 p. 281.

[6]) Comptes rendus 1869 p. 943.

[7]) Ueber die Verbreitung und die Grenzen der Kreidebildungen.

ska kritbäcknet, det nordligast hitills kända, som innehåller djurlemningar, kan väl knappast anses motsäga de af Ewald gjorda slutsatserna, men flera andra förhållanden och framför allt Heers [8]) upptäckt af vexter tillhörande kritformationen i trakten af Omenak på Grönland (70°, 38′ N. Br.) således betydligt nordligare än hvad man förut hade ansett såsom denna formations gräns mot norr, antyda dock att måhända andra orsaker än den lägre temperaturen hindrat kritformationens utbredning åt detta håll.

---

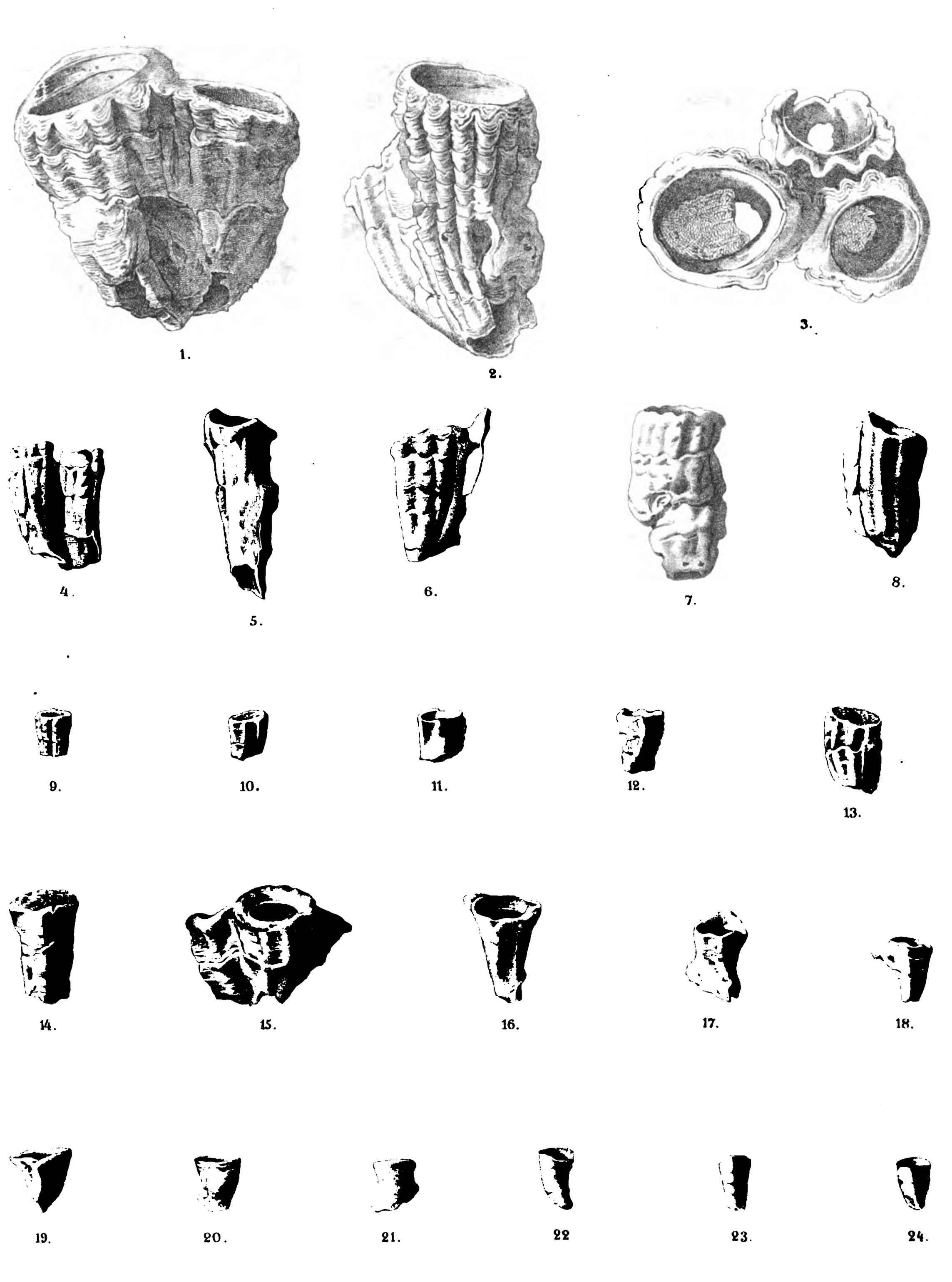
[8]) Flora fossilis arctica, refererad i Neues Jahrbuch für Mineralogie, Geologie und Paläontologie von G. Leonhard und H. B. Geinitz 1869 p. 619.

Förklaring öfver figurerna.

Fig. 1—3.	Radiolites	suecicus	från Ifö.	
„ 4—8.	„	„	„	Halland.
„ 9—14.	„	„	*β* pusillus från Karup.	
„ 15.	„	„	„ „	Båstad.
„ 16—24.	„	„	*γ* sublaevigatus från Maltesholm.	

Rättelser.

Sid. 4 rad. 9 uppifr. står: nämnas läs: närma sig
„ 8 „ 4 nedifr. „ 7 „ 8
„ 9 „ 3 „ „ 8 „ 9.



B Cronholms lith. Et Malmö

Uppgift på föredrag, som under läsåret 1869—1870 blifvit hållna vid Physiographiska Sällskapets sammanträden:

Den 20 Oktober 1869:

Herr Hill höll ett mathematiskt föredrag.

Den 3 November:

Herr Agardh förevisade dels en vid Throndhjem funnen för Skandinavien ny Alg (Laminaria stenophylla), dels några nyligen funne trädstycken med inskrifter och inväxningar, äfvensom en från Medelpad erhållen tvärskifva af fur med öfver 550 årsringar.

Herr Blomstrand förevisade, samt redogjorde för sammansättningen af ett nytt svenskt mineral.

Herr Torell redogjorde för de undersökningar, som blifvit anställde med afseende på möjligheten att förse staden Lund med vatten.

Den 24 November:

Herr Torell höll föredrag om Graptoliter med anledning af några sådana, som nyligen blifvit funna i Skåne.

Herr Nilsson förevisade ett arbete öfver redskapen från stenåldern, funne i Grekland, hvilket bevisar att dessa redskaper öfver allt haft samma former.

Herr Hill meddelade några aritmetiska genvägar; ett aritmetiskt theorem till komplettering af Lagranges bevis af Algebrans såkallade hufvudtheorem; konstruktion af equationers rötter, samt egenskaperna hos Dynamis.

Den 15 December:

Herr Olbers meddelade en öfversigt af södra Hallands geologi.

Herr Holmgren höll ett föredrag om den s. k. Kornblixten.

Herr Thomson förevisade exemplar af en vid Båstad funnen, för Sveriges fauna ny insektart, Philanthus triangulum, samt anknöt dertill några observationer öfver Getingarnas hushållning.

Herr v. Zeipel framställde åtskilliga egendomligheter hos speciela determinater, samt refererade en af Doc. D:r Bäcklund författad afhandling med titel: "Allmänna satser om algebraiska kurvor i ett geometriskt nät, samt i serier af bestämda indices."

Herr Wahlgren omtalade upptäckten af utvecklingen för Tænia cucumerina.

Herr Nilsson förevisade ett bronssvärd, af hvars afbrutna handtag det syntes, att detsamma blifvit gjutet öfver en kärna af fint slammad lera, som vid gjutningen blifvit ganska hårdt bränd.

Den 19 Januari 1870:

Herr Wahlgren förevisade kranier af de särskilte Bisonoxarna, och anknöt dertill några bemärkningar om utbildningen af kranieformen hos Ruminantierna, samt meddelade derefter en undersökning om hvilken hundras som torde kunna betraktas såsom den älsta i norden (den småländske stöfvaren).

Herr Thomson förevisade bernstensinsekter från Kempinge, bland hvilka förekom en för Sveriges fauna ny Coleopter, funnen af H:r Doctor Möller i Trelleborg; samt redogjorde för von Siebolds undersökningar öfver parthenogenesis hos Polistes gallica.

Herr Blomstrand meddelade från Universitetets kemiska laboratorium: 1) Om disulfotoluolsyra och dess derivater; 2) Om en metod att framställa fenylether; 3) Om destillationsprodukterna af klorbenzoësyrad silfveroxid; 4) Om svafveletyl- och svafvelfenyl-ättiksyra.

Herr Odenius förevisade ett aftryck af ett Kretin-kranium, samt meddelade några anmärkningar om kretinism.

Herr Hill meddelade att han funnit en direktare och enklare lösning af de 20 differentialeqvationer af första ordningen, som Herr Malmsten enligt sin metod löst i Vetenskaps-Akademiens handlingar för 1859, hvarjemte han angaf, att ett lika antal dylika eqvationer af honom blifvit lösta.

Den 9 Februari:

Herr Ask meddelade några bidrag till läran om äggstockswulsters exstirpation.

Herr Möller redogjorde för en af Herr Ericsson insänd afhandling med titel: "Solvärmens inflytande på jordens rotation."

Herr Blomstrand meddelade från Universitetets kemiska laboratorium: 1) Om produkterna vid försök till framställning af dibenzyl-oxalsyra. 2) Om användning af barythydrat till kolsyreabsorption vid organiska analyser, af studeranden P. Håkansson; 3) Om en apparat för vattenbad med konstant nivå, af Amanuensen Johansson.

Den 2 Mars:

Herr Nathorst redogjorde för de märkliga resultater, som H:r Torells geologiska undersökning af Skåne redan lemnat.

Herr Areschoug höll föredrag: Om de särskilta typerna inom slägtet Rubus och deras geografiska utbredning.

Herr Möller meddelade en utveckling af de absoluta störningar, som af planeterna Mars, Jupiter och Saturnus förorsakas i planeten Pandoras rörelse, och som bero af första potensen af de störande planeternas massor.

Herr Blomstrand lemnade meddelanden om försök att framställa sulfosyror med overksam sulforyl, samt om "etylensulfonamyl".

Den 23 Mars:

Herr Odenius höll föredrag om ett fall af Cancer disseminatus i peritoneum.

Den 13 April:

Herr Naumann redogjorde för de nyaste undersökningarna om köttsoppans och köttextraktets fysiologiska verkningar.

Herr v. Zeipel höll föredrag om monomialkoefficienters utveckling i serier.

Herr Möller meddelade en öfversigt af de planet- och komet-observationer, som under år 1869 blifvit anställda å Universitetets astronomiska observatorium.

Den 4 Maj:

Herr Torell förevisade en af Borgmästaren i Gröningen, Herr W. de Sitter till Universitetets geologiska museum skänkt större samling försteningar från diluviallagren vid Gröningen, och redogjorde i sammanhang dermed för de geologiska förhållanden, som belysas genom denna samling.

Herr Lang höll föredrag om hvitbetsockerindustriens utveckling inom Tyskland och Frankrike.

Den 25 Maj:

Herr Nilsson förevisade och redogjorde för åtskilliga sällsynta och mycket värdefulla fynd från bronsåldern.

Herr Anderberg höll föredrag om Ytterby fältspatsbrott och der funna mineralier.

Herr Torell redogjorde för de resultater i geologiskt och arkeologiskt afseende, som de vid Ystad för hamnutvidgningen gjorda gräfningarna lemnat.

FÖRELÄSNINGAR

OCH

ÖFNINGAR

VID

CAROLINSKA UNIVERSITETET I LUND

HÖST-TERMINEN

1869.

CANCELLER

Grefve **GUSTAF ADOLF SPARRE,**

J. U. D.

En af Rikets Herrar, f. d. Justitiæ-Stats-Minister, Riks-Marskalk,
R. och K. af K. M. O., Storkors af K. N. St. O. O.,
R. af K. D. Elefanter-Orden.

PRO-CANCELLER

WILHELM FLENSBURG,

Th. och Ph. Doktor, Biskop öfver Lunds Stift,
K. K. N. O.

REKTOR

GUSTAF BROOMÉ,

J. U. och Ph. D., Professor i Stats- och Process-Rätt, R. K. N. O.

Theologiska Fakulteten.

Professorer

HANS MAGNUS MELIN, *Th. och Ph. D., Professor i Exegetisk Theologi, Förste Theologiæ Professor och Domprost, En af de Aderton i Svenska Akademien, K. K. N. O., L. K. V. A., Decanus,* åtnjuter tjenstledighet såsom medarbetare i Bibelkommissionen.

CARL OLBERS, *Th. och Ph. D., Professor i Kyrkohistoria och Symbolik, Prost och Kyrkoherde i Hellestad, Dalby och Bonderup, L. K. N. O.,* framställer offentligen den Lutherska Kyrkans historia från syncretismens början å lärosalen N:o 2 kl. 11 f. m.

CARL WILHELM SKARSTEDT, *Th. och Ph. D., Professor i Praktisk Theologi, Prost och Kyrkoherde i Uppåkra, f. d. Kontraktsprost,* föreläser offentligen å lärosalen N:r 2 kl. 9 f. m. Månd. och Tisd. öfver Perikoperna, företrädesvis de nyare, samt Torsd. och Fred. öfver theorien om Kyrkoordningen och leder homiletiska, katechetiska och liturgiska öfningar.

CLAS WARHOLM, *Th. och Ph. D., Professor i Dogmatik och Moraltheologi, Kyrkoherde i Husie och Skreflinge, Fakultetens n. v. Pro-Decanus,* föreläser offentligen å lärosalen N:o 2 kl. 10 f. m., Dogmatik från och med läran om änglarne.

Adjunkter

THEODOR VALENTIN ARNOLD NORLIN, *Ph. D., Th. K., Adjunkt i Theologi, Kyrkoherde i Kärrstorp och Glostorp,* tjenstledig.

MARTIN GABRIEL ROSENIUS, *Ph. D., Th. K., Adjunkt i Theologi, Kyrkoherde i Wallkärra och Stångby, förestår professionen i Exegetisk Theologi,* föreläser offentligen å lärosalen N:o 3 kl. 3 e. m. Månd. och Tisd. Exegetik, hvarunder till behandling företages först Prof. Hosea med flere bland Prophetæ Minores, sedan fortsättes med utläggning af Ebräer Brefvet. Torsd. och Fred.: Isagogik, hvarunder först fortsättes med N. Testamentets och sedan öfvergång sker till G. Testamentets Isagogik.

Docenter

AXEL GOTTFRID LEONARD BILLING, *Ph. D., Docent i Praktisk Theologi, Th. Lektor,* biträder Professoren i praktisk theologi vid de katechetiska och liturgiska öfningarna, meddelar dessutom enskild undervisning uti predikoskrifning samt uti Liturgik åt dem, som sådant önska.

CARL MAGNUS SCHMIDT, *Ph. D., Docent i Dogmatik,* börjar med Oktober månads ingång en privat kurs i Kyrkohistoria. Meddelar dessutom enskild undervisning i Dogmatik och Moraltheologi åt dem, som sådant önska.

Juridiska Fakulteten.

Professorer

CARL JOHAN SCHLYTER, *J. U. D., Ph. Jubel-doktor, Professor i Laghistoria, K. K. N. O., K. K. D. D. O. I. Gr., L. K. V. A., L. K. W. H. A. A., L. K. M. A.,* åtnjuter tjenstledighet för utgifvandet af Sveriges gamla lagar och för utarbetandet af ett lexicon till hela detta arbete.

GUSTAF KNUT HAMILTON, *Grefve, J. U. D., Professor i Administrativrätt och Nationalœkonomi, R. K. N. O., n. v. Decanus,* föreläser offentligen på Chemiska lärosalen kl. 9 f. m. Administrativrätt.

PHILIBERT HUMBLA, *J. U. D., Professor i Civilrätt, Romersk Rätt och Juridisk Encyklopædi, förestår dessutom tills vidare professionen i Laghistoria,* föreläser offentligen å lärosalen N:r 3 kl. 8 f. m. Månd., Tisd. och Torsd. öfver Jordabalken i nu gällande lag och kommer Fred. att i sammanhang dermed anställa laghistoriska undersökningar eller, när tillfälle ej dertill erbjuder sig, att förklara Uplandslagens Jordabalk.

Adjunkter

ALFRED THEODOR NAPOLEON SJÖBERG, *Ph. D., J. U. K., Adjunkt i Administrativrätt och Nationalœkonomi,* förordnad att förestå professionen i Stats- och Process-Rätt, föreläser å lärosalen N:o 3 kl. 10 f. m. Processrätt.

PEHR ASSARSSON, *Ph. D., J. U. K., Adjunkt i Allmän Lagfarenhet,* föreläser å lärosalen N:o 3 kl. 10 f. m. Tisd. och Fred. Kriminalrättens Allmänna läror.

Medicinska Fakulteten.

Professorer

NILS HENRIK LOVÉN, *M. och Ph. D., Professor i Theoretisk och Rätts-medicin, R. K. N. O., L. K. V. A.,* åtnjuter tjenstledighet.

NILS JOHAN BERLIN, *M. och Ph. D., General-Direktör, Professor i Medicinsk och Physiologisk Chemi, t. f. Ordförande i K. Sundhets-Kollegium, K. K. N. O., R. K. N. S:t O. O., K. K. D. D. O. I Gr., R. K. R. S:t Wl. O. 4:e klass, L. K. V. A.,* åtnjuter tjenstledighet såsom t. f. Ordförande i Sundhets-Kollegium.

PEHR ERIK GELLERSTEDT, *M. D., Ch. M., Professor i Praktisk Medicin, Föreståndare för den Med. Kliniken, R. K. N. O., L. K. V. A.,* håller kliniska föreläsningar öfver de Invertes Sjukdomarne på Lazarettet eller å Anat. lärosalen kl. 9 f. m. och leder de studerandes öfningar på den Med. kliniska afdelningen.

CARL FREDRIK NAUMANN, *M. och Ph. D., Ch. M., Professor i Anatomi, R. K. N. O., n. v. Decanus,* framställer offentligen å Anatom. lärosalen kl. 12 midd. Speciel Physiologi omvexlande med Menniskans Anatomi, när objecta demonstrationis förefinnas.

CARL JACOB ASK, *M. och Ph. D., Ch. M., Professor i Chirurgi och Obstetrik, Föreståndare för den Chirurgiska och Obstetriska Kliniken, R. K. N. O.,* håller offentligen kl. 8 f. m. på Lazarettet Chirurgiska och Obstetriska Kliniska föreläsningar.

Adjunkter

GUSTAF SVEN TRÄGÅRDH, *M. D., Adjunkt i Theoretisk och Praktisk Medicin, förestår jemte Adjunkten i Chemi Professionen i Med. Chemi,*

föreläser å Anatom. lärosalen kl. 8 f. m. Onsd. öfver 7:de Editionen af Svenska pharmacopeen; och Lörd. Pharmakodynamik.

MAXIMILIAN VICTOR ODENIUS, *M. och Ph. D., Adjunkt i Anatomi och Prosektor, förestår professionen i Theoretisk- och Rätts-medicin,* föreläser offentligen 2:ne dagar i veckan å Anatomiska lärosalen kl. 11 f. m. öfver Svulsterna, samt håller 2:ne dagar i veckan vid samma tid Pathologiska demonstrationer eller, då tillfälle erbjuder sig, rättsmedicinska sectioner. Ger dessutom enskildt å patholog. anstalten handledning i pathologisk histologi.

MICHAËL KOLMODIN LÖWEGREN, *M. D., Adjunkt i Chirurgi och Obstetrik,* håller kliniska föreläsningar öfver ögonsjukdomar å Lazarettet Onsd. och Lörd. kl. 11 f. m.

Docent

HJALMAR OSSIAN LINDGREN, *M. D., Docent i Anatomi,* förestår Anatomiska prosektorstjensten och leder de studerandes arbeten på Anatomisalen.

Philosophiska Fakulteten.

Professorer

CARL JOHAN DANIELSSON HILL, *Philos. Jubel-doktor, Professor i Mathematik, R. K. N. O., L. K. V. A., L. U. V. S.,* föreläser offentligen å lärosalen N:r 3 kl. 9 f. m. Analysens grunder.

ADAM WILHELM EKELUND, *Ph. D., Professor i Physik, R. K. N. O., L. K. V. A.,* åtnjuter tjenstledighet på grund af sjukdom.

CARL JOHAN TORNBERG, *Ph. D., Th. K., Professor i Österländska språken, R. K. N. O., L. K. W. H. A. A.,* föreläser offentligen å lärosalen N:r 3 kl. 12 midd. Månd. och Tisd. Ordspråksboken och efter afslutandet af detta ämne Jesaiæ Prophetior, samt Torsd. och Fred. Hebreiska Antiquiteter.

JACOB GEORG AGARDH, *Ph. D., Professor i Botanik, R. K. N. O., L. K. V. A.,* föreläser Wäxternas naturliga familjer kl. 2 e. m. å Botaniska lärosalen.

AXEL NYBLÆUS, *Ph. D., Professor i Praktisk Philosophi, R. K. N. O.,* tjenstledig.

FREDRIK AUGUST WAHLGREN, *Ph. och M. D., Ch. M., Professor i Zoologi,*

R. K. N. O., föreläser offentligen å Physiska lärosalen kl. 10 f. m. Månd., Tisd. och Torsd. Ornithologi samt Fred. Histologi.

GUSTAF LJUNGGREN, *Ph. D., Professor i Æsthetik, Literatur- och Konsthistoria, En af de Aderton i Sv. Akademien, R. K. N. O., K. K. D. D. O. II Gr.*, föreläser offentligen å lärosalen N:o 1 kl. 12 midd. om Renaissancen.

CARL WILHELM LINDER, *Ph. D., Professor i Grekiska språket och Literaturen, utn. Domprost i Westerås, L. K. N. O.*, föreläser offentligen, efter medlet af October månad, å lärosalen N:o 1 kl. 8 f. m. öfver Greklands Lyriska Skalder. Leder i Philologiska Seminariet tolkningen af Eurip. Hecuba. Tjenstledig, såsom statsrevisor, till medlet af October månad.

EMANUEL MATTHIAS OLDE, *Ph. D., Norbergsk Professor i Ny-Europeisk Lingvistik och Modern Literatur, R. K. N. O., R. K. N. St. O. O., R. H. Sachs. Ernestiner Ord., Ärekors af Furst. Hohenzoll. Hus-Ord. 3:e klass*, föreläser kl. 11 å lärosalen N:o 3 valda profstycken af den fornprovençaliska literaturen.

CHRISTIAN WILHELM BLOMSTRAND, *Ph. D., Professor i Chemi, R. K. N. O., L. K. V. A.*, föreläser offentligen å Chemiska lärosalen kl. 11 f. m. Oorganisk Chemi.

DIDRIK MAGNUS AXEL MÖLLER, *Ph. D., Professor i Astronomi, R. K. N. O., L. K. V. A., Decanus*, föredrager offentligen å lärosalen N:r 2 kl. 4 e. m. Theoretisk Astronomi.

NIKLAS AUGUST TENGBERG, *Ph. D., Professor i Historia, R. K. N. O.*, framställer offentligen å lärosalen N:o 1 kl. 9 f. m. Förenta Staternas Historia.

ALBERT THEODOR LYSANDER, *Ph. D., Professor i Romersk Vältalighet och Poesi, R. K. N. O.*, föreläser offentligen i lärosalen N:o 1 kl. 4 e. m. först Vita P. Terenti af C. Suetonius, derefter Terentii Adelphi, samt leder i Philologiska Seminarium Fred. kl. 6—8 e. m. tolkningen af Cicero de finibus bonorum et malorum, första boken.

THEODOR WISÉN, *Ph. D., Professor i Nordiska Språken*, tolkar offentligen å lärosalen N:r 2 kl. 8 f. m. Valda Isländska Sagor Månd. och Tisd. samt sånger ur äldre Eddan Torsd. och Fred.; leder dessutom i Philologiska Seminariet Månd. kl. 5—7 e. m. tolkningen af Hálfssaga.

JOHAN JACOB BORELIUS, *Ph. D., Professor i Theoretisk Philosophi,* föreläser offentligen å lärosalen N:o 1. kl. 11 f. m. Psychologi.

OTTO MARTIN TORELL, *Ph. D., M. K., E. O. Professor i Zoologi och Geologi, R. K. N. O.,* fortsätter å Physiska lärosalen kl. 8 f. m. Onsd. och Lörd. sina föreläsningar öfver Anatomi och Komparativ Physiologi.

Adjunkter

MATTHIAS NATHANAËL CEDERSCHIÖLD, *Ph. D., Adjunkt i Grekiska Språket, förestår Professionen i Grekiska Språket och Literaturen,* fortfar att offentligen å lärosalen N:r 2 kl. 9 f. m. Onsd. och Lörd. tolka Thucydides.

MAGNUS FREDRIK BRAG, *Ph. D., Adjunkt i Österländska Språken,* föreläser offentligen å lärosalen N:r 3 kl. 10 f. m. Onsd. och Lörd. Arabiska.

FREDRIK WILHELM CHRISTIAN ARESCHOUG, *Ph. D., Adjunkt i Botanik och Demonstrator,* åtnjuter tjenstledighet, såsom Riksstatens stipendiat, för utrikes vetenskaplig resa.

CARL ALBERT HOLMGREN, *Ph. D., Adjunkt i Physik, förestår Professionen i Physik,* föreläser offentligen å Physiska lärosalen kl. 8 f. m. först electricitetsläran derefter Mekaniska Värmetheorien.

EVALD VICTOR EHRENHOLD VON ZEIPEL, *Ph. D., Adjunkt i Mathematik,* föreläser offentligen å lärosalen N:r 3 kl. 9 f. m. Onsd. och Lörd. Differentialkalkyl.

PEHR JOHAN HERMAN LEANDER, *Ph. D., Adjunkt i Theoretisk och Praktisk Philosophi, förestår profesionen i praktisk filosofi,* föreläser kl. 10 f. m. å lärosalen N:o 1 Den praktiska filosofiens propædeutik.

JOHAN LANG, *Ph. D., Adjunkt i Chemi, förestår jemte Adjunkten i Theoretisk och Praktisk Medicin Professionen i Med. Chemi,* föreläser offentligen å Chemiska lärosalen kl. 2 e. m. Tisd. och Fred. Physiologisk Chemi och leder öfningarna på Chemiska laboratoriet.

NILS CHRISTOFER DUNÉR, *Ph. D., Adjunkt i Astronomi,* är befriad från offentliga föreläsningar.

CHRISTIAN CAVALLIN, *Ph. D., Adjunkt i Latinska språket och Literaturen,* föreläser Onsd. och Lörd. kl. 11 f. m. å lärosalen N:o 3 Livius (l. XXI).

CARL GUSTAF THOMSSON, *Ph. D., Adjunkt i Entomologi,* föreläser offentligen å Physiska lärosalen kl. 9 f. m. Onsd. och Lörd. Lepidoptera.

CLAS THEODOR ODHNER, *Ph. D., Adjunkt i Historia,* framställer offentligen å lärosalen N:o 2 kl. 12 midd. Onsd. och Lörd. en Öfversigt af Svenska statsförfattningens historia.

WOLTER EDVARD LIDFORSS, *Ph. D., Adjunkt i Ny-Europeisk Lingvistik,* åtnjuter, såsom Riksstatens Stipendiat, tjenstledighet för utrikes vetenskaplig resa.

MARTIN JOHAN JULIUS WEIBULL, *Ph. D., Adjunkt i Allmän Historia,* föreläser offentligen å lärosalen N:o 2 kl. 4 e. m. Onsd. och Lörd. Europas historia efter den westfaliska freden.

Docenter

CLAS WILHELM GABRIEL NYLANDER, *Ph. D., M. K., Docent i Chemi,* åtnjuter tjenstledighet.

HERMAN EMANUEL YLLANDER, *Ph. D., V. D. M., Docent i Hebreiska språket,* lemnar enskild undervisning i Hebreiska.

SVEN HERMAN BENJAMIN SVENSSON, *Ph. D., Docent i Nordiska Språken,* åtnjuter, såsom Riksstatens Stipendiat, tjenstledighet för utrikes vetenskaplig resa.

CARL EHRENFRIED VON DER LANCKEN, *Ph. D., J. U. K., Docent i Fäderneslandets Historia,* tjenstledig.

AUGUST WILHELM QUENNERSTEDT, *Ph. D., Docent i Zoologi,* meddelar enskild undervisning.

ESAIAS HENRIK WILHELM TEGNÉR, *Ph. D., Docent i de Semitiska Språken,* lemnar enskild undervisning i dessa språk.

KNUT FREDRIK SÖDERVALL, *Ph. D., Docent i Nordiska Språken, E. O. Bibliotheks-Amanuens,* lemnar handledning i Fornsvenska och Isländska språkens Grammatik.

SVEN BERGGREN, *Ph. D., Docent i Botanik,* meddelar enskild undervisning i Botanik.

BENGT GÖRANSSON, *Ph. D., Docent i Physik,* meddelar enskild undervisning.

HANS HENRIK HALLBÄCK, *Ph. D., Docent i Æsthetik, E. O. Bibliotheks-Amanuens,* meddelar enskild undervisning.

PETER OLSSON, *Ph. D., Docent i Zoologi,* meddelar enskild undervisning i Zoologi.

SVEN ANDREAS BERNHARD LUNDGREN, *Ph. D., Docent i Palæontologi,* meddelar enskild undervisning.

LEONARD PONTUS HOLMSTRÖM, *Ph. D., Docent i Geognosi,* tjenstledig såsom föreståndare för Bara folkhögskola.

EMIL FINNEVE GUSTRIN, *Ph. D., Docent i Praktisk Philosophi,* meddelar enskild undervisning.

ALBERT VICTOR BÄCKLUND, *Ph. D., Docent i Geometri,* meddelar enskild undervisning.

WILHELM THEODOR PATRIK STURZEN-BECKER, *Ph. D., Docent i Engelska Språket,* tjenstledig för utrikes vetenskaplig resa.

ROBERT ERIK LEONARD DARIN, *Ph. D., Docent i Franska Språket och Literaturen, Adjunkt vid h. elementarläroverket i Lund,* meddelar enskild undervisning.

SAMUEL EDVARD MELANDER, *Ph. D., Docent i Grekiska Språket och Literaturen; förestår professionen uti Grekiska Språket och Literaturen under Domprosten Prof. Linders frånvaro,* föreläser å auditoriet N:o 1 kl. 8 f. m. öfver Homeriska Dialekten. Leder tolkningen af Euripides sorgspel Hekabe uti Filologiska Seminariet Tisd. kl. 5 e. m. Meddelar enskild handledning i Grekiska Språkets Skrifvande.

MAC BERLIN, *Ph. D., Docent i Geometri,* meddelar enskild undervisning i Mathematik.

GUSTAF RAGNAR SCHLYTER, *Ph. D., Docent i Latinska Språket,* gifver enskild undervisning i Latinsk skrifning och tolkar i sammanhang dermed Cicero's första bok de oratore Onsd. och Lörd. kl. 12 midd. å aud. N:r 3. Leder jemväl Latinska samtalsöfningar.

Exercitii-Mästare

WILHELM THEODOR GNOSSPELIUS, *Kapellmästare, R. K. V. O., L. K. M. A.,* leder de Musikaliska öfningarna på Kapellsalen Onsd. och Lörd. kl. 3—5 e. m.

BROR ADOLF GEORG RIDDERBORG, *t. f. Fäktmästare och Gymnastiklärare, Löjtnant vid Kongl. Norra Skånska Infant.-Regm:t,* leder Gymnastik-

och Fäktöfningar på Carolinska Elementarläroverkets gymnastiklokal Tisd. och Fred. kl. 6 e. m.

AXEL HJALMAR LINDQVIST, *Ritmästare,* undervisar i Ritkonst i sin bostad kl. 3 e. m. Onsd. och Lörd.

Universitetets Bibliothek hålles öppet alla helgfria dagar kl. 3—4 e. m.

Universitetets Cancelli hålles öppet Månd., Tisd., Thorsd. och Fred. kl. 11—12 f. m.

Universitets Räntekammare hålles öppen Månd., Tisd., Thorsd. och Fred. kl. 11—12 f. m.

Öfriga Universitetets Institutioner hållas för de studerande tillgängliga, då anhållan derom göres hos Institutionsföreståndarne.